

Stabilité des Constructions

Classe : 1^{re} Génie Civil - 1^{re} Génie Minier

Module No2 : Statique graphique

Séquence 1 : Apprendre la graphostatique
ou statique graphique

Durée : 2 Heures

I/

I/ Définition de la graphostatique :

La statique est la partie de la Mécanique qui étudie les conditions d'équilibre des forces appliquées à un point matériel ou à un solide.

La statique graphique ou graphostatique est la partie de la Mécanique ayant pour but la représentation graphique de ces conditions d'équilibre. Elle permet également de déterminer la grandeur et le sens des efforts auxquels sont soumis les divers éléments de ces corps.

II/ Définition des composantes d'une épure de statique graphique

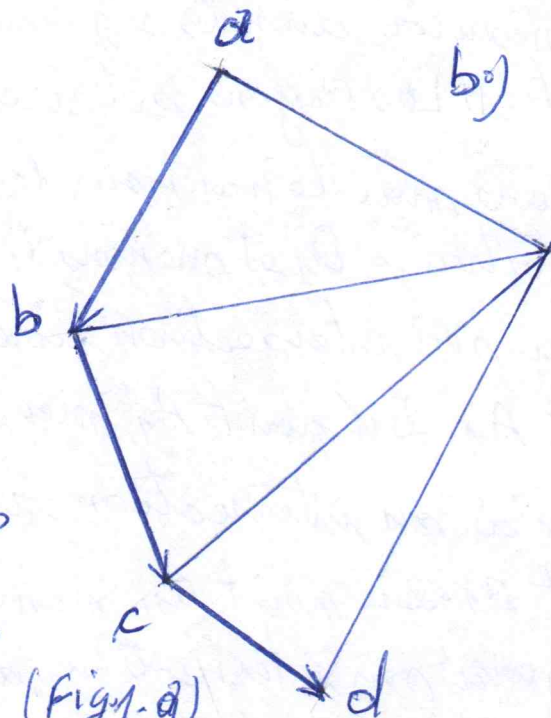
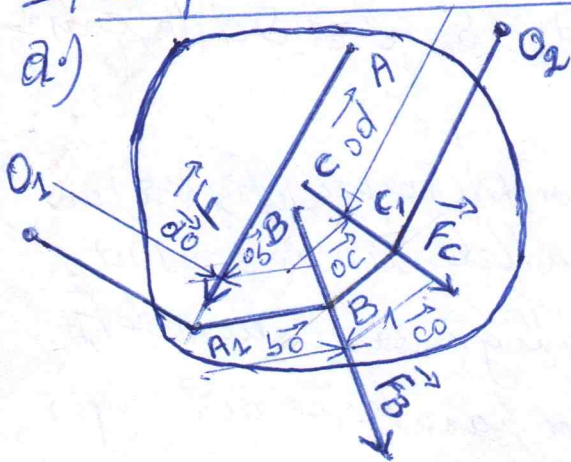


Fig 1 →

Soit un corps sur lequel agissent des forces F_A , F_B et F_C (Fig 1-a)

1°) Représentons la force $\vec{F}_A$ sur une échelle donnée (échelle des forces) avec son point d'application au point "a" (fig. b).
A l'extrémité de $\vec{F}_A$ au point "b", représentons $\vec{F}_B$ à l'extrémité de laquelle (au point "c") on représentera la force $\vec{F}_C$ dont l'extrémité est au point "d". Le polygone de forces obtenu "abcd" est appelé en statique graphique "Polygone dynamique" ou "dynamique des forces".

* Quand l'extrémité de la dernière force (le point "d" dans ce cas) coïncide avec l'origine de la première force (point "a"), c-à-d $a \equiv d$, le polygone est dit Fermé.

* Dans le cas contraire (comme dans notre cas), le polygone est dit Ouvert.

Préons dans le plan du polygone un point quelconque O appelé Pôle; ce point ne doit pas être situé sur les côtés du polygone ni sur leurs prolongements. Rejoignons ce point aux différents sommets du polygone c-à-d aux points a, b, c et d. On aura ainsi les segments Od , Ob , Oc et Oa qui constituent "Les rayons polaires".

2°/ Préons maintenant sur le dessin principal (fig. a) un point arbitraire O_1 et menons la parallèle au rayon Oa jusqu'à son intersection avec la ligne d'action de F_A au point A_1 . Du point A_1 , menons la parallèle au rayon Ob jusqu'à son intersection avec la ligne d'action de F_B au point B_1 . Du point B_1 , menons la parallèle au rayon Oc jusqu'à son intersection avec la ligne d'action de F_C au point C_1 . Du point C_1 , menons la parallèle au rayon

Od et prenons sur cette droite parallèle un point arbitraire O₂. La ligne brisée "O₁A₁B₁C₁O₂" est appelée "Polygone funiculaire" ou "le funiculaire".

* Quand les côtés extrêmes (O₁A₁ et C₁O₂) sont confondus, le funiculaire est dit **Fermé**;

* Dans le cas contraire (comme dans notre cas), il est dit **Ouvert**.

3/ Réduction du système en deux forces =

Sur la dynamique, on peut remarquer que : $\vec{F}_A = \vec{aO} + \vec{Ob}$;

$\vec{F}_B = \vec{bO} + \vec{Oc}$ et $\vec{F}_C = \vec{cO} + \vec{Od}$.

Donc $\vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C = \vec{aO} + \vec{Ob} + \vec{bO} + \vec{Oc} + \vec{cO} + \vec{Od} = \vec{aO} + \vec{Od}$

En définitive, le système de forces $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_C$ est remplacé par deux forces seulement qui sont $\vec{aO}$ et $\vec{Od}$ et dirigées suivant les côtés extrêmes O₁A et C₁O₂ du polygone funiculaire. Ainsi, tout système de forces coplanaires (quelque soit le nombre de forces), peut être réduit à deux forces dirigées suivant les côtés extrêmes du funiculaire.

III. Détermination graphique de la force résultante et du couple résultant d'un système de forces =

1. Résultante d'un système de forces =

Quand le dynamique n'est pas fermé, cela conduit à une force résultante qui peut être déterminée graphiquement. Soit $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_C$, un système de forces appliquées sur un corps solide (voir fig. 3). Construisons à une échelle déterminée, le polygone des forces. Le côté "ad" constitue

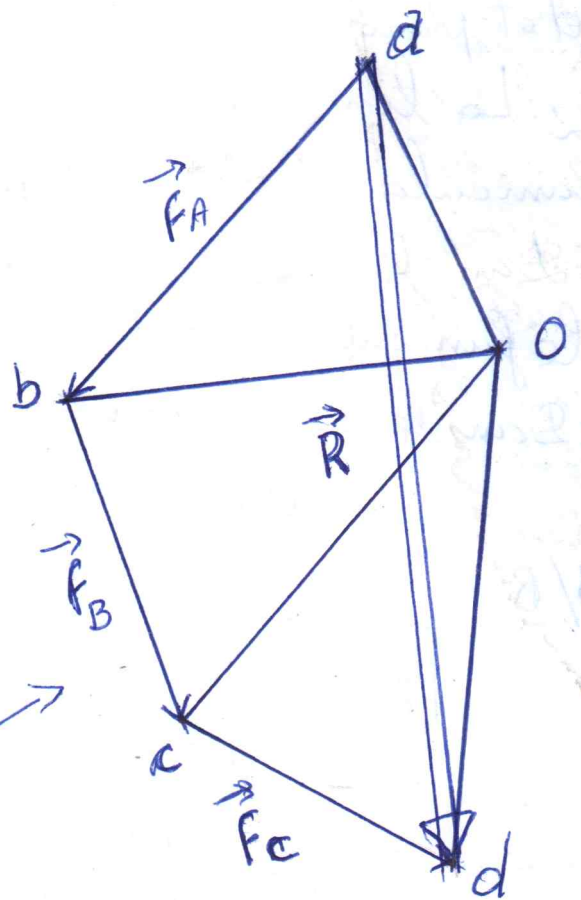
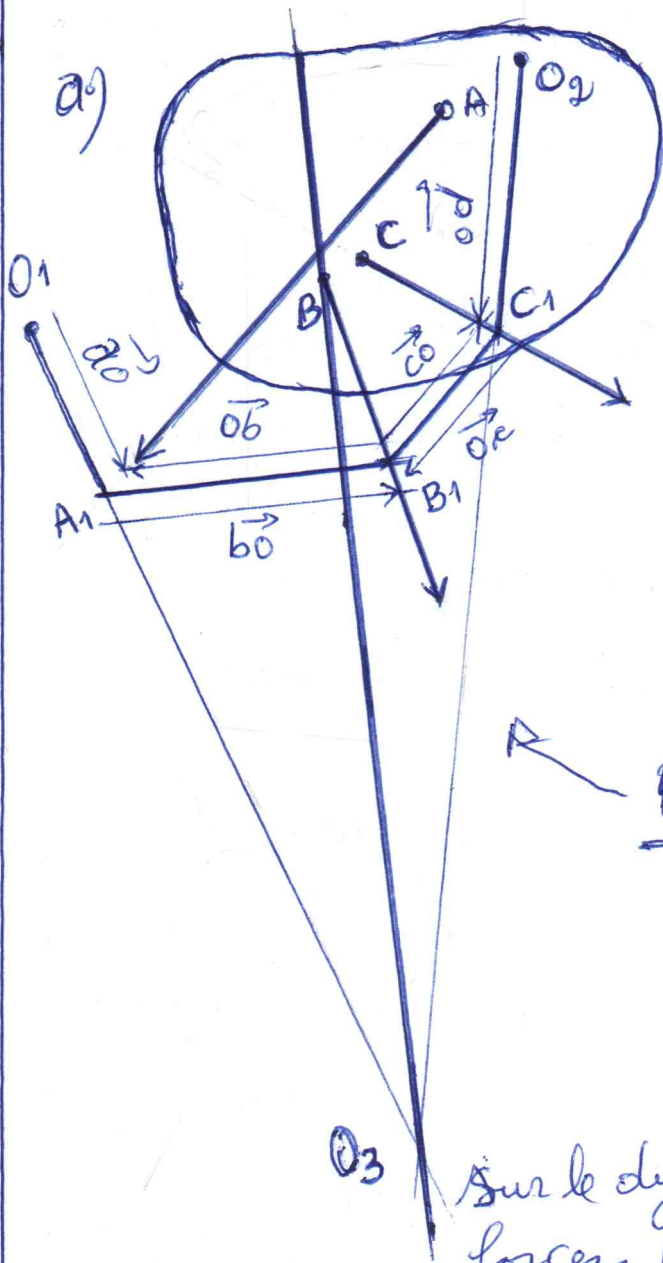


Fig 3

Sur le dynamique, la Resultante $\vec{R}$ des forces. On a vu que les forces $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_C$ peuvent être remplacées par deux forces dirigées suivant les lignes O_1A_1 et C_1O_2 sur le funiculaire. Donc la résultante $\vec{R}$ doit passer par le point d'intersection O_3 des lignes d'action de ces deux forces. Du point O_3 , menons la parallèle à " ad " sur le polygone des forces. Cette droite parallèle à " ad " constitue la ligne d'action de la résultante $\vec{R}$ et cette dernière peut être appliquée à n'importe quel point de cette droite.

Pour des forces parallèles, la détermination de la force résultante est analogue.

2/ Couple résultant d'un système de forces =

Si le polygone des forces est fermé et que le polygone funiculaire ne l'est pas, alors le système de forces se réduit à un couple résultant. Dans ce cas, les côtés extrêmes du funiculaire sont parallèles (car le polygone des forces est fermé donc le 1^{er} et le dernier rayons polaires se trouvent confondus). La distance entre ces deux droites parallèles suivant les quelles sont dirigées les deux forces auxquelles est réduit le système de forces coplanaires, constitue le bras de levier (à l'échelle des longueurs) (voir fig. 4)

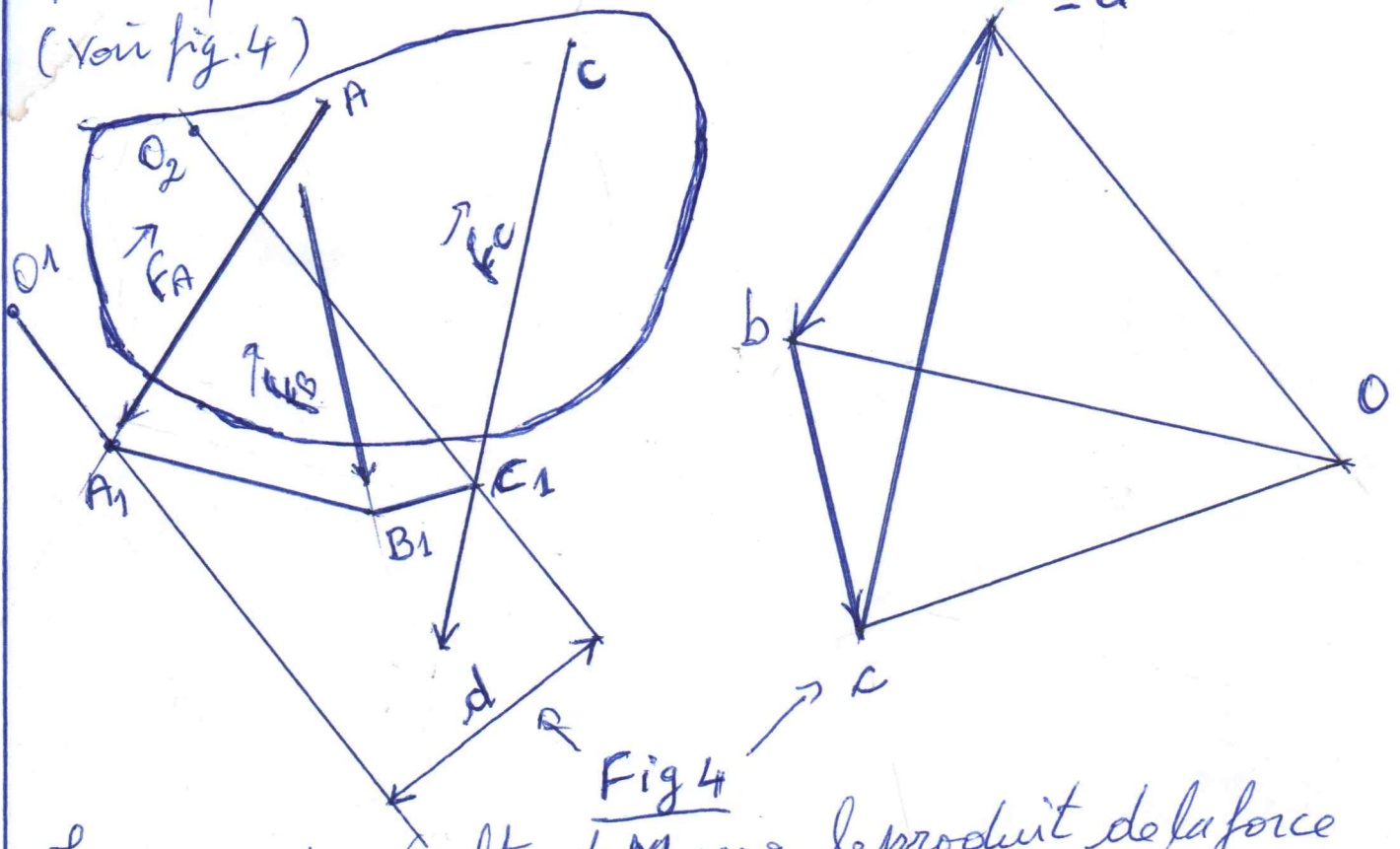


Fig 4

Le moment résultant M sera le produit de la force mesurée à l'échelle des forces par le bras du levier mesurée à l'échelle des longueurs choisies pour le dessin principal.

Pour des forces parallèles, la construction est analogue.