

CHAPITRE 1 : CALCUL DANS $\mathbb{N}$

Classe : 11^{ème} Lettre

Contenu :

Séquence 1 : Opérations dans $\mathbb{N}$

Séquence 2 : PGCD ; PPCM et exercices pratiques

Séquence 1 : Opérations dans $\mathbb{N}$

2.1 Définition

Activité 1 : les quels des nombres suivants sont dans l'ensemble $\mathbb{N}$

$$-1; \frac{3}{5}; 7; 0,5; 200; -12,6; \sqrt{3}; -1250$$

Synthèse :

Les entiers naturels sont les nombres ne comportant pas de signe moins, ni de barre de fraction, ni de virgule, et ni radicaux.

Un nombre entier naturel est un nombre entier qui est positif.

L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots \dots \dots 200; \dots \dots\}$$

Exemples :

$$4 \in \mathbb{N}$$

$$-2 \notin \mathbb{N}$$

2.2 Opérations dans $\mathbb{N}$

Activité 2

Soit les opérations suivantes : $3 + 6$; $11 - 5$; $2 - 8$; 2×7 ; $\frac{15}{3}$; $\frac{15}{2}$.

Vérifier si les résultats de ces opérations ci-dessus sont dans $\mathbb{N}$

Synthèses

On dira que :

- ☞ la somme de deux nombres de $\mathbb{N}$ appartient à $\mathbb{N}$;
- ☞ la différence de deux nombres de $\mathbb{N}$ peut ne pas appartenir à $\mathbb{N}$;
- ☞ le produit de deux nombres de $\mathbb{N}$ appartient à $\mathbb{N}$;
- ☞ le quotient de deux nombres de $\mathbb{N}$ n'est pas forcément dans $\mathbb{N}$.

Résumé :

Pour tous a et b de $\mathbb{N}$, on a :

$$1) a + b \in \mathbb{N}$$

$$3) a \times b \in \mathbb{N}$$

$$2) a - b \in \mathbb{N} \text{ si } a \geq b$$

$$4) \frac{a}{b} \in \mathbb{N} \text{ s'il existe } k \in \mathbb{N}^* \text{ tel que } a = kb$$

Séquence 2 : PGCD et PPCM

2.1 Diviseur et Multiple d'un entier naturel

Activité 3:

- a. Effectuer la division de 40 par 5 et de 40 par 3.
- b. Effectuer les opérations suivantes puis conclure

$$A = 6 \times 8 ; B = 24 \times 2 ; C = 16 \times 3 \text{ et } D = 12 \times 4$$

Synthèse :

On dit que 5 divise 40 ou 5 est un diviseur de 40 c'est-à-dire $40 = 8 \times 5$ mais 3 n'est pas un diviseur de 40.

On dit que 40 est un multiple de 5 et 8

On dit que : 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24 sont des diviseurs de 48.

Définition

- ☞ Soit a un entier naturel et b un entier naturel non nul. On dit que b est un diviseur de a s'il existe un entier naturel k tel que $a = bk$.
- ☞ Soit $a; b$ deux entiers naturels, on dit que a est un multiple de b s'il existe un entier k tel que $a = kb$.

Notation :

Soit a un entier naturel, l'ensemble des diviseurs de a est noté D_a .

b divise a se note b/a .

L'ensemble des multiples de a est noté $a\mathbb{N} = \{0; 1a; 2a; 3a; \dots \dots \dots\}$

NB :

Le nombre des diviseurs d'un entier naturel est toujours fini mais le nombre des multiples d'entier naturel est toujours infini dans $\mathbb{N}$.

Evaluation : Trouve les diviseurs de 32 et les 10 premier multiple de 2 dans $\mathbb{N}$

2.2. Le plus grand diviseur commun (PGCD)

Activité 4

Trouver l'ensemble des diviseurs communs de 30 et 42 puis préciser le plus grand qu'on notera d .

Synthèse

On dit que d est le plus grand commun diviseur de 30 et 42 et on note $\text{PGCD}(30; 42) = d$.

Définition :

Etant donné deux entiers naturels a et b . Le plus grand élément de l'ensemble des diviseurs commun à a et b se nomme le plus grand diviseur commun de a et b qu'on note $\text{PGCD}(a; b)$.

2.3. Le plus petit multiple commun (PPCM)

Définition

Etant donné deux entiers naturels a et b . Le plus petit élément de l'ensemble des multiples commun à a et b se nomme le plus petit multiple commun de a et b qu'on note $\text{PPCM}(a; b)$.

Exercice pratique

Trouve le PGCD et le PPCM des entiers naturels suivants : 125 et 75 ; 92 et 112 ; 315 et 290 et 120.