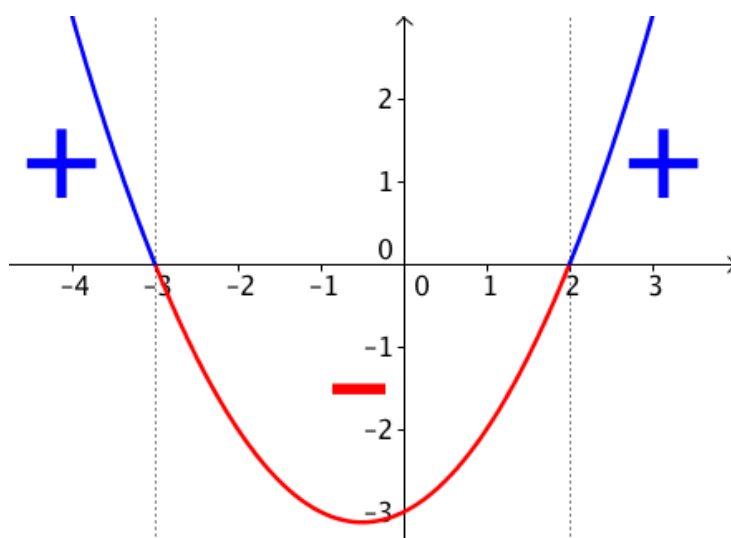


SECOND DEGRÉ (Partie 2)

I. Lecture graphique du signe d'une fonction

1) Tableau de signes

On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction f .



On lit graphiquement que la courbe se situe au dessus de l'axe des abscisses sur les intervalles $] - \infty ; - 3]$ et $[2 ; + \infty [$.

Ainsi, sur ces intervalles, la fonction f est positive.

On observe de même que la fonction f est négative sur l'intervalle $] - 3 ; 2 [$.

On peut donc dresser le tableau de signes de la fonction f :

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

2) Résolution graphique d'une inéquation

On déduit de l'étude précédente que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ est : $S =] - \infty ; - 3] \cup [2 ; + \infty [$.

On a également que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$ est : $S =] - 3 ; 2 [$.

II. Signe d'un polynôme du second degré

1) Exemples

a) Soit la fonction f , telle que : $f(x) = x^2 + 3x + 5$.

- On $a = 1 > 0$, donc la parabole est tournée dans le sens « cuvette ».

- Le discriminant de $x^2 + 3x + 5$ est :

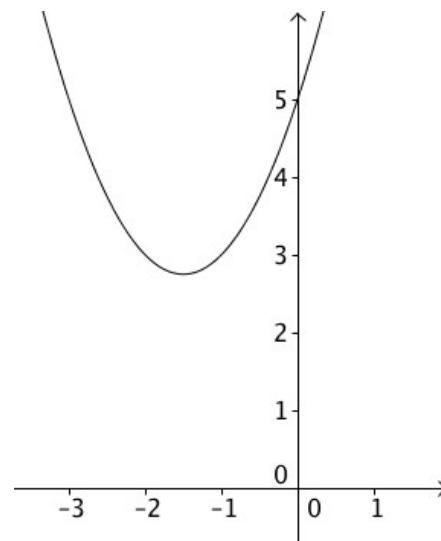
$$\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 5 = 9 - 20 = -11 < 0$$

L'équation $x^2 + 3x + 5 = 0$ n'a pas de solution.

La parabole ne traverse donc pas l'axe des abscisses.

Elle est donc située au dessus de l'axe des abscisses.

On en déduit que $x^2 + 3x + 5$ est toujours positif.



b) Soit la fonction f , telle que : $f(x) = -x^2 + 4$.

- On $a = -1 < 0$, donc la parabole est tournée dans le sens « colline ».

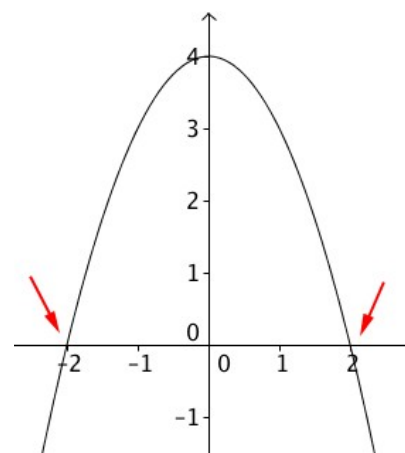
- Le discriminant de $-x^2 + 4$ est :

$$\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 16 > 0$$

L'équation $-x^2 + 4 = 0$ admet deux solutions donc la parabole traverse l'axe des abscisses en deux points.

La parabole est donc située au dessus de l'axe des abscisses entre ces deux points.

On en déduit que $-x^2 + 4$ est positif pour x compris entre les abscisses de ces deux points et négatif ailleurs.



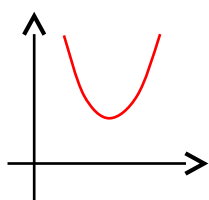
2) Cas général

Soit f une fonction polynôme du second degré, telle que : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

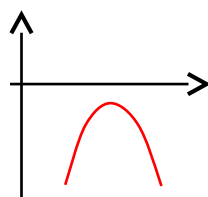
a) Cas où $\Delta < 0$

Dans ce cas, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution donc la parabole ne traverse pas l'axe des abscisses.

Selon le signe de a , elle est soit au dessus, soit en dessous de l'axe des abscisses.

Si $a > 0$ 

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

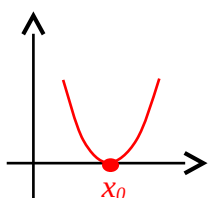
Si $a < 0$ 

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	-	

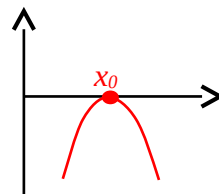
b) Cas où $\Delta = 0$

Dans ce cas, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet une unique solution donc la parabole admet son extremum sur l'axe des abscisses.

Selon le signe de a , elle est soit au dessus, soit en dessous de l'axe des abscisses.

Si $a > 0$ 

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

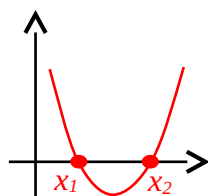
Si $a < 0$ 

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

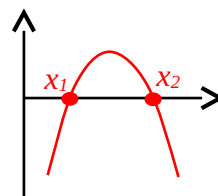
c) Cas où $\Delta > 0$

Dans ce cas, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions donc la parabole traverse l'axe des abscisses en deux points.

Selon le signe de a , on a :

Si $a > 0$ 

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Si $a < 0$ 

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

III. Résolution d'une inéquation du second degré

Méthode : Résoudre une inéquation

Résoudre l'inéquation suivante : $3x^2 + 6x - 9 > 0$

- On commence par résoudre l'équation $3x^2 + 6x - 9 = 0$.

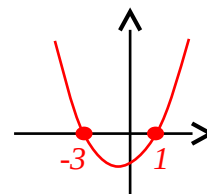
Le discriminant de $3x^2 + 6x - 9$ est $\Delta = 6^2 - 4 \times 3 \times (-9) = 36 + 108 = 144$.

Les solutions de l'équation $3x^2 + 6x - 9 = 0$ sont :

$$x_1 = \frac{-6 - \sqrt{144}}{2 \times 3} = \frac{-6 - 12}{6} = -3 \text{ et } x_2 = \frac{-6 + \sqrt{144}}{2 \times 3} = \frac{-6 + 12}{6} = 1$$

- On dresse ensuite le tableau de signes :

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$3x^2 + 6x - 9$	+	0	-	0	+

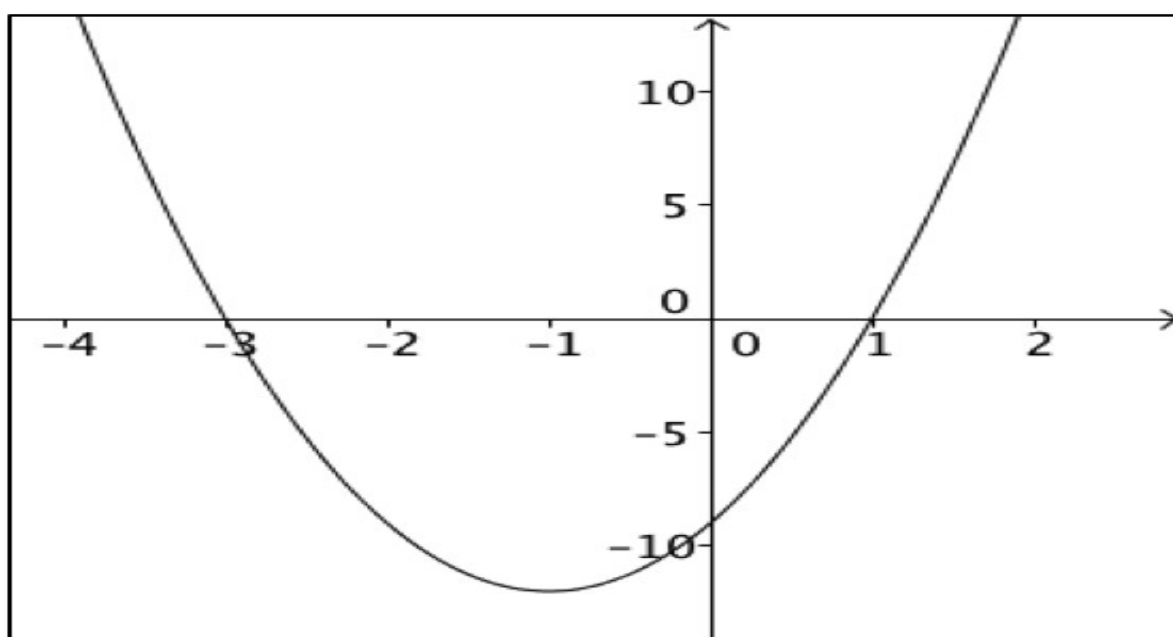


$3x^2 + 6x - 9$ est strictement positif sur les intervalles $]-\infty; -3[$ et $]1; +\infty[$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $3x^2 + 6x - 9 > 0$ est donc $]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$.

Une vérification à l'aide de la calculatrice n'est jamais inutile !

On peut lire une valeur approchée des racines sur l'axe des abscisses.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales