

Calculs dans IR :**Exercice 1 :**

Dans chacun des cas suivants, écrire sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalle les ensembles suivants :

$$A = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 14,7\} ; B = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R}^+ \text{ et } |x| \leq 2\} ; C = \{x \in \mathbb{R} / |x| < 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R}^+ \text{ et } |x| > 14,75\} ; E = \{x \in \mathbb{R} / x > -21\} ;$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R}^- \text{ et } |x| > 3,57\} ; G = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R}^- \text{ et } |x| < 4,31\} ;$$

$$H = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R} - [3, +\infty[\} ; I = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R}^+ \cap [-5,6 ; 13,42]\}$$

$$J = \{x \in \mathbb{R} / 5 < x\} \cap \{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{-5}{2}\}$$

Exercice 2 :

Résoudre graphiquement les équations et inéquations

$$a) |x-3| = 4 \quad b) |x+2| \leq 5 \quad c) \left| \frac{x}{3} - 1 \right| = 4 \quad d) |-2x+8| > 8 \quad e) |2x-2| \leq |-2x+4|$$

$$f) \left| \frac{x}{3} + 1 \right| \geq \left| \frac{1}{3}x - 4 \right| \quad g) |4-3x| = 5$$

Exercice 3 :

1) a) Trouver le centre et le rayon des intervalles suivants : $[0 ; 5]$; $]-3 ; 2[$;

$$]-4 ; 0,5[$$
 ; $[-\sqrt{2} ; \sqrt{5}]$

b) Trouver l'origine et l'extrémité des intervalles suivants : $\bar{I}(0;3)$; $\bar{I}(2;5)$; $\bar{I}(\frac{1}{2};1)$; $\bar{I}(-3;2)$

2) Donner l'intersection et la réunion des intervalles I et J dans chacun des suivants :

$$a) I =]-3 ; 7] \text{ et } J = [1 ; +\infty[\quad b) I =]-\infty ; 4[\text{ et } J = [4 ; 10] \quad c) I = [\frac{2}{3} ; \frac{4}{5}] \text{ et } J =]\frac{5}{7} ; \frac{3}{4}]$$

3) Simplifier et donner le résultat sous forme d'un produit de puissances a,b,c (a,b,c ∈ ℝ)

$$E = \frac{(a^{-2}b)^4 \times (-a^2b)^{-1}}{(-ab^{-1})^{-3}} ; F = \frac{(-ab^2)^2 \times (ab^{-1})^3 \times (-a^2b)}{-a^2c^{-5} \times (-a^{-1}bc^2)^3}$$

4) Simplifier et donner le résultat sous forme d'un produit de puissances d'exposants positifs des nombres premiers :

$$A = \frac{49 \times (105)^2 \times 32}{(100 \times 7)^3} ; B = \frac{(4^{-3} \times 10^2)^2 \times 75^{-3}}{4000^{-1} \times 16} ; C = \frac{(-2^3) \times 24^3}{27^2 (-16)^4}$$

Exercice 4 :

1) Calculer :

$$A = \sin^2 \frac{\pi}{15} + \cos^2 \frac{\pi}{15} + (2, \underline{12} \dots)^2 + (1, \underline{23} \dots) ; B = (0, \underline{3} \dots)^2 + (0, \underline{6} \dots) + \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ ;$$

$$C = (0, \underline{6} \dots)^2 + \sin^2 20^\circ + \sin 70^\circ$$

2) Soit $x = -1, \underline{32} \dots$ et $y = 2, \underline{14} \dots$

a) Donner une écriture sous forme de fraction irréductible de x et de y.

- b) Calculer $x + y$; $x - y$; xy en sous forme de fraction irréductible .
 c) En déduire $A = (x+y)(x-y) + xy$
 3) Mettre A, B et C sous forme de fraction de fraction irréductible

$$A = \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - 2\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3} - 1\right) ; B = \left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \left(\frac{1}{4} - 3\right)\left(2 + \frac{1}{5}\right) ; C = 5 - 6 \times \frac{\left(\frac{5}{9} - \frac{1}{3}\right)\left(3 - \frac{1}{2}\right)}{\frac{2}{3} - 4} + \left(\frac{1}{6} + \frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right)$$

- 4) Faire un schéma dans chacun traduisant le système d'inégalités et donner l'ensemble solution du système :

$$a) \begin{cases} x < 7 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x \geq -3 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ -7 < x < 10 \end{cases}$$

Exercice 5 :

- 1) Calculer les expressions suivantes :

$$B = \frac{2 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{2}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$C = \sqrt{(-3)^2 \left(\frac{-2}{9}\right)^3 \left(\frac{-1}{2}\right)}$$

Les résultats obtenues sont ils des entiers ? des décimaux ? des rationnels ? des réels ?

- 2)a) Comparer des réels $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ et $2 - \sqrt{3}$.

- b) En déduire la comparaison de $\frac{7}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ et $\frac{7}{2 - \sqrt{3}}$

- 3) Comparer $\frac{23}{99}$ et $\frac{231}{990}$ puis $a^2 + b^2$ et $2ab$ avec $a, b \in \mathbb{R}$

- 4) Soit a un nombre réel

- a) On suppose $0 < a < 1$

- Comparer : a et a^2 ; a et $\sqrt{a}$ et a et $\frac{1}{a}$

- Ranger dans l'ordre croissant : 1, a, $\sqrt{a}$, a^2 et $\frac{1}{a}$

- b) On suppose que $a > 1$

Ranger dans l'ordre croissant : 1, a, $\sqrt{a}$, a^2 et $\frac{1}{a}$

Soit $\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ Déterminer son inverse $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$ et $\varphi^2 = \varphi + 1$