

Equations-Inéquations-Systèmes

Exercice 0.1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\begin{array}{lll} 1) 5(3-x) - 2(3-2x) = 4(x+3) & 2) \frac{x}{2} + 3x = 1 - \frac{x}{3} & 3) \frac{3x-5}{8} - \frac{2x-1}{3} = \frac{3-x}{12} \\ 4) (x-5)(2x+7) = 0 & 5) (x+2)^2 + (2x+4)(x-3) = 0 & 6) (2x-1)^2 - 9 = 0. \end{array}$$

Exercice 0.2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\begin{array}{llll} a) 3x^2 - 5x = 0 & b) 4x^2 - 1 = 0 & c) x^2 + 9 = 0 & d) -x^2 + 2x + 3 \\ f) 3x^2 + 5x - 2 = 0 & g) 2x^2 - 3x + 1 = 0 & h) x^2 + 2x + 4 = 0 & i) -x^2 + x + 3 \\ & & & j) -3x^2 - 3x + 4 = 0 \end{array}$$

Exercice 0.3 Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$a) 3x + y = -2; \quad b) -2x + 5y - 7 = 0; \quad c) \sqrt{3}x + 2y = 5\sqrt{3}; \quad d) \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3}.$$

Exercice 0.4 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$a) 8x - (2x - 3) > 5x + 3; \quad b) \frac{2}{3}(x - 3) \leq 7 - 2(3 - x); \quad c) \frac{5x-7}{9-x} \leq 0; \quad d) \frac{3x+2}{x-2} > 1.$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$a) 3x^2 - 5x + 2 < 0; \quad b) x^2 + x + \frac{1}{4} \geq 0; \quad c) 7x < 2x^2 + 6; \quad d) -9x^2 + 6x - 1 \geq 0; .$$

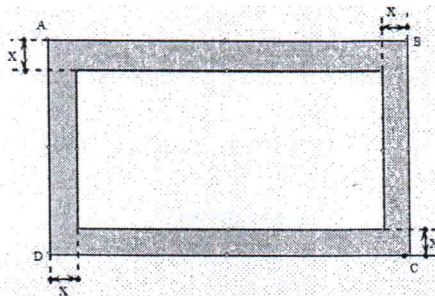
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$a) \frac{x^2 - x - 4}{2x^2 - x - 3} > 2; \quad b) \frac{x-2}{x+1} < \frac{2x+5}{x}; \quad c) \frac{3x-1}{x^2-1} \geq \frac{2}{x+1}; \quad d) \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} \leq \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4}.$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$\begin{array}{ll} a) (x-5)(x^2 - 12x + 24) \geq 0; & b) (x^2 + 3x + 5)^2 > 16; \\ c) (x+1)(2x^2 - 4x + 2) \leq (x+1)(x^2 - 2); & d) (x+1)(x^2 - 2) \leq 2x^2(x^2 - 2). \\ e) \begin{cases} \frac{2x^2 - 3x + 8}{x-2} \leq 0 \\ \frac{4x+2}{x-1} - \frac{2x+1}{x+1} \geq 0 \end{cases} & e) \begin{cases} \frac{-x^3 + 4x - x - 2}{x-7} > 0 \\ \frac{x+5}{x+1} < 0 \end{cases} \end{array}$$

Exercice 0.5 Un rectangle ABCD a pour dimension $AB = 2$ et $BC = 1$. Déterminer la longueur x de la bande hachurée pour que l'aire de cette bande soit égale à la moitié de l'aire du rectangle ABCD



Exercice 0.6 1. Soit l'équation : $x \in \mathbb{R}; x^2 + px + q = 0$.

Déterminer les nombres réels p et q de façon que p et q soient solutions de cette équation.

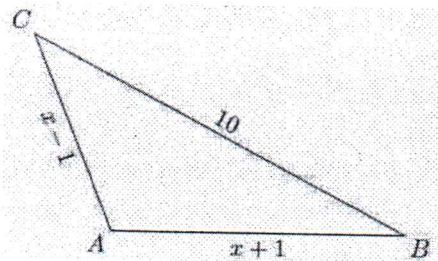
2. Soit l'équation $E(x) : x^2 + 7x - 4 = 0$.

a) Démontrer que $E(x)$ admet 2 solutions x_1 et x_2 sans les calculer.

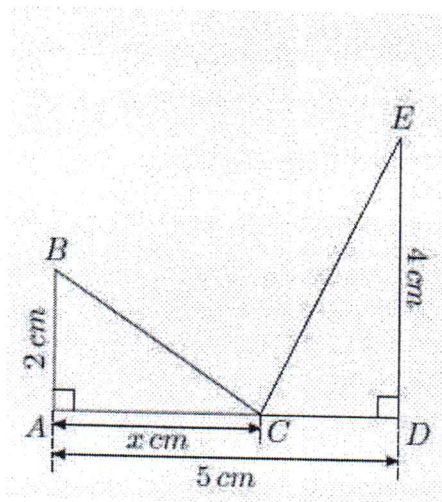
b) Calculer $\frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1}$

c) Former l'équation dont les racines sont : $X_1 = \frac{x_1^2 + x_2}{x_2}$ et $X_2 = \frac{x_2^2 + x_1}{x_1}$

Exercice 0.7 Soit x un nombre réel strictement supérieur à 9. Déterminer la ou les valeurs de x pour lesquelles le triangle ABC est rectangle.



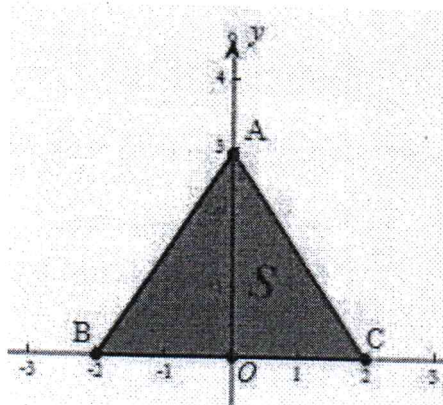
Exercice 0.8 Dans le plan, on considère deux triangles ABC et EDC respectivement rectangles en A et D tels que les points A, C, D soient alignés. On note x la distance en cm séparant les points A et C



1. Exprimer en fonction de x la longueur du segment $[BC]$.
2. a) Résoudre l'équation : $x^2 + 4 = (5 - x)^2 + 16$
b) En déduire la valeur de x pour laquelle les longueurs CB et CE soient égales.

Exercice 0.9 Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \hat{i}, \hat{j})$, on dispose de la surface S hachurée (figure ci-dessous).

1. Trouver la relation donnant chacun de ses côtés.
2. Calculer son périmètre et son aire.
3. Trouver la relation correspondant à la surface S



Exercice 0.10

Exercice 0.11 Le champ rectangulaire de Monsieur Coulibaly a pour périmètre 28 m et ayant une aire (surface) de 12 m^2 . Trouver les dimensions de ce champ ?

Exercice 0.12 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations irrationnelles suivantes :

- a) $\sqrt{3x+1} = 4-x$; b) $x - \sqrt{2x+1} = 7$; c) $\sqrt{-x^2+4x+5} = x-6$; d) $\sqrt{x^2+1} - 2x + 1 = 0$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a) $|3x - 1| = |x + 5|$; b) $|7 - x| = 2$; c) $|3x - 2| = x^2$; d) $|2x - 5| = x + 3$;
e) $|4x^2 - x - 9| = |2x^2 - 5x - 3|$.

Exercice 0.13 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- a) $|x - 1| \leq |2x + 3|$; b) $|2x - 1| < 3$; c) $|x - 1| < 2x + 3$; d) $|x + 2| \geq 3x - 4$; e) $3|2x + 1| \leq 4|x - 2|$;
f) $|x^2 - 5x + 10| \leq |x^2 - 9x + 14|$.

2. On donne $f(x) = |2x - 1| + |1 - x|$.

a) Exprimer $f(x)$ sans les symboles de la valeur absolue.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.

3. Même question pour $g(x) = |2x + 1| + |x - 3| + 3x + 1$.

Exercice 0.14 Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes d'équations suivantes :

1. Utiliser la méthode du déterminant :

$$a) \begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} 3x + 15y = -1 \\ 2x + 10y = 1 \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} x + (\sqrt{2} - 1)y = 1 \\ (\sqrt{2} + 1)x + y\sqrt{2} = 2 \end{cases} ; \quad d) \begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{4} = 7 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

2. Utiliser la méthode voulue :

$$a) \begin{cases} \frac{2y-3}{3-2y} + \frac{3-2y}{4y-3x-7} = \frac{5y-6}{5-3y} \\ \frac{6}{10} = \frac{10}{4} \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} 0,4x - 0,7y = 1,5 \\ 0,6x + 0,5y = 0,7 \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} 2x + 1 = 0 \\ 3y - 4 = 0 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{5} \\ \frac{x+1}{3} = \frac{y-5}{4} \end{cases}$$

3. Soient a et b , deux réels du système d'équations à deux inconnues (x, y) tels que : $\begin{cases} y = -2ax - 5b \\ y = -2bx - 3a \end{cases}$.

a) Déterminer les réels a et b pour que le couple $(2, -1)$ soit solution du système.

b) Vérifier graphiquement.

Exercice 0.15 Déterminer les nombres réels a et b de manière que, si l'on pose $f(x) = ax + b$, on ait :
 $f(2) = 10$ et $f(-1) = 1$.

Même question si $f(\frac{1}{3}) = 1$ et $f(2) = 6$

Exercice 0.16 Résoudre, dans $\mathbb{R}^2$, et discuter suivant les valeurs du nombre réel m les systèmes linéaires en x et y

$$a) \begin{cases} mx + y = 3m \\ x + my = m + 1 \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} mx + (m-1)y = 4 \\ (m-2)x + my = m + 2 \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} 2x - my = m + 3 \\ 4x - 2my = m - 1 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} (m-1)x + 3(m-1)y = m + 2 \\ x + (m-1)y = 3 \end{cases}$$

Exercice 0.17 1. Résoudre graphiquement chacun des inéquations suivantes :

$$a) x + y > 0 ; \quad b) x - y + 4 \leq 0 ; \quad c) 2x - 3y \leq 5 ; \quad d) \frac{x}{3} - \frac{y}{5} \geq \frac{5x + y}{15}$$

2. Résoudre graphiquement chacun des systèmes d'inéquations suivantes :

$$a) \begin{cases} x - 2y + 2 < 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ 2x + 2y + 3 < 0 \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} x - y \geq 5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} ; \quad d) 3 \leq 2x + 3y < 6.$$

Exercice 0.18 (mise en équation)

1. Trouver trois nombres paires consécutifs ayant pour somme 78.

2. Dans une ferme qui contient uniquement des poules et de lapins. Adja a compté 40 têtes et 104 pattes. Quel est le nombre de chacune de ses espèces.

3. Mariam loue une salle à 53 170 F pour organiser un spectacle. Chaque billet d'entrée est vendu 200 F. Dans le souci de faire de bénéficier dans cette affaire, elle demande à son fils N'golo 10^{ème} CM de lui trouver à partir de quel nombre de spectateurs aura-t-elle des bénéfices ?

4. « l'âne et le cheval »

Un âne et un cheval chargés de sacs également pesants font chemin ensemble. L'âne se plaignant de sa charge, le cheval lui : « De quoi te plains-tu ? Si je prenais un de tes sacs, je serais deux fois autant que toi, et si tu prenais un des miens, je serais encore aussi chargé que toi ». Combien de sacs porte chaque animal ?

Exercice 0.19 1. Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{aligned} a) & \begin{cases} 3x - y + 2z = 13 \\ x + 3y - 5z = -16 \\ 4x + 2y - z = 3 \end{cases} ; \quad b) \begin{cases} x + 2y - z = 8 \\ 2x + y + 2z = -2 \\ x + y + 3z = -6 \end{cases} ; \quad c) \begin{cases} 2x - y + z = 10 \\ x + 3y - 4z = 0 \\ 3x - 5y + 6z = 16 \end{cases} ; \\ d) & \begin{cases} 2x + 2y + z = 7 \\ x + 2y + 2z = 11 \\ 2x + y + 2z = 12 \end{cases} . \end{aligned}$$

2. Utiliser une transformation d'écriture ou un changement de variable pour résoudre les systèmes

suivants : a) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 152 \\ x^2 - xy + y^2 = 19 \end{cases}$; b) $-1 \leq \frac{2x-5}{x+1} \leq 1$; c) $\begin{cases} x + y = \frac{9}{2} \\ xy = 5 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x^2 - y = 3 \\ y^2 - x = 3 \end{cases}$.

Exercice 0.20 Adama dit à son camarade : « j'ai aujourd'hui le tiers de l'âge de mon grand-père diminué de 9 ans, il y a de cela 10 ans, la moitié de l'âge de mon grand-père augmenté de 9 ans valait l'âge que mon père avait alors. Aujourd'hui la somme de mon âge, de celui de mon père et de mon grand-père vaut 137 ans ». Quel est l'âge de Adama, de celui de son père et de son grand père ?

Exercice 0.21 Fatou se rend au marché de Sikasso pour acheter des bananes, des mangues et des ananas chez une vendeuse dont les prix à l'unité sont respectivement 15 F, 20 F et 35 F. Elle a acheté au total 26 fruits et a dépensé une somme de 675 F. Elle se rend contre que chez une autre vendeuse le prix à l'unité des bananes est de 5 F, celui des mangues est de 10 F et celui des ananas est de 30 F. Elle aurait pu acheter chez cette dernière les mêmes quantités de fruits et aurait dépensé seulement 475 F. Déterminer le nombre de fruits de chaque sorte.