

Séries d'exercices

Exercice I

Trouver, s'ils existent les zéros des fonctions polynômes suivantes

- 1) $P(x) = x^2 - 6x + 5$
- 2) $P(t) = t^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})t + \sqrt{6}$
- 3) $T(x) = 2x^2 - 4\sqrt{3}x + 6$
- 4) $Q(m) = 8m - 9m^2$
- 5) $F(z) = z^2 + 4$
- 6) $K(x) = x^2 + 4x + 5$

Exercice II

Résoudre dans IR les équations, inéquations et systèmes.

I) Résoudre les équations suivantes

- a) $2x|x| - 6x - 2 = 0$
- b) $2x^2 - 3x + 5 = |x - 1|$
- c) $3x^2 - 8|x| + 4 = 0$
- d) $\frac{x^2-4}{x-2} + \frac{1}{x+1} = 1$
- e) $\frac{x-2}{x-1} + \frac{x-4}{2x} = \frac{2}{x^2-x}$
- f) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$
- g) $\frac{x-1}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 2 + \frac{x+1}{x-1}$

II) Résoudre les inéquations suivantes

- a) $-3x^2 + x + 2 \geq 0$
- b) $x^2 - 6x - 6 \leq 0$
- c) $(3x^2 - x + 1)^2 \geq (2x^2 + 9x - 4)^2$
- d) $(x^2 + x - 2)(x^2 - x - 2) < 0$
- e) $\frac{x^2-6x-7}{5-2x} > 0$
- f) $\frac{x^2+x}{x-1} < 2x$
- g) $x^2 - 3x + 4 > 0$

III) Résoudre les équations irrationnelles suivantes

- a) $\sqrt{x+2} = 2x - 4$
- b) $\sqrt{x-1} = -3$
- c) $\sqrt{2x^2 + 5x - 7} = \sqrt{x^2 - x - 2}$
- d) $\sqrt{-x^2 + 4x + 5} = x - 6$
- e) $\sqrt{x-1} - \sqrt{x-4} = 0$
- f) $1 + \sqrt{3x^2 - 2x - 1} = x$
- g) $\sqrt{-x+1} + \sqrt{x+3} = 2$

IV) Résoudre les inéquations irrationnelles

- a) $\sqrt{-x^2 + x + 1} < x - 5$
- b) $2\sqrt{x(x-3)} < 2x + 2$
- c) $\sqrt{-4x^2 + x + 5} \leq 2x + 2$
- d) $\sqrt{-x^2 + 3x - 2} \geq x - 1$
- e) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} < \sqrt{x}$
- f) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} \geq 3$

V) Résoudre les systèmes d'équations suivants dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

- a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -1 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = -2 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ xy = 35 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} 3(x + y) + xy + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases}$
- e) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2} \end{cases}$
- f) $\begin{cases} 11\sqrt{x} + 16\sqrt{y} = 531 \\ 11\sqrt{x} + 19\sqrt{y} = 629 \end{cases}$
- g) $\begin{cases} -x - 9y = 0 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$
- h) $\begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = 1 \\ -x + \frac{3}{2}y = \frac{2}{3} \end{cases}$
- i) $\begin{cases} 7xy - 5(x + y) = 15 \\ 11xy - 8(x + y) = 22 \end{cases}$
- j) $\begin{cases} 3(2x + 3y) - 5(3x + 4y) = -1 \\ 5(2x + 3y) - 8(3x + 4y) = -1 \end{cases}$

VI) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les systèmes suivants :

- a) $\begin{cases} x - 5y - 7z = 3 \\ 5x + 3y + z = 3 \\ 3x + y - 2z = -1 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ -2x + y + z = 1 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} x + 2y + 5z = 4 \\ x + y + 2z = 6 \\ 2x + 3y + 7z = 10 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 5x - 2y - 10z = 0 \\ 3x + 5y - 2z = 6 \end{cases}$

VII) Résoudre suivant les valeurs du paramètre m les systèmes ci – dessous :

- a) $\begin{cases} 2x - my = m - 1 \\ (5 - m)x - 3y = 11 - 5m \end{cases}$
- b) $\begin{cases} (2m - 1)x + (3m + 2)y = m + 4 \\ (m - 1)x + 2my = 2 \end{cases}$

- c) $\begin{cases} mx - y = 5 \\ mx + (m - 3)y = 1 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} mx - 3y = 5 \\ 4x + (m + 7)y = 15 \end{cases}$

Problème 1

- I) Pour assister à un spectacle, la famille SAGARA composée de trois enfants et deux adultes à payer 9500FCFA. Madame MAIGA, accompagnée de ses quatre enfants payer 8500FCFA.

Quel est le prix d'un billet d'entrée pour adulte et un billet d'entrée pour enfant ?

- II) On considère un polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) = (x^2 - 2x)(2x^2 - 9x - 5)$

1) Vérifier que le réel 5 est un zéro de $P(x)$

2) Résoudre sur $\mathbb{R}$ $P(x) = 0$

3) On pose $Q(x) = \frac{(x^2 - 2x)(2x^2 - 9x - 5)}{x^2 - 4}$

a. Déterminer l'ensemble de définition de $Q(x)$

b. Simplifier si possible $Q(x)$

c. Résoudre l'inéquation suivante $\frac{(x^2 - 2x)(2x^2 - 9x - 5)}{x^2 - 4} < 0$

- III) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^3 - 8x^2 - 16x + 128 = 0$ sachant qu'elle admet 8 comme solution.

IV) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations bicarrées suivantes :

1) $3x^4 + 9x^2 - 12 = 0$

2) $x^4 + 4x^2 + 4 = 0$

3) $3x^4 - 7x^2 + 9 = 0$