

COMPOSITION DU 1^{er} TRIMESTRE 2013 – 2014

EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES

SERIE : 11^{ème} STI

DUREE : 03H

COEF :

Exercice 1: (5points)

1. Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ chacune des équations et inéquations suivantes :

a) $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}$; b) $\cos 2x \leq -\frac{1}{2}$; c) $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$.

2. Transformer en somme sinx cosy puis en déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ du système :

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ 4 \sin x \cos y = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Exercice 2 : (4points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $\frac{x-1}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 2 + \frac{x+1}{x-1}$; b) $\frac{1}{2} \sqrt{4x^2 - x - 5} \geq x + 1$.

2. a) Résoudre l'équation : $x^2 - 3x - 108 = 0$.

b) Un héritage qui s'élève à 20250000F doit être partagé également entre un certain nombre de personnes. Trois héritiers viennent être exclus et par ce fait la part de chacun des autres est augmentée de 562500F. Combien y avait-il d'héritier ?

Exercice 3 : (5points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants : a) $\begin{cases} x + y = 2\sqrt{3} \\ xy = 2 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 19 \\ y - 3 = -x - 2 \end{cases}$.

2. a) Résoudre par la méthode de Gauss le système : $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - 3y - 4z = 4 \\ x - y - 3z = 0 \end{cases}$ où x, y, z sont des réels.

b) Déduire de la question a) la résolution du système : $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y-2} + z = 1 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y-2} - 2z = 4 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y-2} - \frac{3}{2}z = 0 \end{cases}$.

Exercice 4 : (6points)

On considère l'équation (E) : $x \in \mathbb{R}$, $(m-2)x^2 - 2(m-5)x + m - 15 = 0$ et $m \in \mathbb{R}$

1. Résoudre (E) pour $m=2$. Dans la suite on supposera $m \neq 2$; x' et x'' désignent les solutions éventuelles de (E).

2. Discuter suivant les valeurs de m , l'existence et le signe des solutions de (E).

Existe-t-il des valeurs de m telles que (E) admet deux solutions x' et x'' vérifiant :

a) x' et x'' sont distinctes et positives ?

b) x' et x'' sont de signes contraires ?

3. Etablir une relation indépendante de m entre x' et x'' .

Utiliser cette relation pour déterminer x'' lorsque $x'=0$.