

Première série de productions scolaires du premier semestre.

Discipline : Mathématiques

Coef : 03

Durée : 03 heures

Contexte : Journée Internationale de la femme

Pour les festivités de la journée internationale de la femme, diverses manifestations ont été organisées dont une course automobile et un championnat d'acrobatie. A partir d'un instant, on a relevé les variations de la vitesse (v en m/s) du gagnant de la course automobile en fonction du temps (t en s). On définit une fonction V telle que $V(t) = v$ dont la représentation graphique est la **figure n°1**. En suite un collier en or disposé dans un objet en verre ayant la forme d'un tronc de pyramide $IJKLABCD$ creusé dans une caisse cubique en verre $ABCDEFGH$ et surmontée d'un couvercle en forme de la pyramide $SEFGH$ comme l'indique la **figure n°2** est réservé au meilleur acrobate.

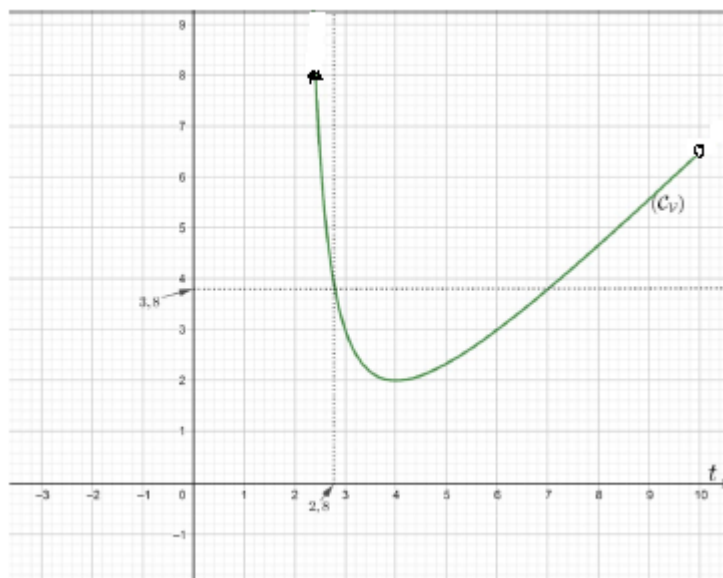


figure n°1

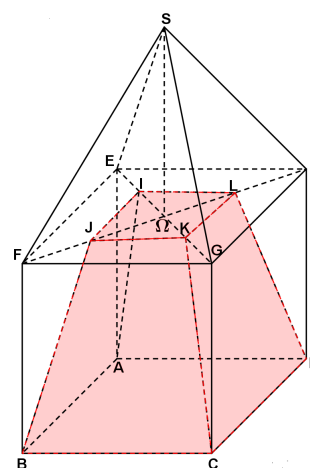


figure n°2

Yonwé, un élève de la seconde C désire étudier ce graphique, quelques aspects géométriques de la caisse et la quantité q d'eau en litre que l'objet en verre peut contenir.

Tâche : Tu vas aider Yonwé en résolvant les trois problèmes ci-dessous

Problème 1

- (a) A partir du graphique, donne l'ensemble de définition de la fonction V
- (b) A quel instant l'automobiliste a-t-il atteint sa vitesse minimale? Précise cette vitesse minimale.
- Détermine graphiquement :
 - la vitesse de l'automobiliste à l'instant $t = 7s$.
 - le ou les instant(s) auquel/ auxquels la vitesse passe $v = 3m/s$
- Détermine graphiquement la période (l'ensemble des temps t) où la vitesse v va appartenir à l'intervalle $[2;3,8]$.

Problème 2

Pour évaluer sa quantité d'eau, Il places les points I, J, K , et L milieux respectifs des segments $[\Omega E]$, $[\Omega F]$, $[\Omega G]$ et $[\Omega H]$ où Ω est le centre du quadrilatère $IJKL$, $IK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ et $EG = a\sqrt{2}$, $a > 0$

4. (a) Justifie que $AB = a$
- (b) Représente en perspective cavalière, le solide $EFGHABCD$ en prenant $a = 3\text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$ et $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (Tu veilleras à ce que la face SEF soit vue de face)
5. Démontre que deux plans sont parallèles si et seulement si, il existe deux droites sécantes de l'un parallèle à l'autre.
6. (a) Justifie que les plans $(IJ\Omega)$ et (ABC) sont parallèles
- (b) Justifie que les plans (ESG) et $(IJ\Omega)$ sont sécants
- (c) Dédus que (ABC) et $(IJ\Omega)$ sont sécants suivant une droite dont tu préciseras
7. (a) Calcule JK et LK puis montre que le quadrilatère $IJKL$ est un carré
- (b) Calcule en fonction de a le volume $\mathcal{V}$ du solide $IJKLABCD$.
- (c) Trouve la quantité q si $a = 3\text{ dm}$

Problème 3

Il est réservé au gagnant de la course automobile, deux enveloppes comportant respectivement les montants P_1 et P_2 exprimés en millions de francs avec $P_1 = \frac{2E(x)+1}{2}$ et $P_2 = \frac{E(y)+1}{2}$ où $E(x)$ est la partie entière d'un nombre réel quelconque x de l'ensemble $A = \{\frac{n}{n+1}, n \in \mathbb{N}\}$; $E(y)$ est la partie entière d'un nombre réel quelconque y de l'ensemble $B = \{\frac{2n}{n+1}, n \in \mathbb{N}\}$. a et b sont deux nombres réels tels que : $b < a < b+1$ et $5 < b < 8$. On pose $T = \frac{8^7 \times (-3)^5 \times 6^{10}}{(-18)^5 \times (12)^4}$

8. (a) Ecris le nombre T à l'aide de puissances entières de nombres premiers
- (b) Prouve que : $5 < a < 9$
- (c) Donne un encadrement de $(a+b)$ et de $(a-3b)$.
9. (a) Démontre que 0 est le minimum de A et 1 est un majorant de A puis vérifie si 1 est le maximum de cet ensemble.
- (b) Dédus-en que : $\forall x \in A, E(x) = 0$
- (c) Justifie que : $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{2n}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1}$ puis déduis-en que 2 est un majorant de B .
- (d) 2 est-il le maximum de B ?
10. (a) Démontre que : $\forall y \in B, E(y) = 1$
- (b) Précise en francs, les montants réservés au gagnant

BONNE COMPOSITION!