

COMPOSITION DE LA 1^{ère} PERIODE 2020-2021
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Série :
10^{ème} CG

Lycée Privé Madina

Coeff : 3 Durée : 3 heures

EXERCICE 1 (6 pts)

- Déterminer $\sin x$ et $\tan x$ sachant que $\cos x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$ avec $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ (1pt)
- Démontrer que :
 - $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$ (0,75 pt)
 - $\sin\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right) - \sin \frac{2\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{15} = 0$ (0,75 pt)
- Simplifier
 - $A(x) = \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi + x)$ (0,75 pt)
 - $F = 3 \sin\left[\pi \cos \frac{\pi}{3} - \tan\left(\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{6}\right) + 1\right] + 2 \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)$ (0,75 pt)
- Sékou placé en un point O voit le sommet d'un manguier sous un angle de 30° . Son ami placé à 100 mètres voit le sommet du même manguier sous un angle 60° .
Calculer la hauteur du manguier et la distance qui sépare l'ami de Sékou du manguier (2 pts)

EXERCICE 2 (7 pts)

- Simplifier $A = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}}{-3 + \frac{3}{10}} \div \frac{\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{5}}{-3 + \frac{3}{10}}$; $B = \frac{0,00144 \times 125 \times (9^2)^5}{4050 \times 4480}$
 $C = \frac{\sqrt[3]{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt[6]{27}}{\sqrt[3]{3^6} \times \sqrt[4]{81}}$; $D = \frac{(a^2 \times b^3 \times c)^2 \times a^3 \times c^2}{(a \times b)^4 \times (c^2 \times a)^2 \times b \times c}$ (2 pts)
- Montrer que le nombre : $\frac{(1+3\sqrt{2})^2 + (1-3\sqrt{2})^2}{(1+\sqrt{5})^2 + (1-\sqrt{5})^2}$ est un rationnel (0,50 pt)
- Factoriser
 $B(x) = x^3 - 1 + 5(x-1)^3 - 2x(1-x)$ (0,75 pt)
 $C(x) = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}x - \sqrt{3}\right)^2 - 4\left(\frac{\sqrt{5}}{6}x - \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2$ (0,75 pt)
- Comparer $\frac{-7}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ et $\frac{-7}{2-\sqrt{3}}$ (1 pt)
- Ecrire sous forme de fraction irréductible
 $D = 2,4\overline{51} \dots + 4,0\overline{153} \dots$ (1 pt)
- Résoudre graphiquement
 - $|3x - 1| \leq 2$; b) $|1 - x| > 2$ (1 pt)

EXERCICE 3 (7 pts)

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :
 $|x^2 - 5x - 1| < |6x + 13|$ (1 pt)
- Résoudre dans $\mathbb{R}$; $x^2 - 10x + 9 = 0$ (1 pt)
 - En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ (0,50 pt)
- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant : $\begin{cases} 8x - 5y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$ (1 pt)
 - En déduire la résolution dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ des systèmes suivants :
 - $\begin{cases} 8x - 5y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \\ -7x + 8y = 1 \end{cases}$
 - $\begin{cases} 8x^2 - 5y^2 = 3 \\ 4x^2 + 2y^2 = 6 \end{cases}$
 - $\begin{cases} 8\sqrt{x} - 5\sqrt{y} = 3 \\ 4\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 6 \end{cases}$ (2 pts)
- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par la méthode de Gauss le système suivant :
 $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + 5y - 3z = 3 \\ -3x - y + 5z = 10 \end{cases}$ (1,50 pt)