

Classe : 11^{ème} S-E-S

Chapitre : 2

Durée : 12H

Dérivation des fonctions :

Domaine : Sciences, Mathématiques et Technologiques

Compétences : Résoudre une situation problème, Communiquer des messages utilisant le langage et le symbolisme Mathématiques.

Composantes : Diagnostiquer la situation problème, mettre à l'essai des pistes de solutions, partager les informations relatives à la démarche et formuler les résultats.

Manifestations : Sélectionner les données mathématiques, scientifiques et technologiques qui sont en rapport avec la situation, établir des relations entre les données retenues, inventorier des différentes pistes de solution, Choisir une piste et l'appliquer.

Contenu :

Ressources Educatives :

Ressources humaines : Professeur, élèves,

Ressources Matérielles : Chiffon, craie ...

Stratégies d'animation : Travaux en groupe (pédagogie active).

Séquence1 : Dérivation des fonctions

1) Nombre de dérivée d'une fonction en un point x_0 :

Activité :

Soit la fonction $f(x) = 2x + 1$.

Calculer le nombre réel $m(x) = \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$.

Synthèse :

Définition :

Soit f une fonction, on appelle le nombre de dérivées de f en un point a , Le nombre réel noté

$$m(x) = \frac{f(x)-f(a)}{x-a}.$$

Remarque :

Pour calculer $m(x)$ il suffit de simplifier puis remplacer les x par a .

Exemple :

Calculer le nombre de dérivée de chacune des fonctions suivantes au point a .

1) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ $a = 1$;

2) $f(x) = 2 - 3x$ $a = 2$;

3) $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ $a = -1$

2) Equation de la tangente en un point

$A(a; f(a))$:

Activité :

Soit $m(x) = \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ le nombre de dérivée d'une fonction f au point a .

Déterminer dans cette expression $f(x)$.

Synthèse :

On aura donc $f(x) = m(x)(x - a) + f(a)$.

Définition :

Soit f une fonction de courbe représentative (C_f) ; $A(a; f(a))$ un point.

On appelle équation de la tangente au point

$A(a; f(a))$ à la courbe de f ; l'équation :

$y = m(x - a) + f(a)$ avec m le nombre de dérivée de f au point a .

Evaluation :

Trouver une équation de la tangente au point a :

1) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ $a = 1$;

2) $f(x) = 1 - 2x$ $a = 2$;

3) $f(x) = -2x + 1 + x^2$ $a = -2$

3) Dérivée des fonctions élémentaires :

a) Tableau des dérivées des fonctions usuelles :

Fonction $f(x)$	Dérivée $f'(x)$
$f(x) = a$	$f'(x) = 0$
$f(x) = ax$	$f'(x) = a$
$f(x) = ax^2$	$f'(x) = 2ax$
$f(x) = ax^n$	$f'(x) = nax^{n-1}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = 1/2\sqrt{x}$
$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$	$f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

Evaluation :

Trouver la fonction dérivée $f'(x)$ de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2x^2 + 7x + 4$;

2) $f(x) = -5x^3 + x^2 + 1$;

3) $f(x) = \frac{2x+1}{3x-4}$;

b) Opération sur les dérivées :

Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle de $\mathbb{R}$, alors les fonctions suivantes sont aussi dérivables sur ce même intervalle, on a :

$U + V$	$u \times v$	$\frac{u}{v}$	u^n	$\sqrt{u}$
$u' + v'$	$u'v + v'u$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$	$nu'u^{n-1}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

Evaluation :

Trouver la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = (2x + 3) + (x^3 + 4x^2)$;

2) $f(x) = (x^2 + 1)(-3x - 4)$;

3) $f(x) = \frac{x^2+3x-3}{2x-3}$;

4) $f(x) = \sqrt{3x+5}$;

5) $f(x) = (2x + 1)^{2013}$;

4) Dérivée et Sens de variation :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$; on dira que :

- f est croissante sur I ssi $\forall x \in I; f'(x) \geq 0$ on le note par

- f est décroissante sur I ssi $\forall x \in I; f'(x) \leq 0$ on le note par

- f est constante sur I ssi $\forall x \in I; f'(x) = 0$ on le note par

NB : On résume ces résultats dans un tableau appelé tableau de variation de la fonction f .

Evaluation :

Etudier les variations des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2x^2 + 4x - 5$;

2) $f(x) = 2 - x$;

3) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$;

5) Courbe représentative d'une fonction :

Plan d'étude d'une fonction :

Pour étudier une fonction on procède comme suite :

- Déterminer le domaine de définition ;

- Déterminer la fonction dérivée ;

- Dresser le tableau de variation ;

- En faire la représentation graphique

Evaluation :

Etudier les fonctions suivantes :

a) $f(x) = x^2 - 4x + 6$;

b) $f(x) = \frac{-x+3}{3x+1}$