

IP LE BRILLANT	Devoir du deuxième semestre	classe : 2 nd L
A/S : 2023-2024	Epreuve de mathématiques	Durée : 02h ; coeff : 2

EXERCICE1 (08,00pts)

Une enquête a été menée auprès des pensionnaires d'un centre de formation de football pour connaître le nom de leur joueur préféré. 35 aiment Cristiano Ronaldo, 15 aiment Messi et 10 aiment les deux joueurs. Toyi un élève de la classe de seconde A_4 veut connaître le nombre de pensionnaires qui aiment seulement Ronaldo ; le nombre de pensionnaires qui aiment seulement Messi et le nombre de pensionnaires qui n'ont pas donné leur avis.

Consigne1 : Déterminer l'effectif de ce centre

Consigne2 : A l'aide d'un digramme aide Toyi à déterminer ces nombres.

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne1	1pt	1pt	1pt	1pt
Consigne2	1,5pt	1,5pt	1pt	

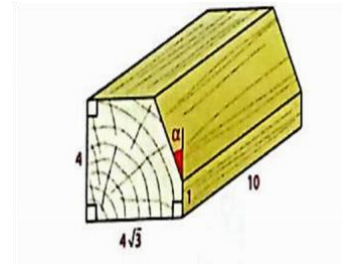
EXERCICE 2(06,00pts)

- Répondre par vrai ou faux (2pts)
 - $\frac{2x+1}{x^2-3}$ est une fraction rationnelle. (0,5pt)
 - $\frac{1}{x} + 3x - 1$ est un polynôme. (0,5pt)
 - Tout polynôme est un monôme (0,5pt)
 - On donne $A=\{a; 2; 3; b; d\}$ et $B=\{2; b; k; l; m\}$ alors $\text{card}(A \cup B)=10$. (0,5pt)
- Choisir la bonne réponse (2pts)
 - Le polynôme $x^4 + 2x^5 + 7x + 3$ a pour degré. (0,5pt) a. 4 b. 2 c. 7 d. 5
 - La forme factorisée du polynôme $25x^2 - 64$ est :
a. $(25x - 64)(25x + 64)$ b. $(5x - 64)(5x + 64)$ c. $(5x - 8)(25x + 8)$ (0,5pt)
 - La condition d'existence de la fraction rationnelle F définie par $F(x) = \frac{2x-2}{(x+3)(2x-2)}$ est :
a. $x \neq -3$ et $x \neq 2$ b. $x \neq -3$ et $x \neq 1$ c. $x \neq -3$ ou $x \neq 1$ (0,5pt)
 - La simplification de la fraction rationnelle F définie par $F(x) = \frac{2x-2}{(x+3)(2x-2)}$ est :
a. $\frac{1}{x+3}$ b. $\frac{1}{x+3}$ pour $x \neq -3$ et $x \neq 1$ c. $\frac{1}{x+3}$ $x \neq -3$ ou $x \neq 1$ (0,5pt)
- Compléter par les lettres sans recopier le texte. (2pts)
 - On appelle le (a)...est la somme algébrique des monômes. (0,5pt)
 - On appelle ... (b)...d'un ensemble fini E , le nombre d'éléments de cet ensemble. (0,5pt)
 - On appelle ... (c)...le quotient de deux polynômes. (0,5pt)
 - Arrondi d'ordre 3 de $\frac{22}{7}$ est ... (d)... (0,5pt)

EXERCICE 3(06,00pts)

- Soit $Q(x) = x^2 - 4x - 3$ est un polynôme de degré 2.
 - Mettre $Q(x)$ sous la forme canonique. (0,5pt)
 - En déduire si possible une factorisation de Q . (0,5pt)
- Soit le polynôme P défini par $P(x) = x^3 - 5x^2 + x + 3$.
 - Montrer que 1 est une racine de P . (0,5pt)
 - Déterminer les 3 réels a, b et c tel que $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$. (1pt)
 - Etudier le signe du polynôme $x - 1$. (1pt)
- On donne $I = [-4; 3[$; $J =]1; 6[$; $K = [-3; 3[$ et $L =]0; 6[$. Calculer $I \cap J$ et $K \cup L$. (1pt)
- Sachant que $2,645 \leq \sqrt{7} \leq 2,646$, détermine un encadrement de $3 + 5\sqrt{7}$. (1pt)
- Déterminer la notation scientifique de 0,000077

Un menuisier a fabriqué l'objet ci-contre en Iroko à l'aide d'une poutre qui avait la forme d'un pavé droit. L'angle α a pour mesure 30° . L'unité de longueur est le mètre. Il veut représenter en perspective cavalière la pièce de bois qui a été découpée et veut connaître ses dimensions mais il n'y arrive pas. En tant qu'élève de la classe de 2^{nde} Scientifique du Lytoko, on te sollicite pour aider à

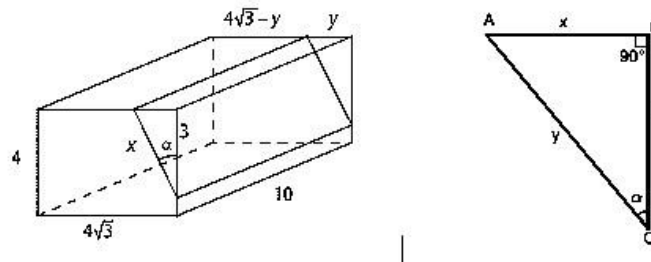


trouver satisfaction aux préoccupations du menuisier en répondant aux questions suivantes :

Consigne 1 : représenter en perspective cavalière la pièce de bois qui a été découpée.

Consigne 2 : Déterminer les dimensions de l'objet fabriqué puis la masse d'objet si le volume de l'objet est 650 kg/m^3 .

On pourra se servir de la figure suivante :



On rappelle que dans un triangle ABC rectangle en B, $\cos(C) = \frac{BC}{AC}$; $\tan(C) = \frac{AB}{BC}$ et $\sin(\hat{C}) = \frac{AB}{AC}$

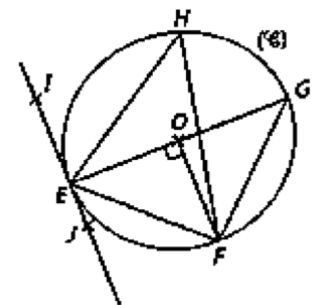
Exercice 2 (06,00points)

Partie A

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Sur la figure ci-contre les points E, F, G, H sont sur le cercle (C) de centre O et de rayon $R = 4$. (IJ) est la tangente en E à (C) .

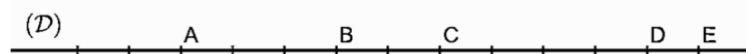
On donne $EJ = 1,5$.

1. Les angles $\angle EHF$ et $\angle EGF$ sont complémentaires.
2. (EF) est la bissectrice de l'angle $\angle JEG$.
3. Le quadrilatère $EOFJ$ est inscriptible.
4. L'aire du triangle EFJ est égale à 1,5.



Soit la figure ci-dessous où A, B, C, D , et E sont cinq points d'une droite (D) régulièrement graduée.

Complete les points par le nombre réel qui convient dans chacun des cas suivants.

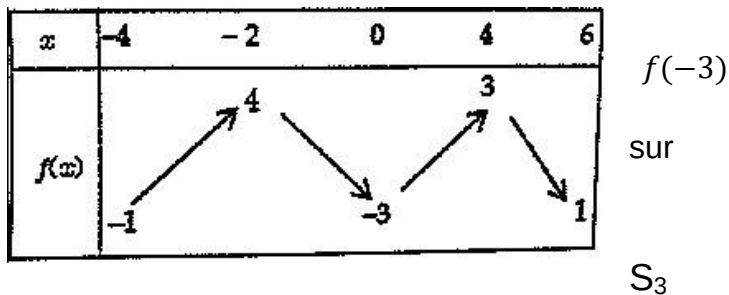


1. $\vec{AB} = \dots\dots \vec{DE}$;
2. $\vec{AB} = \dots\dots \vec{CD}$;
3. $\vec{AB} = \dots\dots \vec{BC}$; 4. $\vec{DE} = \dots\dots \vec{CB}$;

5. $2\vec{AB} + 3\vec{BC} = \dots\dots \vec{CD}$; 6. $2\vec{BC} + \dots\dots \vec{DE} = \vec{0}$.

Partie C
On donne le tableau de variation suivant : En justifiant tes réponses, indique dans chaque cas si l'affirmation est vraie ou fausse ou si le tableau ne permet pas de conclure :

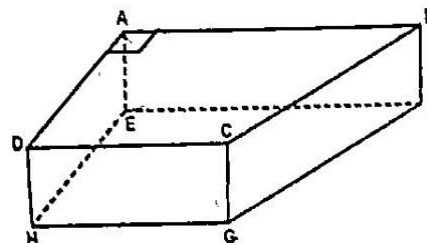
- a. $f(1) < f(3)$ b. $f(1) = 0$.
 c. $f(-2) < f(1)$ d. $f(2) > 3$
 e. < 4 f. $f(-3,5) = f(2)$
 g. $f(0,1) < 0$ h. le minimum de f sur $[-4; 6]$ est -3 .



Exercice 3 Uniquement la 2^{nde} (06,00points)

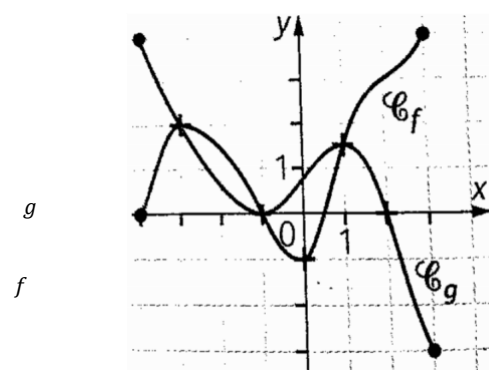
Partie A / On considère la figure ci-contre dont les faces ABCD et EFGH sont des trapèzes rectangles. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier votre réponse.

1. $(EC) \in (ACG)$.
2. La droite (HG) est parallèle à toutes les droites du plan (CBA) .
3. (CB) et (EF) sont sécantes.
4. (EF) et (DC) sont parallèles.



Partie B:/ On a tracé dans le même repère les courbes représentatives (C_f) et (C_g) de deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-4; 3]$.

1. Dresser le tableau de variation de chacune des deux fonctions.
2. Déterminer les points d'intersection des courbes (C_f) et (C_g) avec l'axe des abscisses.
- 3.1. Déterminer les coordonnées des points communs à (C_f) et (C_g) .
- 3.2. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
4. Sur quels intervalles a-t-on $f(x) \geq g(x)$? définir alors $\inf(f(x), g(x))$.
5. Déterminer le signe de f sur l'intervalle $[-4; 3]$.



Exercice 4 Uniquement la 2^{nde} S_1 et S_2 , (06,00points)

Partie A / Soit ABC un triangle.

1. Placer les points I et J tels que : $\vec{AI} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ et $\vec{AJ} = 3\vec{AC}$
2. a. Démontrer que : $\vec{BJ} = 3\vec{IC}$.
- 2.b. Que peut-on dire des droites (BJ) et (IC) .

Partie B/ On donne le polynôme P tel que : $P(x) = x^3 - 7x + 6$.

- 1.1. Justifie qu'il existe un polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) = (x - 1)Q(x)$.
- 1.2. Factorise $Q(x)$ puis en déduire la factorisation de $P(x)$.

Soit la fraction rationnelle F définie par $F(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x+3)}{(1-x)(x+2)}$

- 2.1. Détermine l'ensemble de définition de F puis simplifier F sur son ensemble de définition.
- 2.2. Etudier le signe de $F(x)$ suivant les valeurs de x .

Bon courage !!!

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME – TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2023 - 2024		
	DEVOIR SURVEILLE DU DEUXIEME SEMESTRE		
	EPREUVE : MATHEMATIQUES		
	CLASSE : 1 ^{ère} A	DUREE : 2H	COEF : 2

Exercice1 :(8points)

Koudjo est un joueur de loto. Il disait à son fils Bientini que la semaine prochaine, il va gagner le gros lot. "Le jeu consiste à choisir 6 numéros entre 1 et 49. On est gagnant si au moins trois des numéros choisis figurent dans la liste type ". Bientini ne comprenant pas le jeu de son papa et vient vous voir de l'aider à déterminer le nombre de bulletins possibles et le nombre de bulletin qu'il faut jouer pour être certain d'en avoir au moins un de gagnant.

Exercice2 :(6points)

Partie A/ Choisis la bonne réponse (0,5pt x4)

- 1) $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ est une fonction
 - a) Polynôme ;
 - b) homographique ;
 - c) rationnelle
 - 2) La fonction $g(x) = x^2 - 3x + 10$ sans les barres de la valeur absolue, est égale à
 - a) positive sur $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$;
 - b) strictement négative sur $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$
 - c) admet un zéro
 - 3) La fonction $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} ; x \rightarrow \frac{\sqrt{x+7}}{x^2-1}$ a pour ensemble de définition :
 - a) $] -7; +\infty[\setminus \{-1; 1\}$;
 - b) $] -7; +\infty[$
 - c) $] -7; -1[\cap] -1; 1[$
- a) 120 ; b) 720 ; c) 600 ; d) 480

Partie B/ Répondre par Vrai ou Faux (0 ;5 ptsx4)

- 1) Soit E un ensemble à n élément. Une permutation des n éléments de E est un arrangement des n éléments
- 2) La f la fonction définie de IR vers IR par : $f(x) = \frac{|x^3-5x|}{x-5}$ est paire.
- 3) Soit f une fonction définie en a. Si f admet une limite en a alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
- 4) Soit $h(x) = -x^3 + 3x - 2$. L'intersection de la courbe représentative (Ch) avec l'axe des abscisses donne un seul point A de coordonnées (1 ;0)

Partie C/ Recopie et complète : (0,5ptx4)

- 1) Lorsqu'une fonction admet une(a)..... en x_0 , cette limite est(b).....
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{4x+1} = \dots\dots\dots$ (c).....(2 5)
- 3) $x \rightarrow 0$ Etudier la parité d'une fonction, c'est préciser si cette fonction est ...(d)... ou impaire ou aucun des deux.

Exercice3 :(6points)

Partie A/(2,5 ponts)

- 1) On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{-x+a}{x+b}$ ou a et b sont des réels.

Soit (c) sa courbe. Dans un repère orthonormé (O, I, J).

Déterminer a et b sachant que l'ensemble de définition Df de f est $\mathbb{R} - \{2\}$ et que l'intersection de (C) avec l'axe (OI) est le point A d'abscisse 3. (1pt)

- 2) On pose $a=3$ et $b=+2$

a) Réécrire $f(x)$ et trouver les réels α et β tels que pour tout x de Df , $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-2}$

(1pt)

b) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$

(0,25ptx 2)

Partie C / (3,5 points)

On donne $p(x) = -2x^3 - x^2 + 2x + 1$.

1) Calcule $P'(1)$. Déduis-en que 1 est un zéro de P .

2) Justifier que $P(x) = (x - 1)(-2x^2 - 3x - 1)$.

3) On pose $Q(x) = -2x^2 - 3x - 1$. Détermine les zéros de Q

4) Résous l'équation $P'(x) = 0$. 5) a) Dresse le tableau de signe de P .

b) Déduis-en la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $P(x) \leq 0$.

Bon travail !!!

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME - TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2023 - 2024		
	DEVOIR SURVEILLE DU DEUXIEME SEMESTRE		
	EPREUVE : MATHÉMATIQUES		
	CLASSE : 1 ^{ère} C ₁ & C ₂	DURÉE : 4H	COEF : 5

Exercice 1 (06,00 points)

Partie A Répondre par Vrai ou Faux.

1. On considère les points $A(0,4)$, $B(-3,0)$ et $C(3,0)$.

Une représentation paramétrique du cercle inscrit dans le triangle ABC est

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \cos \theta \\ y = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \sin \theta, \theta \in]-\pi, \pi] \end{cases}$$

(0,5pt) 2. x et y étant deux nombres réels de $[0, \pi]$. Le système :

$$\begin{cases} \cos x \cos y = \frac{\sqrt{3}+1}{4} \\ \sin x \sin y = \frac{\sqrt{3}-1}{4} \end{cases}$$

a pour ensemble solution $S = \left\{ \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{12} \right), \left(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4} \right), \left(\frac{11\pi}{12}, \frac{3\pi}{4} \right), \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{11\pi}{12} \right) \right\}$. (0,5pt)

3. La fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 7(x+1)^2 \cos^2(x)$ a pour dérivée la fonction

$$f'(x) = 2 \left[\cos^2(x) - \frac{1}{2} \sin(2x)(x+1)^2 \right]$$

(0,5pt).

4. Soit A et B deux points du plan tels que $AB = 2\text{cm}$ et (C) le cercle de diamètre $[AB]$; M est un point de (C) . L'ensemble que décrit le centre de gravité G du triangle ABM lorsque M décrit

(C) est un cercle de centre celui de (C) et de rayon $\frac{2}{3}$. (0,25pt)

5. La composée de deux homothéties de centre distinct n'est pas forcément une homothétie.

(0,25pt)

Partie B Choisir la bonne réponse parmi les trois propositions.

1. L'ensemble de définition de la fonction $f: x \mapsto 7 \tan(2x + \pi)$ est :

☐ a $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ ☐ b $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ ☐ c Aucune bonne réponse (0,5pt)

2. La fonction $x \mapsto 7(x-1)\sqrt{x-1}$: ☐ a est dérivable en 1 ☐ b n'est pas définie en 1 ☐ c n'est pas dérivable en 1 (0,5pt)

3. Soit ABC un triangle équilatéral de centre O et de sens direct et R la rotation de centre O transformant A en B .

a L'angle de R est $\frac{\pi}{3}$ ☐ b ABC est invariant par R ☐ c L'angle de R est $-\frac{2\pi}{3}$ ☐ (0,25pt)

4. La composée de deux symétries orthogonales d'axes parall  es est :

☐ a une symétrie ☐ b une translation ☐ c une rotation ☐ (0,25pt)

5. Soit f une fonction continue en un point x_0 . Si f n'est pas dérivable en x_0 , alors :

☐ a f ne peut admettre d'extr  mum en x_0 ☐ b $f(x_0)$ est un extr  mum relatif de f ☐ c aucune réponse n'est juste sauf s'il y a changement de signe en x_0 . ☐ (0,5pt)

Partie C

Compléter le texte suivant par des termes qui conviennent. (Utiliser seulement les lettres et ne pas recopier le texte) (2pts) Le tableau suivant indique les notes obtenues par deux élèves X et Y d'une même classe pour une série de 4 devoirs, a désignant un entier naturel.

Elève	x_i	8	9	15	8
X					
Elève	y_i	7	12	12	a
Y					

Pour que les deux élèves aient la même moyenne, il faut que $a = \dots$ ☐ a $\dots$ Le coefficient de corélation linéaire entre X et Y est $r = \dots$ ☐ b $\dots$ Il n'y a pas donc une $\dots$ ☐ c $\dots$ entre les $\dots$ ☐ d $\dots$ X et Y . Dans ce cas, un $\dots$ ☐ e $\dots$ n'est pas justifié.

Exercice 2 (06,00 points) Partie A

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit m un paramètre réel, et on considère la fonction

$$f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ définie par: } \frac{x^2 + (m+1)x + 1 - m}{x-2}$$

de representation graphique (C_m) .

1. Démontrer que toutes les courbes (C_m) passent par un point A dont les coordonnées ne dépendent pas de m . (0,5pt)

2. Déterminer en fonction de m les nombres réels a , b , et c tels que

$$f_m(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$$

pour $x \neq 2$ puis trouver m pour que (C_m) soit une droite privée du point d'abscisse 2. (0,75pt) 3.

Montrer que pour tout $x \neq 2$,

$$f'_m(x) = \frac{x^2 - 4x - m - 3}{(x - 2)^2}$$

Pour quelles valeurs de m , f_m est-elle strictement monotone sur chaque intervalle où elle est définie? (1pt)

Partie B

Soit la fonction $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x) = f_{-1}(x) + 1$, et (C) sa représentation graphique dans le repère précédent.

1. Dresser tableau de variation g . (1pt)
2. Montrer que la droite d'équation $y = x + 3$ est asymptote à (C) .
Préciser l'équation de l'autre asymptote. (0,75pt)
3. Déterminer l'équation de la tangente (T_0) à la courbe (C) au point $O(0,0)$. Déterminer l'équation de l'autre tangente (T_1) à (C) parallèle à (T_0) . (1pt)

Partie C

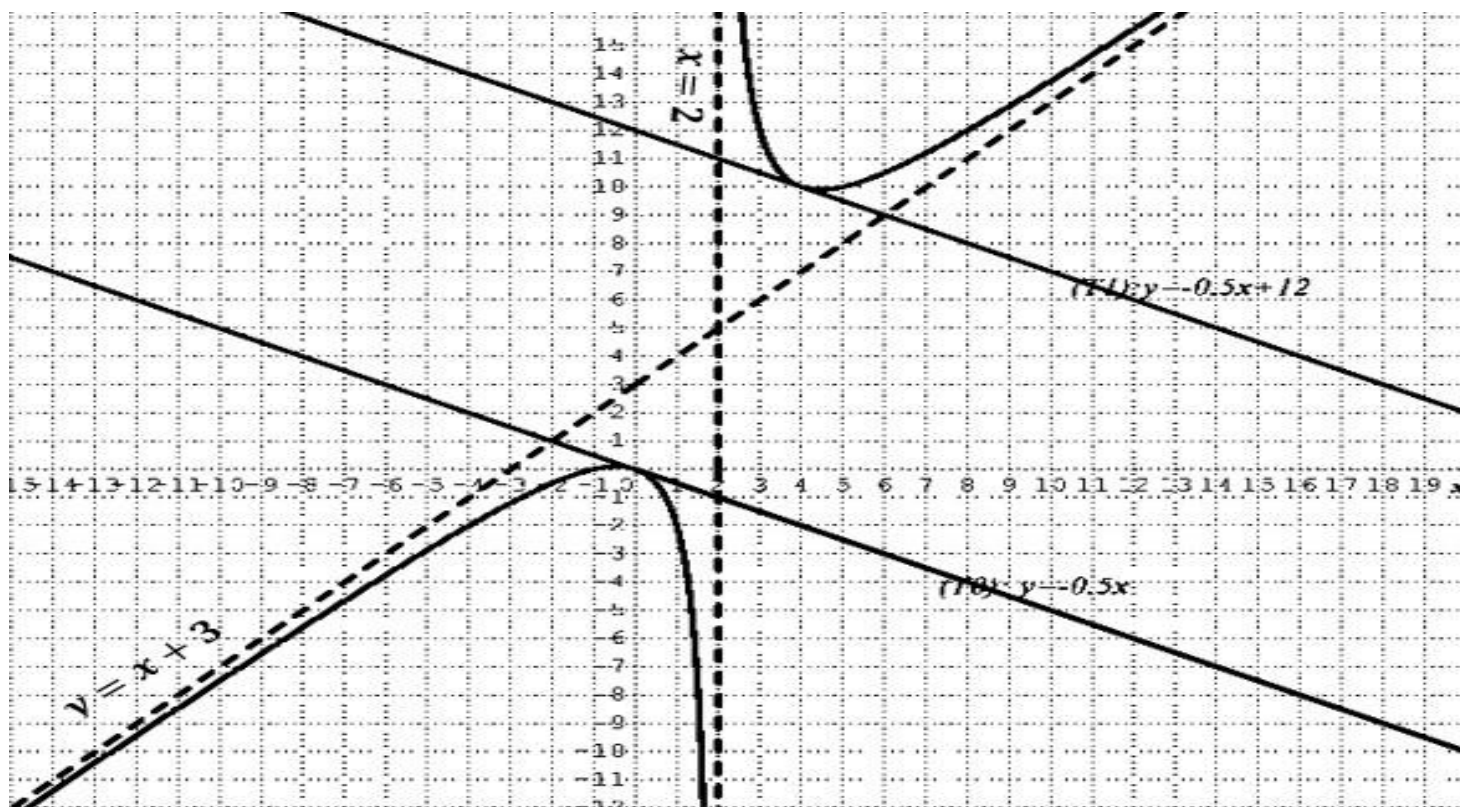
La figure en annexe est la représentation de la courbes (C_h) d'une fonction h

- l'équation de la tangente (T_0) à la courbe (C_h) au point $O(0,0)$ est $(T_0) : y = -\frac{1}{2}x$;
- l'équation de la tangente (T_1) à (C_h) parallèle à (T_0) est $(T_1) : y = -\frac{1}{2}x + \sqrt{12}$

- La fonction h admet deux extremums locaux atteints respectivement en $2 - \sqrt{6}$ et $2 + \sqrt{6}$;
- $h(2 - \sqrt{6}) = 1 + \frac{4\sqrt{2} - 8}{\sqrt{6}} \approx 0,86$; $h(1) = -2$ et $h(-1) = 0$.

1. Soit (D) la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + t$, où t est un paramètre réel.
Déterminer graphiquement, suivant les valeurs de t , le nombre de points d'intersection de (C) et (D) . (0,5pt)
2. Utiliser (C) pour discuter également, suivant les valeurs de t , le nombre de solutions de l'équation : $\vartheta \in [0, 2\pi], \cos(2\vartheta) + 2(1 - t)\cos(\vartheta) + 4t + 1 = 0$. (0,5pt)

lieux, le technicien de l'équipe de forage a détecté que le puits doit être installé dans une zone sous forme d'un triangle équilatéral ABC de côté a , exprimé en dizaines de mètres. Le technicien fait remarquer que l'emplacement idéal du puit point G est à l'intérieur du triangle de telle sorte que le point G soit barycentre des points A, B et C affectés respectivement des coefficients $4, 2, 2$. Il fait aussi remarquer qu'une zone de sécurité doit être observée autour du puits. Il indique que cette zone



Exercice 3 (08,00 points)

Monsieur et Madame Amah possèdent un terrain et souhaitent l'exploiter en culture de produits maraîchers. Pour cela, ils se proposent d'installer un puits en un point G . Après une prospection des correspondances à l'intérieur du cercle tangent à $[BC]$ et passant par A ne doit comporter aucune culture. La famille Amah souhaite cultiver leurs produits maraîchers sur une surface proche du puits. Le technicien leur fait remarquer qu'alors il suffit de choisir la surface correspondant à l'ensemble des points M tel que

$$2a^2 < 2MA^2 + MB^2 + MC^2 < 3a^2.$$

Consigne 1

En tant que fille ou fils aîné de cette famille en classe de première, aidez les parents à situer le point G , à délimiter la surface indiquée par le technicien et vérifiez si cette surface respecte la zone de sécurité.

Consigne 2

En réalité, les travaux du technicien ont été réalisés en fixant $a = 20$ mètres. La culture des produits maraîchers exige en moyenne **5000 F cfa** de dépenses par mètre carré. Les parents ont une somme de *un millions* pour investir dans cette culture. Ils approuvent aussi l'idée d'une bande circulaire autour de la zone de sécurité. Proposez-leur une nouvelle délimitation de la surface de leur culture, en tenant compte de la zone de sécurité.

BAREME

Perfectionnement: 1pt

Consigne 1

Consigne 2

Pertinence	Correction	Cohérence
1,5pts	1,5pt	1pt

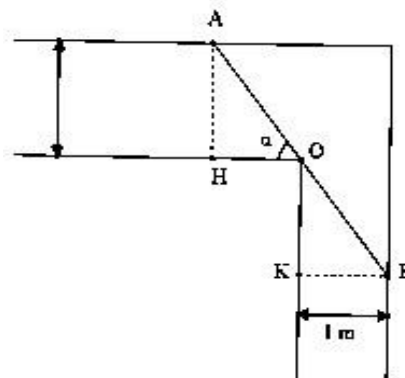
Pertinence	Correction	Cohérence
1pts	1pt	1pt

Ce qui importe, c'est l'effort!!!

LYCEE DE TOKOIN 1 DEVOIR SURVEILLE DU 34 LOME - TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2023 - 2024 BP. 320 - Tél : 22-21-21-		
	DEVOIR SURVEILLE DU DEUXIEME SEMESTRE		
	EPREUVE : MATHEMATIQUES		
CLASSE : PREMIERE D	DUREE : 4H	COEF : 3	

Exercice 1(08,00points)

Au cours d'une séance de travaux dirigés en Physique chimie, des élèves de 1ère D découvrent la figure ci-contre : Cette figure représente un couloir de largeur $\sqrt{3}$ m qui tourne à l'angle droit et cette largeur n'est plus alors que de 1 m. Sur la figure, une droite passe par O fait avec l'un des murs un angle α et coupe les deux autres murs en A et



B ($0 < \alpha < \pi/2$ et $AB = 4$). L'unité de longueur est le mètre. En observant la figure, SOWA, le chef de classe, affirme que l'angle α admet deux valeurs $2\pi/9$ ou $\pi/3$. Par contre, son voisin affirme que α n'a qu'une seule valeur égale à $\pi/3$. Tu es

sollicité pour les départager en répondant aux questions suivantes : **consigne1** : sachant

$AB=OA+OB$, justifier que $AB = \frac{\sqrt{3}\cos\alpha + \sin\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$.

consigne2 : En posant $AB=4$, déterminer les(la) valeur(s) de α et départager les deux

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
consigne1	1pt	1pt	1pt	1pt
Consigne2	1,5pt	1,5pt	1pt	

Exercice 2(06,00points)

1. Répondre par vrai ou faux

1.1. La composée de deux homothéties de même centre, de rapport différents est une homothétie de même centre et de rapport le produit des rapports si le produit est différent de 1 (0,5pt)

1.2. La réciproque d'une homothétie de rapport k est une homothétie de rapport $\frac{1}{k}$. (0,25pt)

1.3. L'application $h:]-\infty; 2] \rightarrow [1; +\infty[$, $x \mapsto x^2 - 4x + 5$ est non bijective. (0,5pt)

1.4. $\sin 2x = \sin x \cos x$ pour tout x réel. (0,25pt)

1.5. Soit $A(x) = \frac{2\sin 4x}{2\cos^2 x - 1}$ avec $x \in \mathbb{R}$, D_A son ensemble de définition. Pour tout $x \in D_A$, on a :

$A(x) = 4\sin 2x$. (0,5pt)

2. Choisir la bonne réponse

2.1. Pour $\cos x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ avec $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$, on a : $\sin x =$

a. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ b. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ c. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ d. aucune réponse. (0,5pt)

2.2. Soit l'équation (E): $\frac{2\sin 4x}{2\cos^2 x - 1} = m$ où m désigne un paramètre réel. La valeur de m pour laquelle cette équation admet des solutions est

a. $m = 6$ b. $m = 2$ c. $m = -5$ d. aucune réponse. (0,5pt)

2.3. Soit f et g deux fonctions définies de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{x+1}$ et $g(x) = \sqrt{x}$, l'ensemble de définition de $f \circ g$ est :

a. $[0; +\infty[$ b. $\mathbb{R}$ c. $\mathbb{R} - \{-1\}$ d. aucune réponse. (0,5pt)

- 2.4. Le point G un barycentre des trois points pondérés (A, α) ; (B, β) et (C, γ) si et seulement si :
 a. $\alpha \neq -(\beta + \gamma)$ b. $\beta \neq \alpha + \gamma$ c. $\gamma \neq -\alpha + \beta$ d. aucune réponse. (0,5pt) 3.

Compléter sans recopier le texte

ABC est un triangle équilatéral de côté a . Soit f l'application définie par :

$$f: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$$

$$M \mapsto 2MA^2 + 5MB^2 - 3MC^2$$

- 3.1. $\forall M \in \mathcal{P}, f(M) = 4MG^2 + \dots(a) \dots$ (0,5pt)
 3.2. L'expression de $f(A)$ en fonction de a est $\dots(b) \dots$ (0,5pt)
 3.3. L'expression de AG^2 en fonction de a est $\dots(c) \dots$ (0,5pt)
 3.4. L'expression de $f(G)$ en fonction de a est $\dots(d) \dots$ (0,5pt)

Exercice 3(06,00points)

Soit la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{2\sin 2x+1}$

- 1.1. Quel est l'ensemble de définition de f ? (0,5pt)
 1.2. La fonction f est-elle paire ? impaire ? justifier. (0,25pt)
 1.3. Démontrer que f est périodique de période π . (0,25pt)
 1.4. Trouver les antécédents de $\frac{1}{2}$ par f . (0,5pt)

2. Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) . Soit h et h' les homothéties dont les expressions

4

analytiques sont respectivement : $\begin{cases} x' = -2x \\ y' = -2y \end{cases}$ et $\begin{cases} x' = \frac{3}{2}x - \\ y' = \frac{3}{2}y \end{cases}$.

- 2
- 2.1. Démontrer que les transformations $h' \circ h$ et $h \circ h'$ sont des homothéties et déterminer leurs expressions analytiques dans le repère (O, I, J) . (1pt)
 2.2. Déterminer les coordonnées des centres de ces homothéties. (0,5pt)

3. Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{-1}{2x|x|} - 2x$.

- 3.1. Montrer que f une application. (0,25pt)
 3. 2.. Etudier la parité de f . (0,25pt)
 4. Soit g la restriction de f à $[0; +\infty[$ et (C_1) sa représentation graphique.
 4.1. Ecrire g sous la forme canonique. (0,5pt)
 4.2. Construire la courbe (C_1) de g . (0,5pt)
 4.3. Déduire la courbe (C) de f . (0,5pt)
 5. Soit m un paramètre réel.
 5.1. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $(E): x \in \mathbb{R} \quad f(x) = m$. (0,5pt)

- 5.2. f est-elle une application : Injective ? Surjective ? Bijective ? justifier chaque réponse. (0,5pt)

Bonne réflexion !!!

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME - TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2023 - 2024		
	DEVOIR SURVEILLE DU DEUXIEME SEMESTRE		
	EPREUVE : MATHEMATIQUES		
	CLASSE : TA	DUREE : 2H	COEF : 1

Exercice 1(04,00points)

- 1) Soit P, le polygone défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$ a)
Calculer $P(2)$. En déduire la factorisation de $P(x)$.
b) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x .
- 2) En déduire dans $\mathbb{R}$, les solutions de l'équation [
 $(2\ln x + \ln(x-1) - (14x - 24) = 0)$].

Exercice 2(04,00points)

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, le système suivant :

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$
- 2) En déduire dans $\mathbb{R}$, la résolution des deux systèmes suivants :

$$(S_1) : \begin{cases} \ln x - 2\ln y = -2 \\ 2\ln x + \ln y = 6 \end{cases}, \quad (S_2) : \begin{cases} \ln x - \ln y^2 = -2 \\ \ln x^2 + \ln y = 6 \end{cases}$$

Problème(12,00points) Partie A

Soit g la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de g .
- 2) Déterminer les nombres réels a, b, c tels que/ pour tout nombre réel x différent de 1,

$$g(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$$

Partie B

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-1}$ et (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) tel que 1 cm représente une unité sur chaque axe.

- 1) Montrer que, pour tout nombre réel x différent de 1, $f'(x) = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$
- 2) Déterminer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x puis dresser le tableau de variation de f .
- 3) a- Démontrer que la droite $(D) : y = x + 2$ est une asymptote à (Cf) b- Démontrer que la droite $(\Delta) : x = 1$ est également une asymptote
- 4) a- Pour tout nombre réel, x différent de 0, démontre que

$$f(1-x) + f(1+x) = 6$$

 b- en déduire que le point $K(1; 3)$ est un centre de symétrie pour (Cf)

Partie C : Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = \ln\left(\frac{x+3}{x-3}\right)$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition Df de f 2)
Calculer les limites de f aux bornes de Df .
- 3) Calculer la dérivée de f puis dresser son tableau de variation.
- 4) Justifier que le point $A(-1; 0)$ est un centre de symétrie pour la courbe représentative de f .
- 5) Tracer la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) .

Bonne réflexion !!!

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME - TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2023 - 2024		
	DEVOIR SURVEILLE DU DEUXIEME SEMESTRE		
	EPREUVE : MATHEMATIQUES		
	CLASSE : TC ₄	DUREE : 4H	COEF : 5

Exercice 1 (07,50 points)

Partie A

(2, 5pts)

Consigne : Choisir sans justification dans l'ordre des numéros la bonne réponse parmi les trois proposées dans chaque cas.

Par exemple si l'affirmation a. du numéro 1. est bonne alors écrire 1.a. sans recopier l'affirmation et sans justifier la réponse.

Une bonne réponse rapporte 0,5 pt, une mauvaise réponse fait perdre 0,25 pt et aucune réponse choisie ne rapporte rien.

Eviter toute surcharge et l'usage de correcteurs.

1. Soit la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} |x-1|^{\sqrt{12}} & \text{si } x \neq 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

Alors f est : ☐ a) dérivable en 1 ☐ b) n'est pas dérivable en 1 ☐ c) Aucune réponse n'est juste

2. la fonction $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}, n \mapsto \frac{3n+2}{n+2}$, a pour ensemble de définition : ☐ a) $\mathbb{N}$ ☐ b) $\{0;2\}$ ☐ c) $\mathbb{N} - \{-2\}$

3. Soit n un entier naturel. La fraction $\frac{3n+7}{5n+2}$ est : ☐ a) irréductible ☐ b) est un entier ☐ c) Aucune des réponses n'est juste

4. Dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, l'équation $(x-5)(x-y) = 25$ admet : ☐ a) un couple de solution ☐ b) deux couples comme solution ☐ c) trois couples de solution

5. L'équation : $x \in \mathbb{Z}, x^2 - 2x + 2 \equiv 0 [37]$ a pour ensemble solution : ☐ a) $S = \{-5;7\}$ ☐ b) $S = \{-5 + 37k; 7 + 37k, k \in \mathbb{Z}\}$ ☐ c) $S = \{32 - 37k; 7 - 37k, k \in \mathbb{Z}\}$

Partie B (2,5pts)

Complétez le texte en utilisant les lettres et ne pas recopier le texte

1. Le chiffre des unités de -2024^{2023} est : ... ☐ a) ...

2. Le plus petit entier admettant 120 diviseurs est : ... ☐ b) ...

3. L'ensemble solution de l'équation : $(x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, 75x - 33y = 2$ est : ... ☐ c) ...

4. L'ensemble $\gamma \rightarrow (1 + 2\cos(\gamma)\ln(\sin(\gamma)))$ est fonction : ... ☐ d) paramétrique... $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$,

5. Un nombre s'écrit $b0a$ en base 5 et abc en base 7. Alors dans le système décimal, ce nombre est : ... [e]

...

6. Pour les travaux de sécurisation, le technicien demande d'acheter du sable qui coûte 15 000 FCFA le mètre cube; ce sable est rempli dans un bac de forme parallépipédique de dimension en mètre

ppcm₂ $(x_2; y) = 440$

$3 \times x \times y$ où x et y sont des entiers naturels qui vérifient le système suivant : $x + y = 4625$ $y < x$

Le montant à dépenser pour l'achat du sable est : ... [f]...

Parite C (2,5pts)

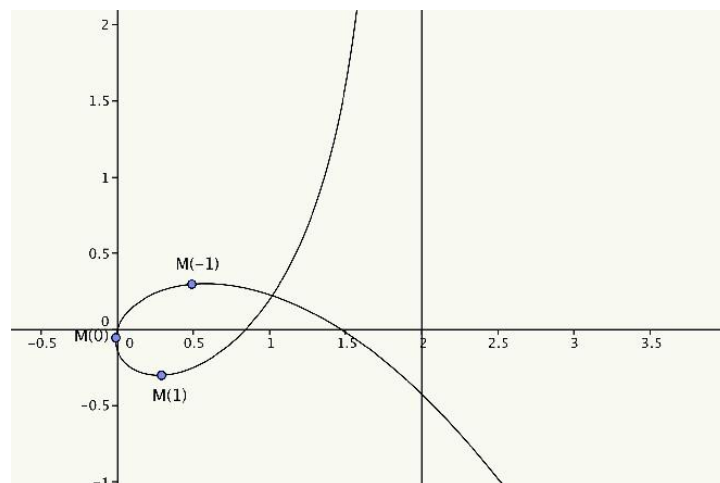
Le plan est muni d'un repère orthonorme $(O, \rightarrow i, \rightarrow j)$

1. Soit f une fonction paramétrique et (C_f) sa courbe. On donne le tableau de variation des fonctions coordonnées de f sur $[0; \frac{\pi}{2}]$.

t	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$x'(t)$	2	+	1	+	0	-	-2
$x(t)$	0		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1		0
$y(t)$	0		1		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		1
$y'(t)$	3	+	0	-	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	-	0

On rappelle que (C_f) admet une tangente $\rightarrow -j$ dirigée par le vecteur $\rightarrow -v(2;3)$; (C_f) est symétrique par rapport à l'axe (O, i) et à l'axe (O, j) .
Tracer la courbe de f qui peut correspondre à ce tableau de variation.

2. Donner le tableau de variations de l'arc paramétré représenté ci-dessous et défini sur $\mathbb{R}$.



Exercice 2 04,50points

Dans le plan $\mathcal{C}$ de rapport orienté centre I le point O est circonscrit. On considère un arc de cercle $\widehat{AOB}$ de mesure α tel que B sur l'arc $\widehat{AOB}$. On a $(\vec{OA}, \vec{OB}) \equiv \alpha [2\pi]$.

On désigne

1. On appelle s la similitude directe de centre I qui transforme A en B .

(a) Déterminer l'angle de la similitude s . **(0,5pt)**

(b) Quelle est la nature du triangle IAB ? **(0,5pt)**

En déduire le rapport de la similitude s . **(0,5pt)**

2. On appelle s_0 la similitude de point d'origine directe de centre K telle que $\vec{KA} = -\frac{1}{2}\vec{KB}$. La droite (IK) recoupe $\widehat{AOB}$ en C . On

(a) Faire une figure. **(1pt)**

(b) Déterminer l'angle de la similitude s_0 .

3. On se propose de déterminer le rapport de la similitude de s_0 .

(a) Montrer que l'égalité $\vec{KA} \cdot \vec{KB} = -\frac{\sqrt{2}}{2} KA \cdot KB$ **(0,5pt)**

(b) On désigne H par le projeté orthogonal de A sur la droite (BK) .

Exprimer KH en fonction de KB . **(0,5pt)**

(c) En déduire $\vec{KA} \cdot \vec{KB} = -\frac{1}{2} KB^2$ **(0,5pt)**

(d) Déterminer le rapport de la similitude s_0 **(0,5pt)**

Exercice 3 (02,00 points)

Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on pose :

$$u_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x) \times (-\sin(x))^n}{1 + \sin(x)} dx$$

1. Déterminer $L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{1 + \sin(x)} dx$. **(0,5pt)**

2. Démontrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} \forall n \geq 0$, puis exprimer u_n en fonction de n . **(1pt)**

3. On pose $a_n = (2n+2)(u_{n+1} - u_n)$, et $b_n = \frac{(-1)^n}{u_{n+1} - u_n}$.

Montrer que la suite a_n est géométrique et que la suite (b_n) est arithmétique. **(0,25pt) × 2 Exercice 4**

(06,00 points)

Le plan (P) est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit u un nombre réel et T_u l'application de (P_0) dans (P) qui à tout point M de (P) de coordonnées (x, y) associe le point M_0 dont les coordonnées

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}(u+1)x + \frac{1}{2}(u-1)y + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y' = \frac{1}{2}(u-1)x + \frac{1}{2}(u+1)y + \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Soit ψ_u l'application linéaire associée à T_u .

1. (a) Déterminer $\psi_u(\rightarrow -i)$ et $\psi_u(\rightarrow -j)$. **(0,5pt)** (b) Pour quelle valeur de u , ψ_u est l'application identique de l'ensemble des vecteurs du plan (P). **(0,25pt)**
2. On suppose que $u = 6$ et on considère les vecteurs : $\vec{e}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i} - \vec{j})$ et $\vec{e}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i} + \vec{j})$.
 - (a) Démontrer que $(O, \rightarrow -e_1, \rightarrow -e_2)$ est repère orthonormé du plan (P). Écrire $\psi_u(\rightarrow -e_1)$ et $\psi_u(\rightarrow -e_2)$ dans la base $(\rightarrow -e_1, \rightarrow -e_2)$. **(1pt)**
 - (b) Soient (X, Y) et (X_0, Y_0) les coordonnées respectives des points M et M_0 dans le repère $(O, \rightarrow -e_1, \rightarrow -e_2)$.
Démontrer que si $M_0 = T_u(M)$ alors $X_0 = X$ et $Y_0 = uY + 1$. **(1pt)**
 - (c) Donner une équation de l'ensemble (D_u) des points invariants par T_u dans le repère $(O, \rightarrow -e_1, \rightarrow -e_2)$. **(0,25pt)**
 - (d) Soit H le point de (D_u) de même abscisse X que M et M_0 dans le repère $(O, \rightarrow -e_1, \rightarrow -e_2)$.
Comparer HM et HM_0 . **(0,5pt)**
3. Donner une équation de l'ensemble (D_u) dans le repère orthonormé direct $(O, \rightarrow -j, \rightarrow -i)$, et caractériser T_u . **(1pt)**
4. Soit (a_n) une suite de l'ensemble $\mathbb{R}$ définie par la relation de récurrence $a_{n+1} = ua_n + 1$ et son premier terme a_0 .
On pose $b_n = a_n - \frac{1}{1-u}$.
 - (a) Montrer que (b_n) est une suite géométrique. En déduire a_n en fonction de n et a_0 . **(0,75pt)**
 - (b) Soit (M_n) une suite de points telles que $M_{n+1} = T_u(M_n)$ avec $M_n \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ et $M_0 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ dans le repère $(O, \rightarrow -i, \rightarrow -j)$.
 - (i) Exprimer x_n et y_n en fonction de n . **(0,5pt)**
 - (ii) Pour quelles valeurs de u , la suite (M_n) admette un point limite. **(0,25pt)**

Ce qui importe, c'est l'effort!!!

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME – TOGO 	Année scolaire : 2023 - 2024		
	DEVOIR SURVEILLE DU DEUXIEME SEMESTRE		
	EPREUVE : MATHÉMATIQUES		
Savoir pour mieux servir	CLASSE : TD	DUREE : 3H30min	COEF : 3

Exercice 1(05,25points)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Soit R la rotation de centre Ω , d'affixe ω et d'angle de mesure θ . Pour tout point M du plan, distinct de Ω , l'image M' de M est définie par : $\Omega M' = \Omega M$ et $(\vec{\Omega M}; \vec{\Omega M'}) = \theta [2\pi]$.

1. Montrer que les affixes z et z' d'un point quelconque M du plan et de son image M' par la rotation R , sont

liées par la relation : $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$. (1pt)

2. On considère les points I et B d'affixes respectives $z_I = 1 + i$ et $z_B = 2 + 2i$. Soit r la rotation de centre B et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$.

a. Donner l'écriture complexe de r .

(0,5pt)

b. On note A l'image de I par r . Calculer l'affixe z_A de A .

(0,5pt)

c. Montrer que les points O , A et B sont sur un même cercle de centre I . En déduire que OAB est un triangle rectangle en A puis donner une mesure de l'angle $(\vec{OA}; \vec{OB})$.

(1,25pts) d. En déduire une mesure de l'angle $(\vec{u}; \vec{OA})$.

(0,5pt)

3. Soit T la translation de vecteur $\vec{IO}$. On pose $A' = T(A)$.

a. Calculer l'affixe $z_{A'}$ de A'

(0,5pt)

b. Quelle est la nature du quadrilatère $OIAA'$?

(0,5pt)

c. Montrer que $\text{ARG}(z_{A'}) = -\frac{\pi}{12}$.

(0,5pt)

Exercice 2(03,50points)

On considère la suite (γ_n) définie par : $\gamma_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$, $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer γ_0 , $\gamma_0 + \gamma_1$ et en déduire γ_1 .

(1,5pts)

2. Calculer $\gamma_n + \gamma_{n+1}$ en fonction de n .

(0,5pt)

3. Montrer que la suite (γ_n) est décroissante et positive.

(0,5pt)

4. Montrer que $\gamma_n \leq \frac{1}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

(0,5pt)

5. En déduire que la suite (γ_n) est convergente et déterminer sa limite.

(0,5pt)

Problème (11,25points)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 4x + 1 - xe^x$. On note par (C_f) sa courbe représentative dans le repère orthonormé : unité graphique est 2cm.

Partie A

1.a. Déterminer $f'(x)$ et $f''(x)$

(0,75pt)

b. Etudier le signe de $f''(x)$ puis établir le tableau de variation de f'

(1,5pts)

c. Montrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution unique α et que $0,79 < \alpha < 0,8$.

(0,75pt)

2.a. Déduire des questions précédentes, le tableau de variation de f

- (préciser les limites en $-\infty$ et en $+\infty$). (1pt)
- b. Montrer que la droite $(D): y = 4x - 1$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$. (0,25pt)
- Etudier la position relative de (C_f) et (D) . (0,5pt)
- c. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution telle que $\frac{3}{2} < \beta < 2$. (0,25pt)
- d. Construire (C_f) et (D) . (1pt)
3. Soit F la fonction définie par $F(x) = (ax + b)e^x$.
- a. Déterminer les réels a et b tels que F soit une primitive de la fonction $x \mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$. (0,5pt)

1 sur 2

- b. Calculer l'aire $A(a)$ de la partie du plan limitée par la courbe (C_f) , la droite (D) , la droite (OJ) et la droite d'équation $x = a$. (0,5pt)
- Quelle est la limite de $A(a)$ lorsque a tend vers $-\infty$? (0,25pt)

Partie B

Pour obtenir une valeur approchée de β on considère la fonction h définie sur $I = \left[\frac{3}{2}; 2\right]$ par

$$h(x) = \ln\left(4 + \frac{1}{x}\right).$$

- 1.a. Montrer que β est une solution de l'équation $h(x) = x$. (0,25pt)
- b. Etudier la variation de h . En déduire que l'image par h de l'intervalle I est inclus dans I . (0,75pt)
- c. Montrer que l'on a $\forall x \in \left[\frac{3}{2}; 2\right], |h'(x)| \leq \frac{1}{10}$. (0,25pt)
- En déduire que $\forall x \in \left[\frac{3}{2}; 2\right], |h(x) - \beta| \leq \frac{1}{10} |x - \beta|$. (0,25pt)
2. Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = \frac{3}{2}$ et pour tout entier n , $U_{n+1} = h(U_n)$.
- a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \in \left[\frac{3}{2}; 2\right]$ et que $\forall n \in \mathbb{N}, |U_{n+1} - \beta| \leq \frac{1}{10} |U_n - \beta|$. (1pt)
- b. En déduire que pour tout entier, $|U_n - \beta| \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{10}\right)^n$. (0,25pt)
- c. Déterminer le plus petit entier naturel n_0 tel que. $|U_n - \beta| \leq 10^{-6}$. (0,5pt)

Bonne réflexion !!!

