

Notion d'ensemble

1. Ensembles finis :

a. **Définition** : un ensemble E est dit fini si on peut compter le nombre d'élément qu'il contient.

b. **Cardinal d'un ensemble fini** : on appelle cardinal d'un ensemble fini E , le nombre d'éléments n de E . on le note $Card E = n$.

Exemple : si $E = \emptyset$ alors on a $Card E = Card \emptyset = 0$

Si $E = \{a, b, c\}$ alors on écrit $Card E = 3$

c. **Partie(ou sous-ensembles) d'un ensemble** : soit $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ et $A = \{0, 2, 4\}$ On a $A \subset E$. On dira que A est une partie(ou un sous-ensemble) de E car tout élément de A est aussi un élément de E .

2. **Union d'ensembles finis** : soient A et B deux ensembles finis ; on appelle union de A et B notée $A \cup B$, l'ensemble des éléments appartenant à A ou B .

Exemple : $A = \{1, 2, 5, 8; 7, 9\}$ et $B = \{a, b, c, d\}$

$A \cup B = \{1, 2, 5, 8, 7, 9, a, b, c, d\}$

$E = \{a, b, c, d, e, f\}$ et $F = \{a, q, d, h, f, t\}$;

$E \cup F = \{a, b, c, d, e, f, q, h, t\}$

3. **Intersection d'ensembles finis** : soient A et B deux ensembles finis ; on appelle intersection de A et B notée $A \cap B$, l'ensemble des éléments appartenant à A et B .

Exemple : $A = \{1, 2, 5, 8; 7, 9\}$ et $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $A \cap B = \{1, 2, 5\}$

$E = \{a, b, c, d, e, f\}$ et $F = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $E \cap F = \emptyset$

4. **Complémentaire d'un ensemble** : étant donné un sous-ensemble A d'un ensemble E ; on appelle complémentaire de A par rapport à E ; l'ensemble des éléments de E qui n'appartient pas à A . On écrit C_E^A et on lit : « complémentaire de A par rapport à E ». on écrit par caractérisation $C_E^A = \{x \in E; x \notin A\}$.

S'il n'y a pas d'ambiguïté sur E , C_E^A est noté $\bar{A}$.

Exemple : $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 8; 7, 9\}$ et $A = \{1, 2, 4, 5\}$, $C_E^A = \bar{A} = \{3, 8, 7, 9\}$.

Remarque : $C_E^\emptyset = E$; $C_E^E = \emptyset$;

5. Opérations sur les cardinaux :

- Si A et B sont deux ensembles finis disjoints c'est-à-dire tels que $A \cap B = \emptyset$ alors $A \cup B$ est un ensemble fini tel que : $Card(A \cup B) = Card A + Card B$.

- Pour des ensembles finis A et B quelconques, $A \cup B$ est fini et on a : $Card(A \cup B) = Card A + Card B - Card(A \cap B)$.

- A étant un sous-ensemble de E ; $Card(C_E^A) = Card \bar{A} = Card E - Card A$

Exercices soient les ensembles suivants : $E = \{a, 1, 2, b, c, 7, 8, d, e, 9, f\}$ et $A = \{a, q, d, h, f, t\}$; $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 5\}$.

1. Déterminer le cardinal des ensembles A , B , E .

2. Trouve les ensembles suivants : $A \cup B; A \cap B; A \cap E; E \cup A; E \cap B; B \cup E;$
 $C_E^A; C_E^B; C_A^A; C_B^\emptyset.$