

Module4 : NOTION DE SUITES NUMERIQUES

I) INITIATION AU PRINCIPE DU RAISONNEMENT PAR RECURRENCE :

Enoncer du principe par récurrence

Soit $P(n)$ une propriété liée à un entier naturel n . Pour démontrer qu'une propriété P est vraie pour tout entier naturel n on procède comme suite :

- ✓ Vérifier que $P(n_0)$ est vraie
- ✓ On suppose que la propriété est vraie jusqu'au rang n
- ✓ On démontre que la propriété est vraie au rang $(n+1)$ et on conclue que pour tout entier naturel la propriété $P(n)$ est vraie.

Application

Démontrer par récurrence la propriété suivante : $1+2+3+\dots+N = \frac{N(N+1)}{2}$

Démontrer par récurrence la propriété suivante :

$$1^2+2^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}; \forall n \in \mathbb{N}^*$$

II) ETUDE DE LA NOTION D'UNE SUITE NUMÉRIQUE :

1) Définition d'une suite

On appelle suite numérique toute fonction U de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$.

L'image de l'entier naturel par la suite U est notée U_n au lieu de $U(n)$. on peut donc écrire que $U : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

$$n \mapsto U(n)$$

U_n se lit « U indice n »

U_n est appelé le terme de rang n de la suite (U) ou terme général.

U_0 s'il existe est le premier terme de la suite

U_1 est appelé terme de rang 1

Exemple : Soit U_n une suite définie par pour tout entier naturel non nul n :

$$U_n = \frac{2n}{n^2+1}$$

1°/ Calculer le premier terme de la suite (U_n).

2°/ Quelles sont les termes de rang 1 ; 2 ; 5 et 6.

2) Différentes modes de détermination d'une suite

a) Suites définies par une formule explicite

On peut définir une suite numérique par la donnée d'une formule explicite qui détermine le terme général en fonction de n . Une telle suite est dite définie par formule explicite

$$U_n = f(n)$$

Exemple : Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2x + 6$