

Classe : 11<sup>ème</sup> S-E-S

## Chapitre : 2

Durée : 6 H

### Fonctions homographiques :

**Domaine** : Sciences, Mathématiques et Technologiques

**Compétences** : Résoudre une situation problème, Communiquer des messages utilisant le langage et le symbolisme Mathématiques.

**Composantes** : Diagnostiquer la situation problème, mettre à l'essai des pistes de solutions, partager les informations relatives à la démarche et formuler les résultats.

**Manifestations** : Sélectionner les données mathématiques, scientifiques et technologiques qui sont en rapport avec la situation, établir des relations entre les données retenues, inventorier des différentes pistes de solution, Choisir une piste et l'appliquer.

#### Contenu :

**Ressources Educatives** :

**Ressources humaines** : Professeur, élèves,

**Ressources Matérielles** : Chiffon, craie ...

**Stratégies d'animation** : Travaux en groupe (pédagogie active).

**Séquence1 : Généralités**

**Activité :**

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{2x^2+2x+3}{x-1}$

1) Donner la nature de  $f$ .

2) Déterminer le domaine de définition de  $f$ .

3) Utiliser la division euclidienne pour écrire la fonction  $f$  sous forme :

$f(x) = q(x) + \frac{r(x)}{x-1}$  où  $q$  et  $r$  sont des polynômes du 1<sup>er</sup> degré.

**Synthèse :**

La fonction  $\frac{r(x)}{x-1}$  est appelée fonction homographique.

**Définition :**

Soient  $a, b, c$  et  $d$  des nombres réels avec  $c \neq 0$ .

On appelle fonction homographique toute

fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ .

**Exemple :**

La  $f$  définie par  $f(x) = \frac{3x+2}{2x-1}$  est une fonction homographique définie sur  $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .

**Forme canonique d'une fonction homographique :**

**Activité :**

Soit la fonction homographique  $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$

1) Déterminer le domaine de définition de  $f$ .

2) Utiliser la division Euclidienne pour écrire  $f$  sous la forme  $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{cx+d}$ .

**Synthèse :**

L'écriture  $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{cx+d}$  est appelée la forme canonique de  $f$ .

En général, on appelle forme canonique d'une fonction homographique  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ , la

forme  $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{cx+d}$ .

**Evaluation :**

Ecrire les fonctions homographiques sous la forme trigonométrique :

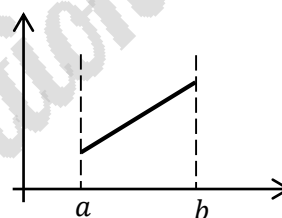
a)  $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ ; b)  $f(x) = \frac{-2x+4}{5x+7}$ ; c)  $f(x) = \frac{3x-4}{x}$ .

**Sens de variation :**

Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$ ,  $I$  un intervalle inclus dans  $D_f$ .

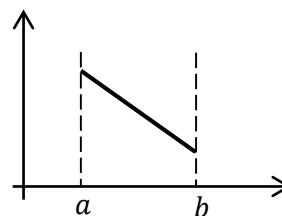
\* On dit que  $f$  est croissante sur  $I$  si,

$\forall u, v \in I; u < v \Rightarrow f(u) \leq f(v)$ .



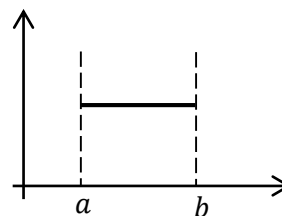
\* On dit que  $f$  est décroissante sur  $I$  si,

$\forall u, v \in I; u > v \Rightarrow f(u) \geq f(v)$ .



\* On dit que  $f$  est constante sur  $I$  si,

$\forall u, v \in I; f(u) = f(v)$ .



**Remarque :**

Pour étudier le sens de variation d'une fonction homographique  $f$  sur son domaine de définition, l'écrit d'abord sous la forme canonique.

**Evaluation :**

Etudier le sens de variation de chacune des fonctions suivantes :

a)  $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$  ; b)  $f(x) = \frac{-x+2}{3x+7}$ .

**Représentation graphique :**

**Exemple :**

Représenter graphiquement la fonction  $f$  définie

par :  $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$

**Solution :**

Le domaine de définition  $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

Forme canonique :  $f(x) = 2 + \frac{5}{x-1}$

Sens de variation :

Soit  $a, b \in \mathbb{R} - \{1\}$  tel que  $a < b$ .

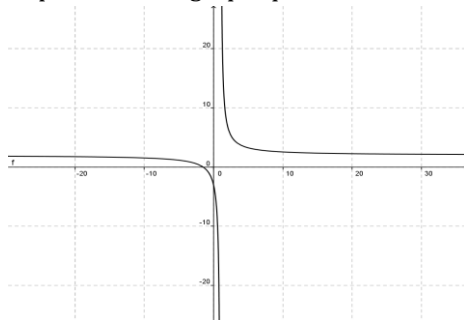
$a < b \Rightarrow 2 + \frac{5}{a-1} > 2 + \frac{5}{b-1} \Rightarrow f(a) > f(b)$

Alors  $f$  est strictement décroissante sur  $\mathbb{R} - \{1\}$

Tableau de variation :

| $x$    | $-\infty$  | 1 | $+\infty$  |
|--------|------------|---|------------|
| $f(x)$ | $\searrow$ |   | $\searrow$ |

Représentation graphique :



**Equation du type :**  $f(x) = a$  ( $a \in \mathbb{R}$ )

**Exemple :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{2x+3}{x-5} = 1$

**Equation du type :**  $f(x) \leq a$  ( $a \in \mathbb{R}$ )

**Exemple :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{x+3}{2x-6} \leq 0$