

Exercice1 : _____ (7points) _____

1) Simplifier les expressions suivantes :

$$A(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$B(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

2) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$:

a) $\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$

b) $\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

Exercice2 : _____ (7 points) _____

1) Résoudre et discuter suivant la valeur du paramètre réel m le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} mx + 4y = m \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

2) Utiliser la méthode du pivot de Gauss pour résoudre dans $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{cases} x + 2y - z = 8 \\ 2x + y + 2z = -2 \\ x + y + 3z = -6 \end{cases}$$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

a) $\sqrt{4 - x^2} = x - 1$ b) $\frac{2x + 3}{3 - x} \geq 0$ c) $\frac{-3x^2 + 4x - 1}{2x^2 + 3x - 5} \leq 0$

Exercice3 : _____ (6 points) _____

Soit $(Em) : (m + 1)x^2 - (m + 3)x + 3 - m = 0$ ou m est un paramètre réel.

1) Déterminer m pour que -2 soit solution de (Em) et en déduire l'autre solution.

2) Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le signe des racines de (Em) .

3) Déterminer la valeur de m pour que (Em) admet deux racines positives.

4) Déterminer la valeur de m pour que (Em) admet deux racines opposées.

5) Déterminer la valeur de m pour que (Em) n'admet pas de racines.

6) Déterminer une relation indépendante de m entre les racines s'ils existent.