

SECOND DEGRÉ (Partie 1)

I. Fonction polynôme de degré 2

1) Définition

Exemples et contre-exemples :

- $f(x) = 3x^2 - 7x + 3$
- $g(x) = x^2 - 5x + 4$
- $h(x) = 4 - 2x^2$
- $k(x) = (x - 4)(5 - 2x)$ sont des fonctions polynômes de degré 2.

- $m(x) = 5x - 3$ est une fonction polynôme de degré 1 (fonction affine).
- $n(x) = 5x^4 - 3x^3 + 6x - 8$ est une fonction polynôme de degré 4.

Définition : On appelle fonction polynôme de degré 2 toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

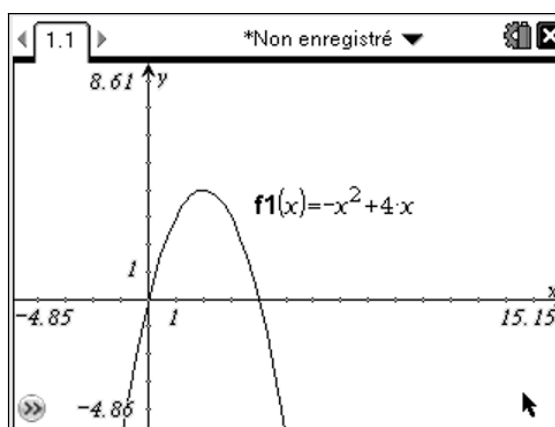
où les coefficients a , b et c sont des réels donnés avec $a \neq 0$.

Remarque :

Une fonction polynôme de degré 2 s'appelle également fonction trinôme du second degré ou par abus de langage "trinôme".

2) Représentation graphique

Exemple :

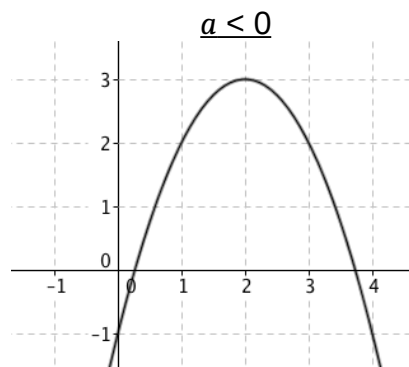
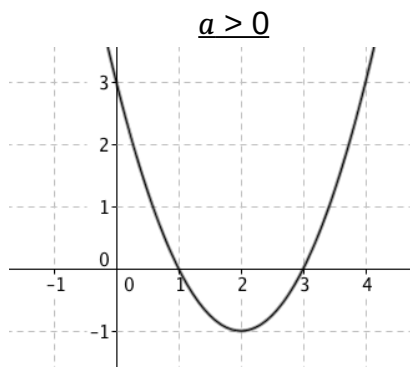


La représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 est une parabole.

Propriétés :

Soit f une fonction polynôme de degré 2, telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- Si a est positif, f est d'abord décroissante, puis croissante : « cuvette ». 
- Si a est négatif, f est d'abord croissante, puis décroissante : « colline ». 

II. Résolution d'une équation du second degréExemple :

L'équation $3x^2 - 6x - 2 = 0$ est une équation du second degré.

Définition : Une équation du second degré est une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où a , b et c sont des réels avec $a \neq 0$.

Définition : On appelle discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$, le nombre réel, noté Δ , égal à $b^2 - 4ac$.

Exemple :

Le discriminant de l'équation $3x^2 - 6x - 2 = 0$ est :

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 36 + 24 = 60. \text{ En effet, } a = 3, b = -6 \text{ et } c = -2.$$

Propriété : Soit Δ le discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$.

- Si $\Delta < 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution réelle.
- Si $\Delta = 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a une unique solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$.
- Si $\Delta > 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Remarque :

Les solutions d'une équation du second degré s'appellent les racines de $ax^2 + bx + c$.

Méthode : Résoudre une équation du second degré

Résoudre les équations suivantes :

a) $2x^2 - x - 6 = 0$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

c) $x^2 + 3x + 10 = 0$

a) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - x - 6 = 0$:

$$a = 2, b = -1 \text{ et } c = -6 \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 1 + 48 = 49.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2 \times 2} = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2 \times 2} = 2$$

b) Calculons le discriminant de l'équation $4x^2 - 12x + 9 = 0$:

$$a = 4, b = -12 \text{ et } c = 9 \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 9 = 144 - 144 = 0.$$

Comme $\Delta = 0$, l'équation possède une unique solution :

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2 \times 4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

c) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 + 3x + 10 = 0$:

$$a = 1, b = 3 \text{ et } c = 10 \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times 10 = 9 - 40 = -31.$$

Comme $\Delta < 0$, l'équation ne possède pas de solution réelle.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales