

EXERCICES A DOMICILE N°6 :

Problème1 :

On donne le polynôme P défini par $P(x) = -3x^3 + 8x^2 - 3x - 2$.

- 1) Trouver l'ensemble de définition de P .
- 2) Calculer $P(\frac{-1}{3})$ puis conclure.
- 3) Trouver trois réels $a; b$ et c tels que $\forall x \in D_P$ on ait : $P(x) = (x + \frac{1}{3})(ax^2 + bx + c)$.
- 4) On pose $Q(x) = ax^2 + bx + c$.
 - a) Trouver l'ensemble de définition de Q .
 - b) Mettre $Q(x)$ sous la forme canonique.
 - c) Factoriser $Q(x)$.
 - d) Etudier le signe de $Q(x)$ suivant les valeurs du réel x .
- 5) Factoriser $P(x)$ sous forme du produit du binôme du 1^{er} degré.
- 6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
- 7) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs du réel x . En déduire l'ensemble solution de l'inéquation $P(x) \leq 0$.
- 8) Résoudre dans $\mathbb{R}$:
 - a) $P(x) + 2 = 0$
 - b) $P(x) + 2 < 0$
 - c) $\frac{P(x)}{(-2x+9)^2} \geq 0$.

Problème2 :

Soient les polynômes D , N et P définis par :

$D(x) = (x^2 - 2x - 15)(x - 5)$; $N(x) = x^3 + x^2 - 21x - 45$ et $P(x) = x^2 - 2x - 15$.

- 1)
 - a) Trouver la forme canonique de $P(x)$.
 - b) Factoriser $P(x)$ et $D(x)$.
 - c) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs du réel x .
- 2) Vérifier que $N(-3) = 0$. Puis factoriser $N(x)$.
- 3) On considère la fraction rationnelle Q définie par : $Q(x) = \frac{N(x)}{D(x)}$.
 - a) Déterminer D_Q l'ensemble de définition de $Q(x)$.
 - b) Simplifier $Q(x)$ pour $x \in D_Q$.
 - c) Calculer $Q(4,999)$.
 - d) Dresser le tableau de signe de $Q(x)$ pour tout $x \in D_Q$.
 - e) Résoudre dans D_Q , l'équation $Q(x) = 0$.
- 4) Déterminer les nombres réels a et b tels que : $x \in D_Q$, $Q(x) = a + \frac{b}{x-5}$.
- 5) Démontrer que pour tout réel $x \in [\frac{13}{2}; \frac{20}{3}]$; on a : $\frac{29}{5} \leq Q(x) \leq \frac{19}{3}$.