

Classe : 11^{ème} S-E-S

Chapitre : 2

Durée : 6H

Systèmes d'Equations :

Domaine : Sciences, Mathématiques et Technologiques

Compétences : Résoudre une situation problème, Communiquer des messages utilisant le langage et le symbolisme Mathématiques.

Composantes : Diagnostiquer la situation problème, mettre à l'essai des pistes de solutions, partager les informations relatives à la démarche et formuler les résultats.

Manifestations : Sélectionner les données mathématiques, scientifiques et technologiques qui sont en rapport avec la situation, établir des relations entre les données retenues, inventorier des différentes pistes de solution, Choisir une piste et l'appliquer.

Contenu :

Ressources Educatives :

Ressources humaines : Professeur, élèves,

Ressources Matérielles : Chiffon, craie ...

Stratégies d'animation : Travaux en groupe (pédagogie active).

Séquence1 : Système d'équations du 1^{er} degré à deux inconnues.

Activité :

Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant :

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + y = -1 \end{cases}$$

Synthèse :

Définition :

On appelle système d'équations du 1^{er} degré à deux inconnues, tout système de la forme :

$$(S) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad a, b, c, a', b', c' \text{ étant des}$$

nombre réels et x, y les inconnues.

Résoudre le système (S) consiste à déterminer l'ensemble des couples $(x; y)$ de réels qui vérifient simultanément les deux équations.

On peut utiliser plusieurs méthodes pour résoudre le système (S).

Exemple :

Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant :

$$\begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$$

* 1^{ère} méthode : par combinaison linéaire (addition)

* 2^{ème} méthode : par substitution

* 3^{ème} méthode : par déterminant

Soit à résoudre le système $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

On calcul $\Delta = \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$

1^{er} cas : Si $\Delta \neq 0$, on calcul $\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b' \\ c' & b \end{vmatrix}$ et $\Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}$. Donc $S = \left\{ \left(\frac{\Delta_x}{\Delta}, \frac{\Delta_y}{\Delta} \right) \right\}$

2^{ème} cas : Si $\Delta = 0$

-Si $\Delta_x = 0$ et $\Delta_y = 0$ le système se ramène à une seule équation et admet une infinité de solutions.

-Si $\Delta_x \neq 0$ et $\Delta_y \neq 0$ le système n'admet de solution.

Evaluation :

1) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ en utilisant les

méthodes le système suivant : $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 5x - 2y = -17 \end{cases}$

2) A la buvette du lycée, 3 cocos et 4 croissants coûtent 1450 F CFA, tandis que 5 cocos et 2 croissants coûtent 1600 F CFA.

Déterminer le prix d'un coca et celui d'un croissant.

3) Afin d'encourager son fils à étudier la géométrie, tonton Bouba accepte de lui donner 100 F CFA pour chaque problème correctement résolu. Mais prend 50 F CFA dans le cas contraire. Après 26 problèmes, le garçon obtient 500 F CFA.

Déterminer le nombre de problèmes qu'il a correctement résolus.

Séquence2 : Système de trois d'équations à trois inconnues.

Activité :

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant :

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ y - z = -1 \\ z = 3 \end{cases}$$

Synthèse :

Définition :

On appelle système de 3 équations à 3 inconnues, tout système de la forme

$$(S) \begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d'' \end{cases}$$

$a, b, \dots, d''$ étant des nombres réels et x, y, z les inconnues.

Résoudre le système (S) consiste à déterminer l'ensemble des triplets $(x; y; z)$ de réels qui vérifient simultanément les trois équations.

On peut utiliser plusieurs méthodes pour résoudre le système (S).

Exemple :

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y - 2z = 1 \\ -2x + y - 3z = -4 \end{cases}$$

* **1^{ère} méthode : par substitution**

* **2^{ème} méthode : par le pivot de Gauss**

Cette méthode consiste à transformer le système donné à un système triangulaire de la forme :

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ b'y + c'z = d' \\ c''z = d'' \end{cases}$$

Puis on achève la résolution du système en remontant.

Evaluation :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par les deux méthodes le système suivant :

$$\begin{cases} x + y - 2z = 7 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3x + y - 2z = 8 \end{cases}$$

2) Un enfant dit « la somme de mon âge, de celui mon père et de celui de mon grand-père est 107 ans.

L'âge de mon grand-père est aujourd'hui 5 fois le mien, il y a 10 ans c'était le double de celui que mon père avait ».

Quels sont les âges de l'enfant de son père et de son grand-père ?