

Classe : 11^{ème} S-E-S**Chapitre : 4**

Durée : H

Statistique :**Domaine :** Sciences, Mathématiques et Technologiques**Compétences :** Résoudre une situation problème, Communiquer des messages utilisant le langage et le symbolisme Mathématiques.**Composantes :** Partager des savoirs ou des résultats scientifiques, technologiques et mathématiques. Produire des messages à caractère scientifique, technologique et mathématique.**Manifestations :** Recourir à divers formats de présentation. Sélectionner des modes de représentation selon l'objet du message et l'interlocuteur. Recourir à des modes de représentations conformes aux conventions propres à la science, à la technologie et à la mathématique.**Contenu :****Ressources Educatives :****Ressources humaines :** Professeur, élèves,**Ressources Matérielles :** Chiffon, craie ...**Stratégies d'animation :** Travaux en groupe (pédagogie active).**Séquence1 : Introduction et Vocabulaires****Introduction :**Que signifie la phrase : « les élèves de terminale sont plus vieux que ceux de la 11^{ème} ».

Comment désigner le meilleur sportif de l'année ?

Quel avion est le plus performant ?

Pour répondre à de telles questions, on doit, d'une façon ou d'une autre, faire appel aux statistiques.

Définition :

La statistique peut être définie comme l'ensemble des méthodes et des techniques permettant de traiter les données (informations chiffrées) associées à une situation ou un phénomène.

Exemples : La statistique des naissances, La statistique des notes de Mathématiques des élèves de la 11^{ème} Science, la statistique des productions agricoles selon les paysans d'une localité donnée, etc...**Vocabulaires :****Activité :**Soit à étudier un ensemble de données sur des élèves d'une classe, d'une classe de la 11^{ème} SES,

l'âge, tailles, poids, sexes, situation matrimoniale.

Noms élèves	ages	Tailles	Sexes	S. Matrimo.	Nbres d'élèves
					1
					1
					1
					1
					1
Total					5

-L'ensemble des élèves constitue la population la **population**.-Un élément de cette classe est appelé **un individu ou unité statistique**.-Le nombre d'élèves de cette classe est appelé **Effectif de la population** on le note **N**-Dans l'étude statistique d'une population, l'élément commun à tous les membres de la population est appelé **le Caractère**, par exemple taille, poids, sexe, situation matrimoniale.-Les différents aspects d'un caractère sont appelées **les modalités**, par le caractère sexe a deux modalités : masculin et féminin.

Il existe deux sortes de caractères : les caractères qualitatifs et les caractères quantitatifs.

Séquence2 : Etude de caractères**1) Caractère qualitatif :**

Un caractère est dit qualitatif si ces modalités ne sont pas des nombres réels.

Exemple :

Soit une population de 20 élèves répartie selon leurs ethnies :

Bambara, Senoufo, Bambara, Senoufo, Peuhl, Senoufo, Senoufo, Bambara, Peuhl, Bobo, Senoufo, Peuhl, Senoufo, Malinké, Malinké, Malinké, Bambara, Peuhl, Senoufo, Bambara.

Population : l'ensemble des 20 élèves

Individu : élève

Effectif : 20

Caractère : ethnie

Les modalités sont : bambara, senoufo, peuhl,...

Les modalités étant non numériques, alors le caractère est qualitatif.

Regroupons ces données dans un tableau statistique indiquant pour chaque valeur un effectif :

Mod : x_i	n_i	$f_i = \frac{n_i}{N}$	$f_i \%$	$f_i \times 360$	$f_i \times 180$
Bambara	5	0,25	25	90	45
Bobo	1	0,05	5	18	9
Malinké	3	0,15	15	54	27
Peuhl	5	0,25	25	90	45
Senoufo	6	0,30	30	108	54
Total	20	1,00	100	360	180

Le quotient de l'effectif n_i de la modalité x_i par l'effectif total N est appelé fréquence f_i de x_i

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

Exemple : la fréquence de la modalité peuhle est : 0,25 ou 25%

Représentations graphiques :

Diagramme circulaire :

Les différentes modalités de la série sont représentées par des secteurs angulaires dans un même disque, de façon que les mesures des secteurs angulaires correspondant soient proportionnelles aux effectifs ou fréquences.

Diagramme Circulaire

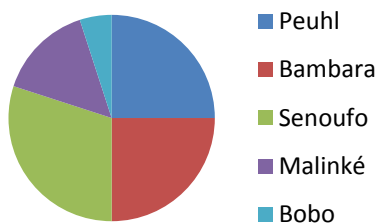
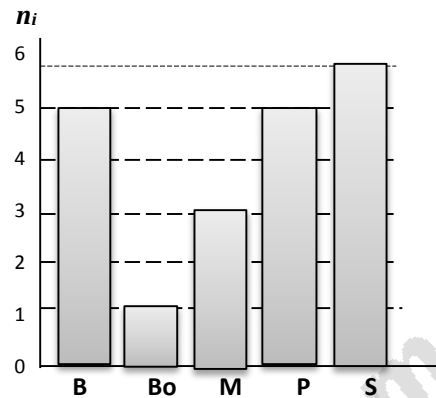


Diagramme semi-circulaire :

Les différentes modalités de la série sont représentées par des secteurs angulaires d'un même demi-disque, de façon que les mesures des secteurs angulaires correspondant soient proportionnelles aux effectifs ou fréquences.

Diagramme à bandes :

Dans un repère orthogonal du plan, on représente les différentes modalités de la série par des rectangles de même base et d'aire proportionnelle aux effectifs ou fréquence de chaque modalité.



1) Caractère quantitatif :

Un caractère est dit quantitatif si ces différentes modalités sont des nombres réels.

Exemple : âge, poids, taille

On distingue deux types de caractères quantitatifs : caractère quantitatif discret et caractère quantitatif continu.

a) Caractère quantitatif discret :

Dans un village, on a recensé le nombre d'enfants pour chaque famille. On a obtenu le tableau de répartition suivant.

Nombre D'enfants	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de famille	6	8	12	15	20	10	5	4

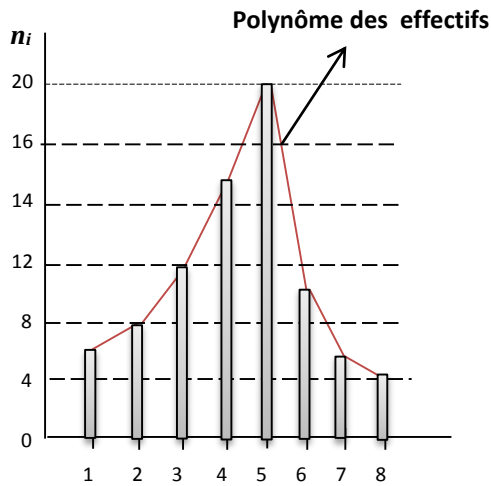
- 1) Donner la population étudiée et caractère.
- 2) Dresser le tableau des effectifs et fréquences.
- 3) Tracer le diagramme en bâtons de cette série.

Solution :

Population : les enfants du village

Caractère : nombre d'enfants

Nombre D'enfants	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	6	8	12	15	20	10	5	4
fréquence	0,075	0,1	0,15	0,19	0,25	0,13	0,06	0,05
Eff cum croissant	6	14	26	41	61	71	76	80
Eff cum décroissant	80	74	66	54	39	19	9	4
F C ↑								
F C ↓								



b) Caractère quantitatif continu :

On mesure en cm la taille de 30 élèves d'une classe, on obtient les résultats suivants :

175 165 172 171 168 170 178 170 171 173

170 170 168 150 172 160 165 175 179 180

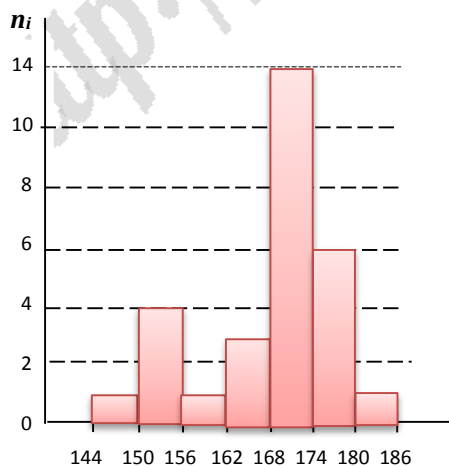
170 173 165 168 176 150 174 152 153 144

-Regrouper les données en des classes d'amplitude 6 cm.

-Dresser l'histogramme de cette série.

Solution :

Classe $[x_i, x_{i+1}[$	Effectif n_i
[144 ; 150[	1
[150 ; 156[	4
[156 ; 162[	1
[162 ; 168[	3
[168 ; 174[	14
[174 ; 180[	6
[180 ; 186[	1
Total	30



Sequence3 : Les caractéristiques d'une série statistique

1) Caractéristiques de position :

a) Le mode :

On appelle mode d'une série statistique toute modalité qui a le plus grand effectif.

Exemple : la série statistique relative à la répartition de 20 élèves selon leurs ethnies a pour mode : Senoufo

Donc la plus part de cette population parle Senoufo.

b) Médiane

Cas d'un caractère quantitatif discret :

Pour déterminer la médiane M_e d'une série statistique à caractère quantitatif discret, on peut :

-construire le tableau des effectifs cumulés croissants et décroissants ;

-déterminer la modalité x_1 correspondant au premier effectif cumulé croissant supérieur ou égal à $\frac{N}{2}$;

-déterminer la modalité x_2 correspondant au premier effectif cumulé décroissant supérieur ou égal à $\frac{N}{2}$;

-calculer : $M_e = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

Exemple :

Déterminons la médiane de la série relative au nombre d'enfants.

Nombre D'enfants	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	6	8	12	15	20	10	5	4
Eff cum croissant	6	14	26	41	61	71	76	80
Eff cum décroissant	80	74	66	54	39	19	9	4

L'effectif total $N = 80$ alors $\frac{N}{2} = 40$.

$x_1 = 4$; $x_2 = 4$ alors $M_e = \frac{4+4}{2} = 4$.

Cas d'un caractère quantitatif continu :

Pour déterminer la médiane M_e d'une série statistique à caractère quantitatif continu, on peut :

-déterminer la classe $[a ; b[$ correspondant au premier effectif cumulé croissant supérieur ou égal à $\frac{N}{2}$;

-déterminer l'intervalle $[n_i \uparrow ; n_{i+1} \uparrow[$ contenant $\frac{N}{2}$

-la relation $\frac{M_e - a}{\frac{N}{2} - n_i} = \frac{b - a}{n_{i+1} - n_i}$ permet de déterminer

la médiane M_e .

Exemple :

Dans un magasin, sur un total de 200 paires de chaussures vendues, la répartition en milliers de francs CFA s'établit comme suit.

Prix	[5; 10[	[10; 20[	[20; 30[	[30; 40[	[40; 60[
Nbre paires	60	50	40	30	20

Déterminons la médiane de cette série.

c) Moyenne :

Cas d'un caractère quantitatif discret :

Pour déterminer la moyenne m d'une série statistique à caractère quantitatif discret, on peut :

- calculer le produit de chaque modalité par son effectif ;
- calculer la somme S de tous ces produits ;
- calculer le quotient de S par l'effectif total.

Exemple : calculons la moyenne de la série relative aux nombre d'enfants.

Nombre D'enfants	1	2	3	4	5	6	7	8	tot
Effectif	6	8	12	15	20	10	5	4	80
Produit	6	16	36	60	100	60	35	32	345

La moyenne $m = \frac{345}{80} = 4,31$

Cas d'un caractère quantitatif continu :

Pour déterminer la moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif continu, on peut :

- calculer le produit du centre de chaque classe par son effectif ;
- calculer la somme S de tous ces produits ;
- calculer le quotient de S par l'effectif total.

Exemple : calculons la moyenne de la série relative aux paires de chaussures.

Prix	[5; 10[	[10; 20[	[20; 30[	[30; 40[	[40; 60[	Tot
Centre classe	7,5	15	25	35	50	
Nbre paires	60	50	40	30	20	200
Produit	450	750	1000	1050	1000	4250

Donc la moyenne $m = \frac{4250}{200} = 21,25$

Dans ce magasin, le prix moyen d'une paire de chaussures est : 21250 FCFA.

NB : on appelle moyenne arithmétique d'une série statistique le nombre réel noté :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i x_i n_i \text{ ou } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i c_i n_i$$

c_i centre de la classe.

2) Caractéristiques de dispersion

Variance et écart-type :

-La variance d'une série statistique, notée V , est le nombre réel définie par :

$$V = \frac{\sum_i n_i (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

-L'écart type, noté σ , est la racine carrée de la variance.

$$\sigma = \sqrt{V}$$

Evaluation :

On lance simultanément 5 pièces de monnaie non truquées et on compte le X de pile obtenu. Après 100 lancers, on obtient la série statistique suivante :

Valeur de X	0	1	2	3	4	5
Effectif	2	17	29	33	16	3

1. Construire le diagramme en bâtons de la série statistique.
2. Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants et décroissants.
3. déterminer le mode, la médiane et la moyenne de cette série.
4. calculer l'écart type.