

EXERCICES A DOMICILE N°7:

Problème1 :

On donne $P(x) = 4x^3 - 2x^2 - 36x + 18$.

- 1) Calculer : $P(1); P(0); P(-3); P(\frac{2}{3})$ puis trouver α un zéro de $P(x)$.
- 2) Trouver le polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) = (x - \alpha)Q(x)$.
- 3) a) Vérifier que $Q(x)$ admet deux racines distinctes x_1 et x_2 .
b) Calculer : $A = x_1 + x_2$; $B = x_1 \times x_2$; $C = x_1^2 - x_2^2$; $D = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.
c) Ecrire $Q(x)$ sous la forme canonique.
d) Factoriser $Q(x)$.
e) En déduire la factorisation de $P(x)$ sous forme des binômes du 1^{er} degré.
f) Etudier le signe de $P(x)$. En déduire l'ensemble solution de l'équation $P(x) - 18 = 0$ et l'inéquation $P(x) \leq 0$.
- 4) Soit $f(x) = \frac{P(x)}{x^2 - 16}$.
a) Déterminer D_f .
b) Etudier le signe de $f(x)$.
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $f(x) > 0$.

Problème2 :

Partie A :

On donne le polynôme P défini par $P(x) = 2x^3 - x^2 - 18x + 9$

- 1) Trouver l'ensemble de définition de P .
- 2) Calculer $P(-3)$ puis conclure.
- 3) Trouver trois réels a, b et c tels que : $P(x) = (x + 3)(ax^2 + bx + c)$.
- 4) Factoriser $P(x)$ sous forme du produit des binômes du 1^{er} degré.
- 5) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs du réel x .
- 6) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations :
 - a) $P(x) = 0$
 - b) $P(2x + 1) = 0$
 - c) $P(x) - 9 = 0$
- 7) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations :
 - a) $P(x) > 0$
 - b) $P(x) - 9 < 0$

Partie B :

On pose $h(x) = \frac{T(x)}{x^2 - 1}$ ou le polynôme $T(x) = -2x^3 + 3x^2 + 2x - 3$

- 1) Trouver l'ensemble de définition de $h(x)$
- 2) Calculer $T(-1)$ puis conclure. En déduire une factorisation de $T(x)$
- 3) Ecrire $T(x)$ sous forme du produit des biômes du 1^{er} degré puis simplifier $h(x)$.