

Classe : 11^{ème} S-E-S

Chapitre : 1

Durée : 12H

Activités Graphiques :

Domaine : Sciences, Mathématiques et Technologies

Compétences : Résoudre une situation problème, Communiquer des messages utilisant le langage et le symbolisme Mathématiques.

Composantes : Diagnostiquer la situation problème, mettre à l'essai des pistes de solutions, partager les informations relatives à la démarche et formuler les résultats.

Manifestations : Sélectionner les données mathématiques, scientifiques et technologiques qui sont en rapport avec la situation, établir des relations entre les données retenues, inventorier des différentes pistes de solution, Choisir une piste et l'appliquer.

Contenu :

Ressources Educatives :

Ressources humaines : Professeur, élèves,

Ressources Matérielles : Chiffon, craie, règle, équerre...

Stratégies d'animation : Travaux en groupe (pédagogie active).

Séquence1 : Equations de droite (2heures)

Activité :

Construire une droite (D) et un vecteur $\vec{u}$, ayant même direction que (D).

Synthèse :

$\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (D).

En général si (D) est une droite, alors tout vecteur ayant même direction que (D) est appelé vecteur directeur de (D).

Définition :

Soit (D) une droite, on appelle équation cartésienne de (D), toute équation pouvant s'écrire sous la forme :

$ax + by + c = 0$ avec $a, b \text{ etc } \in \mathbb{R}$

-La forme $y = mx + p$ avec $m = -\frac{a}{b}$ et $p = -\frac{c}{b}$ est appelée la forme réduite.

-Soit (D) une droite d'équation cartésienne :

$ax + by + c = 0$, le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (D).

-Soit (D) une droite d'équation :

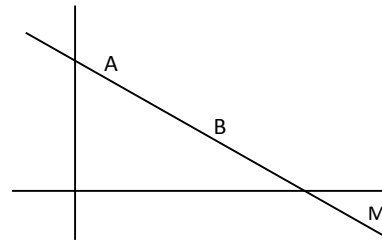
$y = mx + p$ (forme réduite), le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (D).

Evaluation :

Dans chacun des cas suivants ; trouver un vecteur directeur de (D).

a) $-2x + y - 3 = 0$ b) $y = 4x + 3$

a) Détermination de l'équation cartésienne d'une droite passant par deux points A et B :



Le plan est muni d'un repère orthonormé

$(0; i; j)$; on donne $A \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $B \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$.

Soit $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (AB)$, Donc A; B et M sont alignés

alors $\det(\vec{AB}, \vec{AM}) = 0$ d'où

$$(y - y_A)(x_B - x_A) - (x - x_A)(y_B - y_A) = 0$$

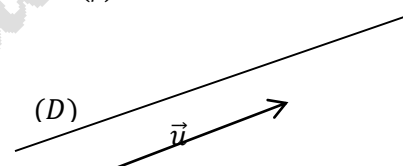
Evaluation :

Trouver une équation cartésienne de la droite (D) passant par :

a) $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $B \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$; b) $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $A \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) Détermination de l'équation d'une droite passant par un point A et de vecteur directeur donné :

Soit (D) la droite passant par $A \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ et vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$.



Soit $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D)$, donc $\vec{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

Alors $\det(\vec{AM}; \vec{u}) = 0$ D'où

$$(D): \beta(x - x_0) - \alpha(y - y_0) = 0$$

Evaluation :

Déterminer l'équation de la droite (D) passant A et de vecteur directeur $\vec{u}$:

a) $A \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

c) Détermination de l'équation d'une droite passant par un point A et coefficient directeur m :

Activité :

Soit la droite (D) d'équation

$y = 2x + p$ avec $p \in \mathbb{R}$

Déterminer p pour le point $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ soit sur la droite (D).

Synthèse :

Soit la droite (D): $y = mx + p$ passant par $A \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$

et de coefficient directeur m

$$A \in (D) \Rightarrow y = mx + (y_A - mx_A)$$

Evaluation :

Déterminer une équation de la droite (D)

passant par A et de coefficient directeur m :

a) $A\left(\frac{2}{3}\right)$ et $m = -3$; b) $A\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $m = 2$

d) Détermination de l'équation d'une droite passant par un point A et parallèle une droite donnée :

Activité :

Soit (D) une droite passant par un point $A\left(\frac{1}{2}\right)$ et parallèle à la droite (D') : $x + 2y - 3 = 0$.

a) Déterminer un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite (D') .

b) Déterminer une équation de la droite (D) ((D) passe par A et un vecteur directeur de (D))

Synthèse :

Soit (D) la droite passant par $A\left(\begin{smallmatrix} x_A \\ y_A \end{smallmatrix}\right)$ et parallèle à la droite (D') : $ax + by + c = 0$.

$\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} -b \\ a \end{smallmatrix}\right)$ est un vecteur directeur de (D')

Soit $M\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right) \in (D)$ donc $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ son colinéaire d'où (D) : $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$.

Evaluation :

Déterminer une équation de la droite (D) passant par A et parallèle à la droite (D') :

a) (D') : $3x - 4y + 8 = 0$ et $A\left(\frac{1}{2}\right)$

b) (D') : $x - y + 6 = 2$ et $A\left(-\frac{3}{1}\right)$

e) détermination de l'équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée :

Soit la droite (D) passant le point $I\left(\begin{smallmatrix} x_0 \\ y_0 \end{smallmatrix}\right)$ et perpendiculaire à la droite (D') : $ax + by + c = 0$
Soient M un point de (D) et $\vec{u}$ un vecteur directeur de (D')

Donc $\overrightarrow{IM}$ et $\vec{u}$ son orthogonaux, d'où (D) : $-b(x - x_0) + a(y - y_0) = 0$

Evaluation :

Déterminer l'équation de la droite (D) passant par $I\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ -1 \end{smallmatrix}\right)$ et perpendiculaire à (D') : $3x + 2y + 3 = 0$

Séquence2 : Représentation graphique (points par points) de fonctions (1 heure)

a) Fonction $x \mapsto x^2$:

Activité:

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2$

- Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

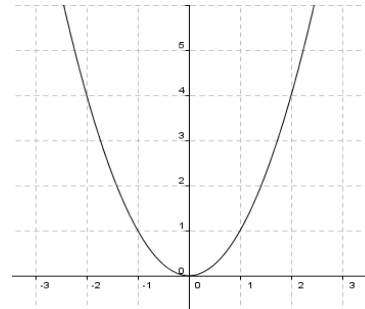
Points	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

- Placer les points $A_1, A_2, \dots$ dans un repère orthonormé.

- Tracer la courbe passant par les points $A_1, A_2, \dots$

Synthèse :

La courbe ainsi tracer est la représentation graphique de la f



b) Fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$:

Activité :

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{1}{x}$

- Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

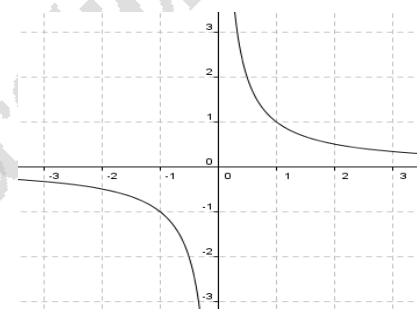
Points	B ₁					
x	-2	-1	-1/3	1	2	3
$y = f(x)$	-1/2	-1	-3	1/2	1/2	1/3

- Placer les points $B_1, B_2, \dots$ dans un repère orthonormé.

- Tracer la courbe passant par les points $B_1, B_2, \dots$

Synthèse :

La courbe ainsi tracer est la représentation graphique de la g



c) Fonction $x \mapsto \sqrt{x}$:

Activité :

Soit h la fonction définie par : $h(x) = \sqrt{x}$

- Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

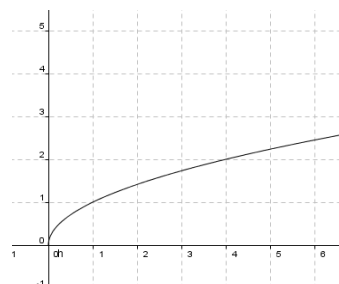
Points	C ₁			
x	0	1	2	3
$h(x)$	0	1		

- Placer les points $C_1, C_2, \dots$ dans un repère orthonormé.

- Tracer la courbe passant par les points $C_1, C_2, \dots$

Synthèse :

La courbe ainsi tracer est la représentation graphique de la h



Séquence 3 : Fonction affine (2heures)**1) Définition :**

Une fonction affine f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et qui est de la forme $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$.

Exemples :

1) $f(x) = 3x + 2$; $g(x) = -x - 7$; $h(x) = 2x$

Cas particulier :

Soit la fonction affine définie par $f(x) = ax + b$

Si $a = 0$, on a $f(x) = b$ est une fonction constante ;

Si $b = 0$, on a $f(x) = ax$ est une fonction linéaire.

2) Représentation graphique d'une fonction affine :**Activité :**

Soit la fonction $f(x) = 3x - 2$.

a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

	A	B
x	0	1
f(x)		

b) Représenter les points A et B dans un repère orthonormé puis trace la droite (D) passant par A et B.

NB : (D) est la représentation graphique de la fonction f .

Synthèse :

En général pour représenter la fonction $(x) = ax + b$, il suffit de représenter la droite d'équation $y = ax + b$.

3) Recherche de la formule explicite d'une fonction affine connaissant l'image de deux réels :**Evaluation :**

Soit $f(x) = ax + b$ dans chacun des cas suivants déterminer a et b tels que :

a) $f(1) = -1$ et $f(-1) = -5$

b) $f(2) = 10$ et $f(1) = -6$

4) Fonction affine définie par intervalles :**Evaluation :**

Soit la fonction affine définie par

$$f: \begin{cases} -x - 3 & \text{si } x \in]-\infty; -1] \\ 2x & \text{si } x \in [-1; 2[\\ 4 & \text{si } x \in [2; +\infty[\end{cases}$$

1) Calculer l'image par f de chacun des points suivants : -3 ; -1 ; 0 ; 2 ; 5 .

2) Construire le graphe de f

3) Déterminer D_f

5) Résolution graphique d'équations :**a) Equation du type : $f(x) = 0$** **Activité :**

Soit $f(x) = 2x - 6$ une fonction affine

- Construire la droite d'équation (d): $y = 2x - 6$.

- Déterminer l'abscisse du point d'intersection de (d) et (ox).

- En déduire l'ensemble solution de l'équation $f(x) = 0$

Synthèse :

L'abscisse du point d'intersection de (d) et (ox) est la solution de l'équation $f(x) = 0$

b) Equation du type : $f(x) = a$ **Activité :**

Soit $g(x) = -3x - 6$ une fonction affine

- Construire les droites d'équations

$(d_1): y = 2x - 6$ et $(d_2): y = -1$.

- Déterminer l'abscisse du point d'intersection de (d_1) et (d_2) .

- En déduire l'ensemble solution de l'équation $g(x) = -1$

Synthèse :

L'abscisse du point d'intersection de (d_1) et (d_2) est la solution de l'équation $g(x) = -1$