

Niveau : 2 ^{es} Discipline : Mathématiques	Composition du Second Semestre	Série : S Durée : 04 heures Année: 2023/2024
--	--------------------------------	--

Exercice 1 : (5 pts)

A. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes :

1. $7x^2 - 3|x| - 4 = 0$ (1 pt)

2. $\left(\frac{2x+1}{x-3}\right)^2 + 2\left(\frac{2x+1}{x-3}\right) - 3 = 0$ (1 pt)

3. $-x^2 + 5x \leq 0$ (1 pt)

4. $\frac{x^2+3x-4}{x^2+2x+1} \leq 0$ (1 pt)

B. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$

1.
$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{7} \\ xy = -\frac{4}{7} \end{cases}$$
 (1 pt)

Exercice 2 : (7 points) Les parties A et B sont indépendantes.

A. On considère, l'équation :

(E) : $x^2 + (2m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ où m est un nombre réel.

1. Résoudre l'équation (E) pour $m = 2$. (0,5 pts)

2. Déterminer m pour que 1 soit une solution de l'équation (E). (0,5 pts)

3. Déterminer l'autre solution de l'équation (E). (0,5 pts)

4. Résoudre l'équation (E) suivant les valeurs de m . (1,5 pts)

B. On considère le polynôme $P(x) = 6x^3 + 25x^2 + 3x - 4$ admettant trois racines distinctes a, b , et c .

1. Sans calculer les racines, calculer les réels X, Y et Z suivants

$X = a + b + c, Y = abc, Z = ab + bc + ac$ (1,5 pt)

2. Montrer que -4 est une racine de $P(x)$, puis factoriser complètement $P(x)$. (1 pt)

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$. (0,5 pt)

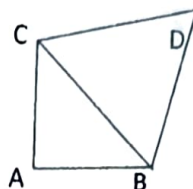
4. En déduire les solutions de l'équation :

$$6(-x-1)^3 + 25(-x-1)^2 + 3(-x-1) - 4 = 0 \quad (1 \text{ pt})$$

Exercice 3 : (3 points)

ABC est un triangle rectangle et isocèle en A.

BCD est un triangle équilatéral. I est le milieu de [BC]



Donner la mesure principale en radians des angles orientés ci-dessous :

1) $(\widehat{AC, AB})$ (0,5pt) 2) $(\widehat{BC, BA})$ (0,5pt) 3) $(\widehat{CI, CD})$ (0,5pt)

4) $(\widehat{DI, DB})$ (0,5pt) 5) $(\widehat{AI, AC})$ (0,5pt) 6) $(\widehat{CD, CA})$ (0,5pt)

Exercice 4 : (5 points)

1) Calculer $\sin x$ et $\tan x$, sachant que $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{10}$ et que $x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ (1 pts)

2) Sachant que $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, calculer $\sin \frac{11\pi}{12}$ et $\cos \frac{5\pi}{12}$ (1 pts)

3) Exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ les expressions ci-dessous :

a) $A(x) = 2 \cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \sin(-x) - \sin(\pi - x)$ (0,75 pts)

b) $B(x) = \cos(-x) + 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3 \sin(x - \pi)$ (0,75 pts)

4) Calculer sans l'aide d'une calculatrice les sommes suivantes :

a) $S = \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8}$ (0,75 pts)

b) $T = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ (0,75 pts)

Du Courage !