

Ressources pédagogiques

Mathématiques

11^e Sciences Économiques et Sociales

Exercices d'application, d'approfondissement
et situations complexes (APC)

Sommaire — conforme au programme officiel de 11^e SES (3 h/semaine, coefficient 2)

Unité d'apprentissage 1 (UA1)

- Chapitre 1 Activités graphiques : fonctions affines, droites, fonctions x^2 , $\frac{1}{x}$, $\sqrt{x}$
- Chapitre 2 Systèmes d'équations linéaires (2 ou 3 inconnues, matrice associée)
- Chapitre 3 Fonction polynôme du second degré
- Chapitre 4 Pourcentages (direct et indirect)
- Chapitre 5 Statistique

Unité d'apprentissage 2 (UA2)

- Chapitre 6 Fonction homographique
- Chapitre 7 Dérivation des fonctions

Unité d'apprentissage 3 (UA3)

- Chapitre 8 Dénombrement et probabilité
- Chapitre 9 Suites numériques (et réinvestissement des pourcentages)

Mode d'emploi

Chaque chapitre comprend :

- un encadré **L'essentiel à retenir** (rappels des savoirs mobilisés) ;
- des **exercices d'application** (niveau 1), pour fixer les savoir-faire ;
- des **exercices d'approfondissement** (niveau 2), qui combinent plusieurs notions ;
- deux ou trois **situations complexes** structurées selon l'APC (contexte, support, fonction, consignes), ancrées dans les réalités du Mali.

Les données ont été vérifiées ; les montants sont exprimés en francs CFA.

Unité d'apprentissage 1

UA1

Activités graphiques · Systèmes d'équations
· Second degré · Pourcentages · Statistique

Chapitre 1

Activités graphiques

Compétences et contenus visés. Résoudre une situation-problème ; communiquer à l'aide du langage mathématique. Fonctions déterminées par une table de valeurs (relevé météorologique, production agricole ou artisanale) ; fonction affine et droite non parallèle à l'axe des ordonnées ; interprétation des coefficients (pente, ordonnée à l'origine) ; résolution de $f(x) = 0$ et $f(x) = y$; fonctions $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ (représentation point par point).

L'essentiel à retenir

- Une fonction **linéaire** s'écrit $f(x) = ax$; elle traduit une situation de proportionnalité de coefficient a . Sa représentation est une droite passant par l'origine.
- Une fonction **affine** s'écrit $f(x) = ax + b$; a est le coefficient directeur, b l'ordonnée à l'origine.
- Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points de la droite représentant f avec $x_A \neq x_B$: $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $b = y_A - a x_A$.
- Si $a > 0$, f est croissante ; si $a < 0$, f est décroissante. Pour f croissante, $f([\alpha; \beta]) = [f(\alpha); f(\beta)]$.
- Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si et seulement si elles ont la même pente.
- Résoudre $f(x) = y_0$, c'est chercher les antécédents de y_0 : graphiquement, les abscisses des points de la courbe d'ordonnée y_0 .

Exercices d'application

Exercice 1 — Fonction donnée par une table de valeurs

Le tableau donne la production cumulée de beurre de karité (en kg) d'une coopérative de Sikasso en fonction du nombre x de jours de travail :

x (jours)	0	2	4	6	8	10
$f(x)$ (kg)	15	45	75	105	135	165

- 1) Vérifie que la production augmente de la même quantité tous les 2 jours. Dédus-en que f est une fonction affine et détermine $f(x)$.
- 2) Interprète la pente et l'ordonnée à l'origine dans le contexte.
- 3) Résous $f(x) = 0$, puis $f(x) = 240$. Les deux résultats ont-ils un sens dans la situation ?

Exercice 2 — Relevé météorologique

Températures relevées à Bamako un jour de mars :

Heure	6 h	8 h	10 h	12 h	14 h	16 h	18 h
Température (°C)	22	26	31	35	38	37	33

- 1) Représente ces données point par point dans un repère (unités au choix).
- 2) La température est-elle une fonction affine de l'heure ? Justifie.
- 3) Estime graphiquement l'heure à laquelle il fait 30 °C le matin.

Exercice 3 — Fonction linéaire et proportionnalité

- 1) Soit f la fonction linéaire de coefficient 2.

a) Donne l'expression algébrique $f(x)$.

b) Complète le tableau :

x	-3	-1	1	4	6
$f(x)$					

- 2) Prouve que ce tableau est un tableau de proportionnalité et donne son coefficient. Que remarques-tu ?
- 3) Soit g la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x - 3$. Complète le même tableau pour g . Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Justifie.

Exercice 4 — Reconnaître une fonction linéaire ou affine

Pour chacune des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ suivantes, dis si elle est linéaire, affine (non linéaire) ou ni l'une ni l'autre. Justifie en développant si nécessaire.

a) $f(x) = -2x + 3$ b) $f(x) = 5x$ c) $f(x) = -\frac{4}{3}x$ d) $f(x) = 3x^2$

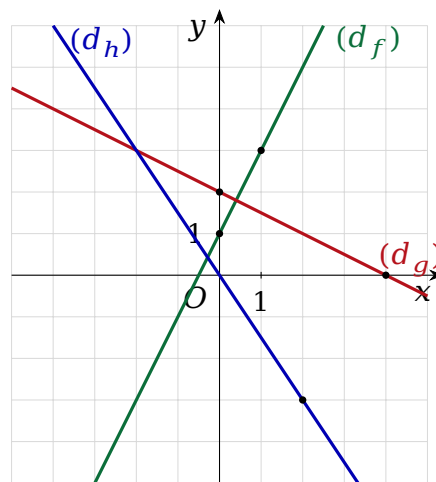
e) $f(x) = 2(x - 4) + 8$ f) $f(x) = -4x + \sqrt{2}$ g) $f(x) = -\frac{4}{3}(x + 5)$ h) $f(x) = 3x^2 - 4$

Exercice 5 — Représentations graphiques

Dans un repère orthonormé, représente les fonctions f , g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = -2x + 5$ et $h(x) = \frac{2}{3}x - 4$.

Exercice 6 — Lecture graphique de fonctions affines

Détermine les expressions algébriques des fonctions f , g et h représentées ci-dessous par les droites (d_f) , (d_g) et (d_h) .

**Exercice 7** — Conversion des températures

Au Mali, les températures sont données en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$) ; aux États-Unis, en degrés Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Pour convertir des $^{\circ}\text{C}$ en $^{\circ}\text{F}$, on multiplie par 1,8 puis on ajoute 32.

- 1) Convertis en $^{\circ}\text{F}$ la température de 34°C relevée à Bamako un après-midi de mars.
- 2) On note f la fonction qui associe à une température x en $^{\circ}\text{C}$ sa valeur en $^{\circ}\text{F}$. Détermine $f(x)$ et la nature de f .
- 3) Représente f pour $x \in [0; 50]$ (1 cm pour 10°C en abscisse, 1 cm pour 10°F en ordonnée).
- 4) Détermine par le calcul la température en $^{\circ}\text{C}$ correspondant à 104°F .

Exercice 8 — Déterminer une fonction linéaire ou affine

- 1) Détermine la fonction linéaire f dont la représentation graphique passe par $A(-2; 6)$.
- 2) Détermine la fonction affine g dont la représentation graphique passe par $B(-2; 7)$ et $C(1; -2)$.
- 3) Détermine la fonction affine h telle que $h(0) = \frac{2}{3}$ et $h(-2) = -\frac{4}{3}$.

Exercice 9 — Tracer une droite à partir d'un point et d'un coefficient

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

- 1) f est linéaire et sa droite (C_f) passe par $A(2; -1)$. Trace (C_f) et donne $f(x)$.
- 2) g est affine, (C_g) passe par $B(1; 2)$ et a pour coefficient directeur 3. Trace (C_g) et donne $g(x)$.
- 3) h est affine, (C_h) passe par $C(-3; 4)$ et a pour coefficient directeur -2 . Trace (C_h) et donne $h(x)$.

Exercice 10 — Droite passant par deux points

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

- 1) Détermine l'équation réduite de la droite (AB) avec $A(-2; 3)$ et $B(1; 5)$, puis celle de (CD) avec $C(-3; -1)$ et $D(5; 3)$.
- 2) Pour chacune des droites suivantes, donne la pente et l'ordonnée à l'origine : $(D_1): y = 3x - 1$; $(D_2): 4x - 3y = 4$; $(D_3): -y + 3x + 2 = 0$; $(D_4): 3x + 4y - 2 = 0$.
- 3) Parmi ces droites, lesquelles sont parallèles ? Justifie.
- 4) La droite d'équation $x = 4$ représente-t-elle une fonction affine ? Explique.

Exercice 11 — Images et antécédents

Soient $f(x) = 3x + 5$ et $g(x) = \frac{5x - 1}{x + 1}$ (pour $x \neq -1$).

- 1) Complète les tableaux :

x	-5	-3	0	3	5
$f(x)$					

x	-3	-2	1	2	3
$g(x)$					

- 2) Détermine les antécédents de 14, de -4 et de 5 par f .
- 3) Détermine les antécédents de 11, de 2 et de 7 par g .
- 4) Pourquoi ne peut-on pas calculer $g(-1)$?

Exercice 12 — Fonctions de référence

On considère $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{x}$ et $h(x) = \sqrt{x}$.

- 1) Donne l'ensemble des réels pour lesquels chaque fonction est définie.
- 2) Complète les tableaux de valeurs suivants (valeurs approchées à 10^{-1} près si nécessaire) :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	4
$g(x)$							

x	0	1	4	6	8	9
$h(x)$						

- 3) Trace point par point les trois courbes dans un repère orthonormé.

Exercices d'approfondissement

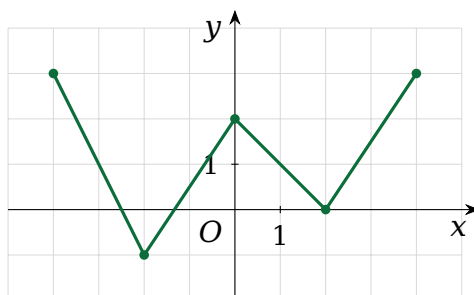
Exercice 13 — Image directe d'un intervalle

Soient $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = -5x + 2$ et $h(x) = x^2 + 1$.

- 1) Détermine les images par f et par g des intervalles $A = [-5; 4]$, $B =]3; 8[$, $C =] - 9; 0]$ et $D = [-11; -8]$.
- 2) Détermine les images par h des intervalles $I = [0; 5]$, $J =]6; 8[$ et $K = [-4; -1]$.
- 3) Explique pourquoi l'image de $[-1; 2]$ par h n'est pas $[h(-1); h(2)]$.

Exercice 14 — Lecture graphique d'une fonction

La fonction f est définie sur $[-4; 4]$ par sa représentation graphique ci-dessous (ligne brisée).



- 1) Donne l'ensemble de définition de f et dresse son tableau de variations.
- 2) Détermine graphiquement l'image par f de $I = [-4; -2]$, $J = [-2; 0]$, $K =]0; 2[$, $L = [2; 4]$ et $E = [-3; 1]$.
- 3) Détermine graphiquement l'ensemble des antécédents de 2, puis l'ensemble des réels x tels que $f(x) \geq 2$.

Exercice 15 — Carte de réduction au cinéma

Aminata achète une carte à 1 200 F qui lui permet de payer demi-tarif à chaque séance dans une salle de cinéma de Bamako. Elle est allée 7 fois au cinéma et a dépensé en tout (carte et billets) 4 000 F.

- 1) Combien paie-t-elle par séance ? Quel est le plein tarif ?
- 2) Exprime la dépense $f(x)$ d'Aminata pour x séances, puis la dépense $g(x)$ de son ami Moussa qui n'a pas de carte. Donne la nature de chaque fonction.
- 3) Représente f et g dans un même repère, puis détermine graphiquement et par le calcul à partir de combien de séances la carte est avantageuse.

Exercice 16 — Le camion de fournitures

Le proviseur d'un lycée fait transporter des cartons identiques de fournitures scolaires dans un camion. Avec 15 cartons, la masse totale (camion et cartons) est de 3 750 kg ; avec 40 cartons, elle est de 5 000 kg. On note $f(x)$ la masse totale pour x cartons.

- 1) Explique pourquoi f est une fonction affine, puis donne $f(15)$ et $f(40)$.
- 2) Détermine la masse d'un carton : que représente-t-elle pour la droite représentant f ?

- 3) Détermine la masse à vide du camion : que représente-t-elle pour f ?
- 4) Le pont à l'entrée du village supporte au plus 6 500 kg. Combien de cartons le camion peut-il transporter au maximum ?

Exercice 17 — Droites parallèles

Dans un repère orthonormé, on donne $A(-4; 2)$, $B(4; 8)$ et $C(7; 4)$.

- 1) Vérifie que la droite (AB) a pour équation $y = \frac{3}{4}x + 5$; interprète la pente et l'ordonnée à l'origine.
- 2) Détermine l'équation de la droite (D) parallèle à (AB) passant par C , puis trace (AB) et (D) .
- 3) Résous graphiquement puis par le calcul l'équation $\frac{3}{4}x + 5 = 0$.

Situations complexes

Situation complexe 1.1 Fonctions affines · comparaison graphique

Électricité solaire pour une boutique de Kayes

1 · Contexte

Awa ouvre une boutique de transfert d'argent à Kayes. Le quartier n'est pas encore raccordé au réseau : elle doit choisir une solution d'énergie solaire.

2 · Support

Offre A : achat d'un kit solaire à 150 000 F, puis 2 000 F d'entretien par mois.
Offre B : location du kit à 9 500 F par mois, entretien compris. Puissance du kit : 200 W. La boutique est ouverte de 8 h à 20 h.

3 · Fonction

Tu es conseiller d'une institution de microfinance. Tu dois aider Awa à choisir l'offre la plus économique selon la durée d'utilisation.

4 · Consignes

- 1 Exprimer le coût $f(x)$ de l'offre A et le coût $g(x)$ de l'offre B pour x mois ; préciser la nature de chaque fonction.
- 2 Représenter f et g dans un même repère pour $x \in [0; 36]$ (unités au choix, justifiées).
- 3 Déterminer graphiquement, puis par le calcul, à partir de combien de mois l'offre A devient plus avantageuse. Rédiger une recommandation.

Situation complexe 1.2 Image d'un intervalle · antécédent

Le transport des mangues de Sikasso

1 · Contexte

Une coopérative de producteurs de mangues de Sikasso loue un camion pour livrer ses récoltes vers différents marchés.

2 · Support

Le transporteur facture un forfait de 75 000 F plus 300 F par kilomètre : $f(x) = 300x + 75\,000$ (x en km). Les marchés visés sont situés entre 200 km et 400 km. Le budget transport de la coopérative est de 165 000 F. Un camion transporte 10 tonnes de mangues.

3 · Fonction

Tu es le trésorier de la coopérative. Tu dois présenter au bureau les coûts possibles et la distance maximale permise par le budget.

4 · Consignes

- 1 Justifier que f est croissante et déterminer l'image $f([200; 400])$. Interpréter.
- 2 Déterminer la distance correspondant exactement au budget (antécédent de 165 000 par f).
- 3 Conclure : quels marchés la coopérative peut-elle livrer avec son budget ?

Situation complexe 1.3 Droite · pente · antécédent**Les poteaux de la ligne électrique****1 · Contexte**

Une entreprise installe une ligne électrique rectiligne pour raccorder un hameau de la commune de Kati. Le géomètre a relevé la position des poteaux dans un repère orthonormé (unité : 100 m).

2 · Support

Poteaux : $A(2; 1)$, $B(0; 3)$, $C(1; 2)$, $D(3; 0)$, $E(5; -1)$. Chaque poteau mesure 9 m. Règle de pose : « tous les poteaux doivent être alignés ».

3 · Fonction

Tu es contrôleur des travaux. Tu dois repérer les poteaux mal placés et indiquer leur position correcte.

4 · Consignes

- 1 Déterminer la fonction affine f dont la droite (AB) est la représentation graphique ; interpréter la pente.
- 2 Vérifier, par le calcul, quels poteaux sont sur la droite (AB) .
- 3 Pour chaque poteau mal placé, déterminer sa position correcte ayant la même abscisse, puis le point de la ligne situé à l'ordonnée -3 (résoudre $f(x) = -3$).

Chapitre 2

Systèmes d'équations linéaires

Compétences et contenus visés. Résoudre une situation-problème par la mise en équation. Systèmes d'équations linéaires à deux ou trois inconnues réelles : résolution par substitution, combinaison, déterminant, méthode graphique et pivot de Gauss ; utilisation de la matrice associée.

L'essentiel à retenir

- Pour $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$, on pose $\Delta = ab' - a'b$. Si $\Delta \neq 0$, le système a une unique solution : $x = \frac{cb' - c'b}{\Delta}$, $y = \frac{ac' - a'c}{\Delta}$. Si $\Delta = 0$, il n'a aucune solution ou une infinité.
- Graphiquement : la solution est l'intersection des deux droites (unique, vide si parallèles distinctes, infinie si confondues).
- Pivot de Gauss : on élimine une inconnue dans deux équations, on obtient un système triangulaire, on remonte.
- La **matrice associée** au système est le tableau des coefficients : $\begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix}$; son déterminant est $\Delta = ab' - a'b$. Pour trois inconnues, on travaille sur la matrice complète (coefficients et seconds membres).

Exercices d'application

Exercice 1 — Vérifier une solution

Parmi les couples $(8; 0)$, $(0; -10,5)$, $(3; 1)$ et $(5; 2)$, lequel est solution du système

$$\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ 5x - 2y = 21 \end{cases} ?$$

Exercice 2 — Résolution par substitution ou combinaison

Résous dans $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} x + y = 1 \\ 3x - 5y = -21 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 7x - 3y = -48 \\ x + 11y = 16 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -x + y = 2 \end{cases} \\ & \text{d) } \begin{cases} y = 2x - 3 \\ x - y = 2 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} 5x - y = 17 \\ 2x + 2y = -1 \end{cases} \end{array}$$

Exercice 3 — Méthode du déterminant

Résous dans $\mathbb{R}^2$ par la méthode du déterminant. Pour les systèmes de déterminant nul, précise s'il y a aucune solution ou une infinité.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + 6y = -3 \\ -3x - y = 7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 8x - 4y = 1 \\ -2x + y = 3 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 3x - 4y + 6 = 0 \\ \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -1 \end{cases}$$

Exercice 4 — Résolution graphique

Résous graphiquement, puis vérifie par le calcul :

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - y = 1 \\ -x + y = -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 6x - 15y + 24 = 0 \\ -4x + 10y + 16 = 0 \end{cases}$$

Exercice 5 — Droites sécantes

On considère $(\Delta): 5x - 2y + 2 = 0$ et $(\Delta'): x + y - 1 = 0$. Justifie que ces droites ne sont pas parallèles, puis détermine les coordonnées de leur point d'intersection.

Exercice 6 — Pivot de Gauss

Résous dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de Gauss :

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + y + 3z = 9 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 3y + z = 11 \\ -x - 3y + 2z = -1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + y - 2z = 7 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3x + y - 2z = 9 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - y + 2z = 13 \\ x + 3y - 5z = -16 \\ 4x + 2y - z = 3 \end{cases} \quad \text{e) } \begin{cases} a + b + c = 0 \\ a + 2b + 2c = -5 \\ a + 4b + 9c = -25 \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} x + y + z = -4 \\ 8x + 4y + 2z = -2 \\ 27x + 9y + 3z = 0 \end{cases}$$

Exercices d'approfondissement**Exercice 7** — Matrice associée

1) Écris la matrice associée à chacun des systèmes :

$$(S_1): \begin{cases} 5x + 6y = -3 \\ -3x - y = 7 \end{cases} \quad (S_2): \begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + 3z = 26 \\ 3x + 2y + z = 9 \end{cases}$$

- 2) Calcule le déterminant de la première matrice et résous le premier système.
- 3) Écris la matrice complète du second système, puis résous-le en effectuant les opérations du pivot de Gauss sur les lignes de cette matrice.

Exercice 8 — Un système particulier

Résous dans $\mathbb{R}^3$ le système
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ x + y - z = 3 \\ x - 9y + 5z = -7 \end{cases}$$
. Vérifie que la troisième équation

s'obtient à partir des deux premières. Que peux-tu conclure sur l'ensemble des solutions ?

Exercice 9 — Mise en équation

Résous chaque problème en le traduisant par une équation ou un système.

- A. Amadou dépense le quart de son argent dans un premier magasin, puis la moitié du reste dans un second. Après avoir acheté un objet à 500 F, il lui reste 400 F. Quelle somme avait-il au départ ?
- B. Un car de 15 places, plein, assure la liaison Bamako-Ségou. Une place coûte 5 000 F pour un adulte et 3 000 F pour un enfant. La recette d'un départ est de 61 000 F. Combien d'adultes et d'enfants étaient à bord ?
- C. Dans une ferme de Kati, il y a des pintades et des lapins : 38 têtes et 118 pattes. Combien y a-t-il d'animaux de chaque espèce ?
- D. Au marché à bétail de Kati, 3 moutons et 1 chèvre coûtent 285 000 F ; 5 moutons et 3 chèvres coûtent 535 000 F. Quel est le prix d'un mouton et celui d'une chèvre ?
- E. La différence de deux entiers naturels est 24. Si l'on ajoute 8 à chacun, le plus grand devient le triple du plus petit. Quels sont ces entiers ?
- F. *L'âne et le cheval*. Un âne et un cheval portent des sacs de même masse. Le cheval dit à l'âne : « Si je prenais un de tes sacs, j'en porterais deux fois plus que toi ; si tu prenais un des miens, nous en porterions autant. » Combien de sacs porte chacun ?
- G. *Les âges d'Ali et de Boubacar*. Ali dit à Boubacar : « J'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai, la somme de nos âges sera 98 ans. » Quel est l'âge de chacun ?
- H. Un horticulteur de Bamako achète des plants de manguiers à 300 F l'un et de citronniers à 200 F l'un ; il a 19 citronniers de plus que de manguiers et dépense 21 300 F. Combien de plants de chaque sorte a-t-il achetés ?

Situations complexes**Situation complexe 2.1** Système de trois équations · pivot de Gauss**Les kits scolaires de l'Association des parents d'élèves****1 · Contexte**

À la rentrée, l'Association des parents d'élèves (APE) d'un lycée de Bamako distribue des kits scolaires. La facture du fournisseur ne détaille pas le prix unitaire des articles.

2 · Support

Kit 1 : 2 cahiers, 1 stylo, 1 règle : 1 200 F. Kit 2 : 3 cahiers, 2 stylos, 1 règle : 1 750 F. Kit 3 : 1 cahier, 3 stylos, 2 règles : 1 350 F. L'APE veut distribuer 600 kits de type 1 ; son budget est de 750 000 F. Le lycée compte 42 enseignants.

3 · Fonction

Tu es le trésorier de l'APE. Tu dois retrouver les prix unitaires et vérifier que le budget suffit.

4 · Consignes

- 1 Traduire les données par un système de trois équations à trois inconnues.
- 2 Résoudre ce système par la méthode du pivot de Gauss et vérifier la solution.
- 3 Déterminer si le budget permet de distribuer les 600 kits de type 1. Justifier par le calcul.

Situation complexe 2.2 Système de deux équations · déterminant**La billetterie du stade Modibo-Keïta****1 · Contexte**

Pour un match des Aigles du Mali au stade Modibo-Keïta, la fédération vend des billets de deux catégories.

2 · Support

Tribune populaire : 2 000 F ; tribune couverte : 5 000 F. Billets vendus : 12 000. Recette : 33 000 000 F. Capacité du stade : 25 000 places. Coup d'envoi : 17 h.

3 · Fonction

Tu es contrôleur financier de la fédération. Tu dois retrouver le nombre de billets vendus dans chaque catégorie pour vérifier les comptes des guichets.

4 · Consignes

- 1 Traduire les données par un système de deux équations ; écrire sa matrice associée et calculer son déterminant.
- 2 Résoudre le système par la méthode du déterminant, puis vérifier par une autre méthode.
- 3 Le guichet de la tribune couverte déclare avoir vendu 3 500 billets. Ce chiffre est-il compatible avec la recette ? Conclure.

Chapitre 3

Fonctions polynômes du second degré

Compétences et contenus visés. Résoudre une situation-problème ; modéliser. Forme canonique ; factorisation ; équations et inéquations du second degré ; signe d'un trinôme ; somme et produit des racines ; représentation graphique (parabole, sommet) ; problèmes conduisant au second degré.

L'essentiel à retenir

- $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$ avec $\Delta = b^2 - 4ac$ (forme canonique).
- Si $\Delta > 0$: deux racines $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$; si $\Delta = 0$: une racine double $-\frac{b}{2a}$; si $\Delta < 0$: aucune racine réelle.
- Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe contraire entre elles.
- Deux nombres de somme S et de produit P sont les solutions de $X^2 - SX + P = 0$.
- La parabole a pour sommet $S\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$.

Exercices d'application**Exercice 1** — Forme canonique et factorisation

Soient $g(x) = 4x^2 - 20x + 25$ et $R(x) = -2x^2 + 4x + 6$.

- 1) Écris chaque trinôme sous forme canonique, puis factorise-le si possible.
- 2) Résous $g(x) = 0$, $R(x) = 0$, $g(x) < 0$ et $R(x) \geq 0$.
- 3) Étudie le signe de chaque trinôme.

Exercice 2 — Équations du second degré

Résous dans $\mathbb{R}$:

- a) $3x^2 + 5x - 8 = 0$ b) $2 - x = 4 - x^2$ c) $-x^2 + x + 6 = 0$
 d) $4x^2 + 1 = 0$ e) $x^2 + x + 1 = 0$
 f) $x^2 - 4x + 4 = 0$ g) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0$ h) $-\sqrt{2}x^2 + 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$ i) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{6} = 0$

Exercice 3 — Inéquations

Résous dans $\mathbb{R}$:

- a) $-9x^2 + 6x - 1 \geq 0$ b) $x^2 + x \geq x + 1$ c) $2 - x > 4 - x^2$ d) $7x < 2x^2 + 6$
 e) $(2x - 1)(x + 2) > 0$ f) $(x - 1)(2 - x) > 0$ g) $\frac{x + 3}{4 - x} < 0$ h) $\frac{2x^2 + 3x - 5}{-x^2 + 4x - 3} > 0$

Exercice 4 — Somme et produit

Détermine, s'ils existent, deux réels de somme S et de produit P : a) $S = 5$, $P = 6$; b) $S = -1$, $P = -2$; c) $S = -9$, $P = 20$; d) $S = 3$, $P = 4$; e) $S = -1$, $P = 12$; f) $S = \sqrt{2}$, $P = \frac{1}{2}$.

Exercice 5 — Systèmes « somme-produit »

Résous dans $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = 3 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x + y = 5 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} x + y = 4 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{3} \end{cases} \end{array}$$

Exercices d'approfondissement**Exercice 6** — Étude d'un trinôme

Soit $f(x) = 4x^2 - 4x - 8$.

- 1) Montre que, pour tout réel x , $f(x) = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 9$.
- 2) Dédus-en les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de f .
- 3) Montre que $f(x) = (2x - 4)(2x + 2)$, puis résous $f(x) = 0$ et $f(x) > 0$.

Exercice 7 — Parabole et axe des abscisses

Soit $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ et $\mathcal{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé.

- 1) Précise la nature de $\mathcal{C}$ et les coordonnées de son sommet.
- 2) Montre que $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses en deux points A et B dont tu donneras les coordonnées.
- 3) Pour quelles valeurs de x la courbe $\mathcal{C}$ est-elle au-dessus de l'axe des abscisses ?
- 4) Trace $\mathcal{C}$ à l'aide d'un tableau de valeurs.

Exercice 8 — Résolution graphique

Soit $f(x) = 2x^2 + x - 3$.

- 1) Détermine a , α et β tels que $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$.
- 2) Construis la courbe de f (unité 1 cm), avec un tableau de valeurs.
- 3) Résous graphiquement $2x^2 + x - 3 = 0$, $2x^2 + x - 3 < 0$ et $2x^2 > -x + 3$, puis vérifie par le calcul.

Exercice 9 — Problèmes de dimensions

- A. Détermine les dimensions d'un champ rectangulaire de périmètre 64 m et d'aire 240 m².
- B. Un terrain rectangulaire a une aire de 1 971 m² et un périmètre de 200 m. Calcule sa longueur et sa largeur.

- C. Trouve les dimensions d'un champ rectangulaire de $1\,200\text{ m}^2$ dont la longueur dépasse la largeur de 10 m .
- D. Un terrain rectangulaire a 220 m de périmètre. Si l'on diminue sa longueur de 2 m et augmente sa largeur de 2 m , son aire augmente de 16 m^2 . Quelles sont ses dimensions ?
- E. Un groupe d'élèves réserve une excursion à Sotuba pour $21\,600\text{ F}$. Avec 30 participants de plus, le prix du billet aurait baissé de 20 F et le total aurait été de $24\,000\text{ F}$. Détermine le prix d'un billet et le nombre de participants.

Exercice 10 — Bénéfice d'une minoterie

Une minoterie de Koutiala produit q tonnes de farine de maïs ($0 < q < 80$). Le coût total, en milliers de francs, est $C(q) = 2q^2 + 10q + 900$ et chaque tonne est vendue 120 milliers de francs.

- 1) Exprime la recette $R(q)$ et le bénéfice $B(q)$.
- 2) Détermine les quantités pour lesquelles la production est rentable.
- 3) Détermine la production qui donne le bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice.

Situations complexes**Situation complexe 3.1** Équation du second degré · maximum**La clôture du jardin des femmes de Baguineda****1 · Contexte**

Un groupement de femmes maraîchères de Baguineda veut clôturer un jardin rectangulaire le long du mur d'un magasin. Le côté adossé au mur n'a pas besoin de grillage.

2 · Support

Le groupement dispose de 100 m de grillage pour les trois autres côtés. On note x la largeur (en m), perpendiculaire au mur. Le jardin doit avoir une aire de $1\,200\text{ m}^2$ pour accueillir 30 planches de légumes. Le rouleau de grillage de 25 m coûte $18\,000\text{ F}$.

3 · Fonction

Tu es animateur agricole. Tu dois proposer au groupement les dimensions possibles du jardin.

4 · Consignes

- 1 Exprimer, en fonction de x , la longueur parallèle au mur, puis l'aire $A(x)$ du jardin.
- 2 Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire est exactement $1\,200\text{ m}^2$, et en déduire les dimensions possibles.
- 3 Déterminer l'aire maximale que l'on peut clôturer avec ce grillage, et les dimensions correspondantes.

Situation complexe 3.2 Signe d'un trinôme · rentabilité**La vente de jus de bissap****1 · Contexte**

Un jeune de Kalaban-Coro vend des sachets de jus de bissap devant un lycée et veut fixer son prix de vente.

2 · Support

Une enquête montre que, pour un prix de p dizaines de francs par sachet ($0 \leq p \leq 50$), il vend $200 - 4p$ sachets par jour. Ses charges fixes journalières (sucre, emballages, transport) s'élèvent à 1 600 dizaines de francs, soit 16 000 F. Il travaille 5 jours par semaine.

3 · Fonction

Tu es conseiller d'un programme d'appui à l'entrepreneuriat des jeunes. Tu dois indiquer les prix rentables et le prix optimal.

4 · Consignes

- 1** Montrer que le bénéfice journalier, en dizaines de francs, est $B(p) = -4p^2 + 200p - 1\,600$.
- 2** Déterminer les prix pour lesquels l'activité est rentable ($B(p) > 0$).
- 3** Déterminer le prix qui rend le bénéfice maximal ; préciser le nombre de sachets vendus et le bénéfice journalier en francs.

Chapitre 4

Pourcentages

Compétences et contenus visés. Résoudre une situation-problème de la vie économique. Pourcentage direct et pourcentage indirect ; coefficient multiplicateur ; hausses et baisses successives ; taux d'évolution ; calcul d'une valeur initiale ; applications commerciales (TVA, remise, escompte, marge) ; partages proportionnels.

L'essentiel à retenir

- **Pourcentage direct** : le pourcentage est calculé sur la valeur de départ (ex. : remise de 10 % *du prix initial*). **Pourcentage indirect** : il est calculé sur la valeur d'arrivée (ex. : bénéfice de 20 % *du prix de vente*) ; alors $\text{prix d'achat} = \text{prix de vente} \times (1 - 0,20)$.
- Augmenter de t % revient à multiplier par $1 + \frac{t}{100}$; diminuer de t %, à multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.
- Des évolutions successives se traduisent par le **produit** des coefficients (et non la somme des pourcentages).
- Taux d'évolution : $\frac{V_{\text{finale}} - V_{\text{initiale}}}{V_{\text{initiale}}} \times 100$. Valeur initiale : $V_{\text{initiale}} = \frac{V_{\text{finale}}}{\text{coefficient}}$.
- Au Mali, la TVA est de 18 % : $\text{prix TTC} = \text{prix HT} \times 1,18$.
- Intérêt simple : $I = \frac{C \times t \times n}{100}$ (n en années) ou $I = \frac{C \times t \times m}{1\,200}$ (m en mois).

Exercices d'application

Exercice 1 — Questions à choix multiples

Coche la bonne réponse.

- 1) Une grandeur diminue de moitié. Sa baisse est de : ☐ 5 % ☐ 50 % ☐ 100 %
- 2) Une grandeur double. Sa hausse est de : ☐ 50 % ☐ 100 % ☐ 200 %
- 3) La baisse maximale possible du prix d'un produit est de : ☐ 99 % ☐ 100 % ☐ 101 %
- 4) 840 F représentent, par rapport à 6 000 F : ☐ 0,14 % ☐ 14 % ☐ 64 %
- 5) 30 % de 120 F valent : ☐ 36 F ☐ 40 F ☐ 90 F

Exercice 2 — Coefficients multiplicateurs

- 1) Un article coûtait 5 750 F et subit une hausse de 8 %. Donne le coefficient multiplicateur et le nouveau prix.
- 2) Un objet de 27 950 F subit une réduction de 4 %. Donne le coefficient multiplicateur et le nouveau prix.
- 3) Une moto Djakarta coûte 350 000 F pendant les vacances ; à la rentrée, son prix augmente de 10 %. Quel est le nouveau prix ?
- 4) Une paire de chaussures coûte 12 000 F ; le vendeur accorde une remise de 3 %. Quel est le nouveau prix ?
- 5) Un commerçant achète 2 000 œufs ; 1,5 % se cassent pendant le transport. Combien d'œufs reste-t-il ?

Exercice 3 — Taux d'évolution et valeur initiale

- 1) Le prix d'un article passe de 16 250 F à 18 200 F. Calcule le pourcentage d'augmentation.
- 2) Le chiffre d'affaires d'une entreprise passe de 5 millions à 4 millions de francs. Calcule le taux d'évolution.
- 3) Après une hausse de 5 %, un téléphone coûte 115 500 F. Quel était son prix initial ?
- 4) Une balle de coton entreposée dans un endroit humide pèse 567 kg, soit 5 % de plus qu'au départ. Quelle était sa masse initiale ?
- 5) Un rabais de 20 % fait économiser 1 000 F sur un livre. Quel est le prix sans rabais ?
- 6) Avec 20 % de réduction, un billet de car Bamako-Sikasso coûte 6 000 F. Quel est le prix sans réduction ?
- 7) Après un déménagement, le loyer d'une famille baisse de 18 %. Il était de 58 000 F : calcule la baisse et le nouveau loyer.

Exercice 4 — Calculs de proportions

- 1) En 2009, sur 119 élèves de Terminale d'un lycée, 22 ont choisi l'allemand en LV2. Calcule le pourcentage correspondant.
- 2) La même année, le lycée comptait 501 élèves. Quel est le pourcentage d'élèves de Terminale ?
- 3) Une société de 58 salariés compte 34 cadres, dont 12 hommes. Calcule le pourcentage de cadres, puis le pourcentage de femmes parmi les cadres (à 0,01 près).
- 4) Lors d'une sortie au mont Hombori, 9 des 29 élèves étaient des filles. Quelle est la part des filles (à 0,01 près) ?
- 5) Combien d'heures et de minutes représentent 10 % d'une journée ?

Exercices d'approfondissement

Exercice 5 — Pourcentages direct et indirect

- 1) Un commerçant du Grand Marché achète un pagne 40 000 F. Il veut réaliser un bénéfice de 20 % *du prix de vente* (pourcentage indirect). Calcule le prix de vente. Compare avec un bénéfice de 20 % *du prix d'achat* (pourcentage direct).
- 2) Un vendeur de motos réalise une perte de 25 % du prix d'achat en vendant une moto 75 000 F. Calcule le prix d'achat.
- 3) Une marchandise est vendue 59 000 F TTC, la TVA (18 %) étant calculée sur le prix hors taxe. Calcule le prix hors taxe et explique pourquoi la TVA ne représente pas 18 % du prix TTC.

Exercice 6 — Tableau d'effectifs

Un lycée compte 350 élèves de Terminale. 20 % sont en Terminale Langues et Lettres (TLL), dont 40 % de garçons. 54 % des élèves de Terminale sont des filles et $\frac{1}{9}$ des filles sont en Terminale Sciences Économiques (TSECO). 34 % des élèves de Terminale sont des garçons de Terminale Sciences Exactes (TSE).

- 1) Complète le tableau d'effectifs :

	TSECO	TLL	TSE	Total
Filles				
Garçons				
Total				350

- 2) Calcule, pour chaque série, le pourcentage de filles et le pourcentage de garçons.

Exercice 7 — Évolutions successives

- 1) M. Sow gagne 100 000 F en décembre. Son salaire augmente de 10 % en janvier, puis baisse de 10 % en février. Retrouve-t-il son salaire de décembre ? Justifie avec le coefficient global.
- 2) Une robe de 1,68 m rétrécit de 3 % au premier lavage, puis de 1,5 % au second. Calcule sa longueur finale et le taux global d'évolution.
- 3) Un boulanger produit 5 200 baguettes par jour ; pendant une semaine de fête, il augmente sa production de 15 % par jour. Combien de baguettes produit-il pendant cette semaine ?
- 4) Dans un lycée de 240 élèves, 55 % des élèves sont des filles et 25 % des filles sont des élèves déplacées. Quel pourcentage de l'effectif total représentent les filles déplacées ? Combien sont-elles ?

Exercice 8 — TVA, remise et escompte

- 1) Le prix TTC d'une marchandise est de 3 540 000 F (TVA à 18 %). Calcule le prix hors taxes et le montant de la TVA.
- 2) Le prix brut d'une marchandise est de 800 000 F. Le vendeur accorde une remise de 10 %, puis un escompte de 2 % ; la TVA est de 18 %. Calcule le net à payer.
- 3) Pour une marchandise importée, les frais de livraison représentent 6 % du prix d'achat et l'assurance 0,8 %. Calcule les frais pour une marchandise de 23 000 F, puis le prix d'une marchandise dont la livraison coûte 46 200 F.

Exercice 9 — Salaires et charges sociales

Les retenues sociales sont de 18 % dans le secteur public et de 23 % dans le secteur privé. Deux personnes ont chacune un salaire brut de 125 000 F, l'une dans le public, l'autre dans le privé.

- 1) Calcule les retenues et le salaire net de chacune.
- 2) Calcule la différence de salaire net et le pourcentage qu'elle représente par rapport au salaire net de la personne du public.

Exercice 10 — Partages proportionnels et intérêts simples

- 1) Une somme est partagée en trois parts proportionnelles à 7, 6 et 5. La différence entre la première et la troisième part est de 100 000 F. Calcule les trois parts et la somme partagée.
- 2) Deux capitaux sont proportionnels à 15 et 7 ; leur différence est de 400 000 F. Calcule ces capitaux. Le premier est placé un an, le second seize mois, au taux d'intérêt simple de 6 % par an. Calcule l'intérêt de chaque capital, l'intérêt total et la valeur acquise totale.

Situations complexes**Situation complexe 4.1** Remise, escompte, TVA · coefficient global**L'équipement de la salle informatique****1 · Contexte**

L'APE d'un lycée de Ségou veut équiper la salle informatique en ordinateurs. Un fournisseur de Bamako envoie une facture proforma.

2 · Support

Prix catalogue : 320 000 F l'ordinateur. Conditions : remise de 10 %, escompte de 2 % pour paiement comptant, TVA de 18 %. Budget voté par l'APE : 3 000 000 F. Commande souhaitée : 10 ordinateurs. Garantie : 12 mois.

3 · Fonction

Tu es le trésorier de l'APE. Tu dois vérifier la facture et proposer une commande compatible avec le budget.

4 · Consignes

- 1** Calculer le coefficient multiplicateur global des trois opérations et le prix net TTC d'un ordinateur. Expliquer pourquoi l'évolution globale n'est pas $-10 - 2 + 18 = +6 \%$.
- 2** Déterminer si le budget permet d'acheter 10 ordinateurs.
- 3** Déterminer le nombre maximal d'ordinateurs que l'APE peut commander et la somme qui restera disponible.

Situation complexe 4.2 Évolutions successives · évolution réciproque**Le prix du riz au marché de Niono****1 · Contexte**

Pendant la période de soudure, le prix du riz augmente sur les marchés ; il baisse après la récolte. Une association de consommateurs de Niono suit son évolution.

2 · Support

Prix du kilogramme de riz local en mai : 400 F. Hausse de 20 % entre mai et août, puis baisse de 20 % entre août et décembre. Une famille de 8 personnes consomme environ 60 kg de riz par mois.

3 · Fonction

Tu es chargé d'études de l'association. Tu dois informer les familles sur l'évolution réelle des prix.

4 · Consignes

- 1** Calculer le prix du kilogramme en août, puis en décembre. Le prix revient-il à celui de mai ? Justifier par le coefficient global.
- 2** Déterminer le pourcentage de baisse qu'il aurait fallu entre août et décembre pour revenir exactement au prix de mai.
- 3** Calculer la dépense mensuelle en riz de la famille en mai, en août et en décembre, et le taux d'évolution entre mai et décembre.

Chapitre 5

Statistique à une variable

Compétences et contenus visés. Organiser et interpréter des données. Vocabulaire et symbolismes graphiques ; coder, classer, ranger, dénombrer, organiser des données ; population, modalités, caractères quantitatifs et qualitatifs ; effectifs et fréquences cumulés ; regroupement en classes ; représentations graphiques ; médiane, mode, dominante ; dispersion : quartiles, écart moyen, moyenne arithmétique, variance, écart type.

L'essentiel à retenir

- Fréquence : $f_i = \frac{n_i}{N}$; dans un diagramme circulaire, l'angle est $360^\circ \times f_i$.
- Moyenne : $\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$ (pour des classes, x_i est le centre de la classe).
- Variance : $V = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$; écart type : $\sigma = \sqrt{V}$.
- Médiane : valeur qui partage la série ordonnée en deux groupes de même effectif. Premier quartile Q_1 : plus petite valeur telle qu'au moins 25 % des valeurs lui soient inférieures ou égales ; troisième quartile Q_3 : même définition avec 75 %.
- Mode (ou dominante pour un caractère qualitatif) : modalité de plus grand effectif.
- Écart moyen : $e = \frac{\sum n_i |x_i - \bar{x}|}{N}$; écart interquartile : $Q_3 - Q_1$.

Exercices d'application**Exercice 1** — Coder, classer, dénombrer

Lors d'une enquête au marché de Médina-Coura, on a demandé à 20 clients leur moyen de transport :

moto, Sotrama, pied, moto, taxi, Sotrama, moto, Sotrama, pied, moto,
Sotrama, moto, vélo, moto, Sotrama, pied, moto, taxi, Sotrama, moto

- 1) Propose un codage des modalités (par exemple M, S, P, T, V), puis dénombre et range les données dans un tableau d'effectifs.
- 2) Précise la population, le caractère et sa nature ; donne la dominante.
- 3) Calcule les fréquences en pourcentage et représente la série par un diagramme en bandes ou circulaire.

Exercice 2 — Caractère qualitatif

L'étude de la situation matrimoniale de 10 employés d'une entreprise donne : marié(e) 3 ; célibataire 4 ; divorcé(e) 2 ; veuf (veuve) 1.

- 1) Précise la population, le caractère étudié et sa nature.
- 2) Calcule et interprète les fréquences ; donne le mode.
- 3) Construis le diagramme circulaire et le diagramme en bâtons.

Exercice 3 — Caractère quantitatif discret

Notes de mathématiques d'une classe :

Note	2	5	7	9	10	11	13	14	16	18
Effectif	1	2	2	4	4	9	2	3	2	1

- 1) Donne l'effectif total, la population, le caractère et sa nature.
- 2) Calcule les fréquences et les fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
- 3) Quel pourcentage d'élèves a obtenu au moins 10 ?
- 4) Détermine le mode, la médiane et la moyenne, puis l'étendue, la variance et l'écart type.

Exercice 4 — Caractère continu

Tailles (en cm) des élèves d'une classe de 11^e SES :

Taille	[144; 150[	[150; 156[	[156; 162[	[162; 168[	[168; 174[	[174; 180[	[180; 186[
Effectif	1	4	1	3	14	6	1

- 1) Donne l'effectif total ; dresse le tableau des centres et des effectifs cumulés croissants et décroissants.
- 2) Construis l'histogramme et le polygone des effectifs.
- 3) Détermine la classe modale, la moyenne, la variance et l'écart type.

Exercice 5 — Diagrammes circulaires

Représente par un diagramme circulaire :

- 1) la récolte d'un paysan de la région de Ségou : sorgho 52 %, maïs 33 %, fonio 8 %, riz 7 % ;
- 2) la production céréalière d'un pays : riz 35 %, mil 25 %, maïs 30 %, blé 10 % ;
- 3) la répartition du salaire mensuel d'un fonctionnaire : alimentation 36 000 F, loyer 12 000 F, santé 7 000 F, transport 10 000 F, divers 7 000 F (calcule d'abord le salaire total et les pourcentages).

Exercice 6 — Températures à Sévaré

Températures minimales (en °C) relevées à Sévaré pendant les 31 jours d'un mois de janvier :

10 ; 12 ; 12 ; 12,5 ; 14 ; 14 ; 15 ; 15,5 ; 15,5 ; 15 ; 15,5 ; 16 ; 17 ; 18 ; 18 ; 18 ;
18,5 ; 18,5 ; 19 ; 19 ; 19 ; 19 ; 20 ; 21,5 ; 21,5 ; 24 ; 23,5 ; 24 ; 24 ; 25 ; 25

- 1) Présente la série dans un tableau (valeurs, effectifs, fréquences, effectifs cumulés croissants).
- 2) Détermine le mode, la médiane et la moyenne.
- 3) Regroupe les températures en classes d'amplitude 3 à partir de 9 ; trace l'histogramme et le polygone des effectifs cumulés croissants.

Exercices d'approfondissement**Exercice 7** — Absences des élèves

Nombre de jours d'absence des 25 élèves d'une classe pendant un trimestre :

3 ; 11 ; 8 ; 7 ; 4 ; 6 ; 8 ; 4 ; 5 ; 17 ; 15 ; 5 ; 12 ; 7 ; 10 ; 9 ; 3 ; 7 ; 13 ; 16 ; 11 ; 9 ; 8 ;
7 ; 9

- 1) Range les valeurs par ordre croissant avec leurs effectifs ; calcule la moyenne, la variance et l'écart type.
- 2) Regroupe les données en classes d'amplitude 5 à partir de 0 ; donne effectifs et fréquences ; trace l'histogramme.

Exercice 8 — Prix d'un article à Bamako

Prix (en F) d'un même article relevé dans 50 points de vente de Bamako :

110	143	163	133	155	154	141	122	135	158
133	149	141	141	153	144	123	157	131	147
161	135	132	167	112	133	142	139	161	130
115	152	151	145	145	155	136	143	128	149
146	121	134	142	125	148	162	159	145	135

- 1) Regroupe ces prix en classes d'amplitude 10 : $[110; 120[$, $[120; 130[$, ... ; construis l'histogramme et le polygone des effectifs.
- 2) Donne la classe modale et calcule le prix moyen.

Exercice 9 — Effectifs cumulés décroissants

1 200 candidats passent un examen ; les notes sur 20 sont regroupées en classes d'amplitude 4. Effectifs cumulés décroissants :

Classe	[0; 4[	[4; 8[	[8; 12[	[12; 16[	[16; 20[
Effectif cumulé décroissant	1 200	1 128	816	408	168

- 1) Combien de candidats ont au moins 12 ? moins de 4 ?
- 2) Dresse le tableau des effectifs, puis celui des effectifs cumulés croissants ; trace l'histogramme ; calcule la moyenne.
- 3) Un candidat est admis dans la filière sélective s'il a au moins 12. Dans un lycée B, il y a 88 admis et 72 non admis. Compare les taux d'admission.

Exercice 10 — Médiane, quartiles, écart moyen

Âges de 9 personnes participant à une réunion de quartier : 39 ; 25 ; 31 ; 72 ; 28 ; 42 ; 18 ; 35 ; 59.

- 1) Range la série ; détermine la médiane, le premier et le troisième quartile, puis l'écart interquartile.
- 2) Calcule la moyenne (au dixième), l'écart moyen, la variance et l'écart type.
- 3) On retire la personne de 72 ans. Quelle caractéristique varie le moins : la moyenne ou la médiane ? Explique.

Exercice 11 — Quartiles d'une série de diamètres

Un artisan de Bamako mesure le diamètre (en cm) de 48 Calebasses gravées :

70	74	71	77	79	72	76	77	73	78	72	75
76	72	78	73	77	74	73	79	71	80	74	79
80	75	74	72	79	77	69	78	77	72	73	78
71	77	70	74	78	73	71	77	73	74	81	76

- 1) Range les valeurs par ordre croissant avec leurs effectifs et leurs effectifs cumulés croissants.
- 2) Détermine la médiane, les quartiles Q_1 et Q_3 et l'écart interquartile.
- 3) Calcule la moyenne et l'écart type ; quel pourcentage de Calebasses a un diamètre compris entre $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$?

Exercice 12 — Enfants à charge

Répartition du personnel d'une entreprise selon le nombre d'enfants à charge :

Enfants	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	4	9	10	30	32	40	35	24	10	5	1

- 1) Calcule le nombre total d'enfants à charge et le nombre moyen m d'enfants par employé.
- 2) Calcule l'écart type σ . Quel pourcentage des employés a un nombre d'enfants compris dans l'intervalle $[m - 2\sigma ; m + 2\sigma]$?

Situations complexes

Situation complexe 5.1 Moyenne · écart type · interprétation**Choisir une variété de mil****1 · Contexte**

Avant la campagne agricole, une coopérative de la région de Ségou hésite entre une variété locale de mil et une variété améliorée. Des essais ont été menés sur 20 parcelles pour chaque variété.

2 · Support

Rendements (en kg/ha) :

Rendement	[600; 800[	[800; 1 000[	[1 000; 1 200[	[1 200; 1 400[
Variété locale	3	7	6	4
Variété améliorée	1	4	9	6

Prix du kilogramme de semences : 600 F (locale), 1 000 F (améliorée). Prix de vente du mil : 250 F le kg.

3 · Fonction

Tu es conseiller agricole. Tu dois présenter à la coopérative une comparaison chiffrée des deux variétés.

4 · Consignes

- 1 Construire l'histogramme de chaque série et déterminer les classes modales.
- 2 Calculer, pour chaque variété, le rendement moyen et l'écart type. Interpréter : quelle variété est la plus régulière ?
- 3 Calculer la recette moyenne par hectare pour chaque variété et formuler une recommandation argumentée.

Situation complexe 5.2 Fréquences · diagramme circulaire · pourcentages**Le budget d'une famille de Bamako****1 · Contexte**

Une famille de Kalaban-Coro veut mieux gérer son budget. Une association d'éducation financière l'accompagne.

2 · Support

Revenu mensuel : 150 000 F, entièrement dépensé ainsi : alimentation 60 000 F ; loyer 35 000 F ; transport 15 000 F ; santé 10 000 F ; scolarité 20 000 F ; divers 10 000 F. La famille compte 6 personnes. Le propriétaire annonce une hausse du loyer de 10 % ; le revenu ne change pas.

3 · Fonction

Tu es animateur de l'association. Tu dois présenter le budget sous forme graphique et mesurer l'effet de la hausse du loyer.

4 · Consignes

- 1** Calculer la fréquence (en %) de chaque poste et construire le diagramme circulaire (angles en degrés).
- 2** Calculer le nouveau loyer et sa nouvelle part dans le revenu.
- 3** La famille compense la hausse en réduisant uniquement le poste « divers ». Calculer le nouveau montant de ce poste et son évolution en pourcentage.

Unité d'apprentissage 2

UA2

Fonction homographique · Dérivation des fonctions

Chapitre 6

Fonction homographique

Compétences et contenus visés. Résoudre une situation-problème ; modéliser. Forme canonique d'une fonction homographique ; représentation graphique d'une fonction homographique quelconque ; description de la variation ; problèmes conduisant à une fonction homographique.

L'essentiel à retenir

- Une fonction homographique s'écrit $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ avec $c \neq 0$ et $ad - bc \neq 0$; elle est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$.
- **Forme canonique** : $f(x) = \alpha + \frac{k}{x - x_0}$ avec $x_0 = -\frac{d}{c}$ et $\alpha = \frac{a}{c}$ (on l'obtient par division ou par identification).
- Si $k > 0$, f est décroissante sur chacun des intervalles $] -\infty; x_0[$ et $]x_0; +\infty[$; si $k < 0$, elle y est croissante.
- La courbe est une **hyperbole** de centre de symétrie $\Omega(x_0; \alpha)$; elle s'approche des droites d'équations $x = x_0$ et $y = \alpha$ sans les couper.

Exercices d'application

Exercice 1 — Forme canonique

Pour chaque fonction, donne l'ensemble de définition, puis écris-la sous la forme $\alpha + \frac{k}{x - x_0}$:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \quad g(x) = \frac{-x+3}{x+2} \quad h(x) = \frac{3x-2}{x+1} \quad k(x) = \frac{4x+6}{2x+1}$$

Exercice 2 — Variation et représentation graphique

Soit $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

- 1) Vérifie que $f(x) = 2 + \frac{3}{x-1}$ et déduis-en le sens de variation de f sur chaque intervalle.
- 2) Complète un tableau de valeurs pour $x \in \{-3; -2; -1; 0; 0,5; 1,5; 2; 3; 4; 5\}$.
- 3) Trace les droites d'équations $x = 1$ et $y = 2$, puis la courbe de f . Place le centre de symétrie Ω .

Exercice 3 — Équations et inéquations

Soit $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

- 1) Résous $f(x) = 5$, puis $f(x) = 2$. Interprète le second résultat sur le graphique.
- 2) Résous l'inéquation $f(x) \geq 3$ (on étudiera le signe de $f(x) - 3$ à l'aide d'un tableau de signes).

Exercice 4 — Déterminer une fonction homographique

On cherche une fonction f de la forme $f(x) = a + \frac{b}{x-2}$ telle que $f(3) = 4$ et $f(1) = 0$.

- 1) Détermine a et b , puis écris $f(x)$ sous la forme $\frac{mx+p}{x-2}$.
- 2) Donne le sens de variation de f et les coordonnées du centre de symétrie de sa courbe.

Exercices d'approfondissement**Exercice 5** — Coût moyen de production

Une coopérative de Sikasso fabrique du beurre de karité. Pour x kilogrammes produits ($x > 0$), le coût moyen d'un kilogramme est $C(x) = \frac{500x + 20\,000}{x}$ (en F).

- 1) Écris $C(x)$ sous forme canonique et étudie son sens de variation.
- 2) Représente C pour $x \in [20; 400]$ (unités au choix).
- 3) Pour quelle production le coût moyen est-il de 700 F ? Peut-il descendre à 450 F ? Justifie.

Exercice 6 — Vitesse moyenne d'un aller-retour

Un transporteur fait l'aller Bamako-Ségou à 80 km/h et le retour à la vitesse v (en km/h). On admet que la vitesse moyenne sur l'aller-retour est $V(v) = \frac{160v}{v+80}$.

- 1) Montre que $V(v) = 160 - \frac{12\,800}{v+80}$ et étudie le sens de variation de V sur $]0; +\infty[$.
- 2) Quelle vitesse au retour donne une vitesse moyenne de 100 km/h ? (arrondir à l'unité)
- 3) La vitesse moyenne peut-elle atteindre 160 km/h ? Explique en t'appuyant sur la forme canonique.

Situations complexes

Situation complexe 6.1 Forme canonique · variation · inéquation**La savonnerie artisanale de Ségou****1 · Contexte**

Un groupement de femmes de Ségou fabrique des pains de savon au beurre de karité et veut fixer sa production journalière.

2 · Support

Charges fixes journalières (location de l'atelier, bois de chauffe) : 30 000 F.
Coût des matières par pain : 250 F. Le coût moyen d'un pain pour x pains fabriqués par jour est $C(x) = \frac{250x + 30\,000}{x}$. Prix de vente d'un pain : 450 F.
Le groupement compte 18 femmes.

3 · Fonction

Tu es conseillère en gestion d'une ONG. Tu dois indiquer au groupement la production minimale pour être rentable.

4 · Consignes

- 1 Écrire $C(x)$ sous forme canonique ; décrire la variation de C sur $]0; +\infty[$ et l'interpréter.
- 2 Déterminer la production pour laquelle le coût moyen est de 400 F. Le coût moyen peut-il être inférieur à 250 F ? Justifier.
- 3 Déterminer les productions pour lesquelles le groupement réalise un bénéfice ($C(x) < 450$) et rédiger une recommandation.

Situation complexe 6.2 Forme canonique · problème homographique**La solution chlorée du CSCOM****1 · Contexte**

Pendant une épidémie de choléra, un CSCOM de Mopti prépare une solution chlorée en versant une solution mère à 12 % de chlore dans une cuve contenant 100 litres d'eau.

2 · Support

Si l'on verse x litres de solution mère ($x \geq 0$), la concentration obtenue (en %) est $c(x) = \frac{12x}{x + 100}$. Concentration recommandée pour la désinfection des excréta des malades : 2 %. Le CSCOM reçoit 40 patients par jour.

3 · Fonction

Tu es agent d'hygiène. Tu dois fournir à l'équipe un graphique et une règle de dosage.

4 · Consignes

- 1 Montrer que $c(x) = 12 - \frac{1\,200}{x + 100}$ et en déduire le sens de variation de c sur $[0; +\infty[$.

- 2 Représenter c pour $x \in [0; 100]$ et déterminer, graphiquement puis par le calcul, la quantité de solution mère pour obtenir 2 %.
- 3 Un agent veut obtenir une concentration de 12 %. Expliquer pourquoi c'est impossible.

Chapitre 7

Dérivation des fonctions

Compétences et contenus visés. Communiquer à l'aide du langage mathématique ; résoudre une situation-problème. Calcul du nombre dérivé en x_0 ; fonction dérivée (somme, produit, quotient, puissance de fonctions polynômes) ; équation de la tangente ; relation avec le sens de variation ; étude d'une fonction polynôme de degré au plus 3 ou d'une fonction homographique ; représentation graphique.

L'essentiel à retenir

- Taux de variation de f entre x_0 et $x_0 + h$: $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$. Le **nombre dérivé** $f'(x_0)$ est la valeur vers laquelle tend ce taux quand h tend vers 0.
- Dérivées usuelles : $(k)' = 0$; $(x)' = 1$; $(x^n)' = nx^{n-1}$; $(ku)' = ku'$; $(u + v)' = u' + v'$; $(uv)' = u'v + uv'$; $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$; $(u^n)' = nu' u^{n-1}$.
- Tangente à la courbe au point d'abscisse x_0 : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.
- Si $f' > 0$ sur un intervalle, f y est croissante ; si $f' < 0$, décroissante. Si f' s'annule en changeant de signe en x_0 , $f(x_0)$ est un extremum.
- Pour $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$: $f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$.

Exercices d'application

Exercice 1 — Nombre dérivé par le taux de variation

- 1) Soit $f(x) = x^2$. Calcule et simplifie $\frac{f(3+h) - f(3)}{h}$; déduis-en $f'(3)$.
- 2) Soit $g(x) = 2x^2 - x$. Calcule de même $g'(1)$.

Exercice 2 — Calcul de fonctions dérivées

Calcule la dérivée de chaque fonction :

- a) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5x - 1$ b) $g(x) = (2x + 1)(x - 3)$ c) $h(x) = (x^2 + 1)^3$
- d) $k(x) = \frac{2x - 1}{x + 3}$ e) $m(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + 2$ f) $p(x) = \frac{-x + 3}{x + 2}$

Exercice 3 — Équation de la tangente

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$ et $\mathcal{C}$ sa courbe.

- 1) Détermine l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1, puis au point d'abscisse 2.
- 2) Que remarques-tu pour la tangente au point d'abscisse 2 ? Quel lien avec le sommet de la parabole ?

Exercice 4 — Variation d'un trinôme par la dérivée

Soit $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$.

- 1) Calcule $f'(x)$ et étudie son signe ; dresse le tableau de variations de f .
- 2) Dédus-en le maximum de f et compare avec la forme canonique.

Exercices d'approfondissement**Exercice 5** — Étude d'une fonction polynôme de degré 3

Soit $f(x) = x^3 - 3x + 1$ définie sur $[-2; 2]$.

- 1) Calcule $f'(x)$, étudie son signe et dresse le tableau de variations de f ; précise les extremums.
- 2) Détermine l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.
- 3) Trace la tangente et la courbe de f à l'aide d'un tableau de valeurs.

Exercice 6 — Étude d'une fonction homographique

Soit $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- 1) Calcule $f'(x)$ et déduis-en le sens de variation de f (compare avec la méthode de la forme canonique).
- 2) Détermine l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2.
- 3) Trace la courbe, la tangente et les droites d'équations $x = 1$ et $y = 2$.

Situations complexes**Situation complexe 7.1** Dérivée · sens de variation · maximum**Le bénéfice de la savonnerie****1 · Contexte**

La savonnerie d'un groupement de femmes de Ségou veut fixer sa production mensuelle pour obtenir le meilleur bénéfice.

2 · Support

Pour x centaines de pains de savon fabriqués et vendus ($0 \leq x \leq 15$), le bénéfice mensuel, en milliers de francs, est $B(x) = -x^3 + 9x^2 + 120x - 400$.

Le groupement possède 2 marmites de cuisson. Le marché hebdomadaire a lieu le lundi.

3 · Fonction

Tu es conseillère en gestion. Tu dois indiquer la production qui rend le bénéfice maximal.

4 · Consignes

- 1 Calculer $B'(x)$ et montrer que $B'(x) = -3(x - 10)(x + 4)$.
- 2 Étudier le signe de $B'(x)$ sur $[0; 15]$ et dresser le tableau de variations de B . Interpréter $B(0)$.
- 3 Déterminer la production qui donne le bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice en francs.

Situation complexe 7.2 Dérivée · tangente · extremums**Les ventes de crédit téléphonique****1 · Contexte**

Une boutique de Kati vend des recharges de crédit téléphonique. Le gérant étudie l'évolution de ses ventes sur huit mois.

2 · Support

Montant moyen des ventes journalières, en milliers de francs, t mois après l'ouverture ($0 \leq t \leq 8$) : $V(t) = t^3 - 12t^2 + 36t + 20$. La boutique est ouverte 7 jours sur 7.

3 · Fonction

Tu es conseiller commercial. Tu dois expliquer au gérant l'évolution de ses ventes.

4 · Consignes

- 1 Calculer $V'(t)$, étudier son signe et dresser le tableau de variations de V sur $[0; 8]$.
- 2 Déterminer les mois où les ventes sont localement maximales et minimales, et les montants correspondants.
- 3 Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 et interpréter son coefficient directeur.

Unité d'apprentissage 3

UA3

Dénombrement et probabilité · Suites numériques

Chapitre 8

Dénombrement et probabilité

Compétences et contenus visés. Résoudre une situation-problème. Exemples simples et variés de dénombrement ; nombre d'applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini ; nombre d'applications injectives (arrangements A_n^p) ; nombre de bijections (permutations, $n!$) ; nombre de parties à p éléments (combinaisons C_n^p). Vocabulaire des probabilités : épreuve, univers, éventualité, événement (réalisé, certain, impossible, contraire), événements incompatibles ; cas d'équiprobabilité.

L'essentiel à retenir

- Si E a p éléments et F a n éléments : nombre d'applications de E dans F : n^p ; nombre d'applications injectives ($p \leq n$) : $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$; nombre de bijections d'un ensemble à n éléments : $n!$.
- Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments : $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$; on a $C_n^p = C_n^{n-p}$.
- On utilise A_n^p quand l'**ordre compte** (tirages successifs sans remise, places, fonctions) et C_n^p quand il ne compte pas (tirages simultanés, groupes).
- En cas d'équiprobabilité : $P(A) = \frac{\text{card } A}{\text{card } \Omega}$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$; si A et B sont incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Exercices d'application**Exercice 1** — Calculs

Calcule $5!$, A_7^3 , C_7^3 , C_{10}^2 et C_{10}^8 . Vérifie sur cet exemple que $C_n^p = C_n^{n-p}$.

Exercice 2 — Applications, injections, bijections

Soient $E = \{a; b; c\}$ et $F = \{1; 2; 3; 4\}$.

- 1) Combien y a-t-il d'applications de E dans F ? d'applications injectives de E dans F ?
- 2) Existe-t-il des applications surjectives de E dans F ? Justifie.
- 3) Combien y a-t-il de bijections de F dans F ?

Exercice 3 — Code secret de mobile money

Le code secret d'un compte de mobile money est formé de 4 chiffres.

- 1) Combien de codes différents peut-on former ?
- 2) Combien de codes sont formés de 4 chiffres tous différents ? Interprète ce résultat comme un nombre d'applications injectives.

3) Combien de codes commencent par 0 ?

Exercice 4 — Bureau d'un club

Le club de mathématiques d'un lycée compte 12 membres.

- 1) De combien de façons peut-on élire un bureau formé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier ?
- 2) De combien de façons peut-on désigner un comité de 3 membres sans fonctions particulières ?
- 3) Explique pourquoi les deux résultats sont différents.

Exercice 5 — Rangements

- 1) De combien de façons peut-on ranger 5 livres différents sur une étagère ?
- 2) Parmi ces livres, il y a 2 livres de mathématiques. De combien de façons peut-on les ranger si les deux livres de mathématiques doivent être côte à côte ?

Exercice 6 — Vocabulaire des probabilités

On lance un dé équilibré à six faces et on note le numéro obtenu.

- 1) Décris l'épreuve et l'univers Ω . Donne une éventualité.
- 2) On considère les événements A : « obtenir un nombre pair » et B : « obtenir au moins 5 ». Écris A , B , $A \cap B$, $A \cup B$ et $\bar{A}$.
- 3) Donne un événement certain et un événement impossible. A et B sont-ils incompatibles ?
- 4) Calcule $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A})$.

Exercices d'approfondissement

Exercice 7 — Tirage dans une urne

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules vertes, indiscernables au toucher. On tire simultanément 2 boules.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Calcule la probabilité d'obtenir : deux boules rouges ; deux boules vertes ; deux boules de couleurs différentes.
- 3) Vérifie que la somme des trois probabilités vaut 1. Explique pourquoi.

Exercice 8 — Les couleurs du bogolan

Une artisane de Ségou dispose de 6 teintures différentes pour décorer un bogolan.

- 1) Elle choisit 3 teintures pour trois bandes horizontales (haut, milieu, bas), toutes de couleurs différentes. Combien de motifs peut-elle obtenir ?
- 2) Elle choisit 3 teintures à mélanger dans une même bande (l'ordre ne compte pas). Combien de choix possibles ?

- 3) Un client choisit au hasard l'un des motifs de la question 1. Quelle est la probabilité que la bande du haut soit noire (une des 6 teintures) ?

Situations complexes

Situation complexe 8.1 Dénombrement · probabilité · comparaison

La sécurité des comptes de mobile money

1 · Contexte

Un opérateur de mobile money veut renforcer la sécurité de ses comptes. Il étudie le risque qu'un voleur de téléphone devine le code secret.

2 · Support

Code actuel : 4 chiffres. Le compte est bloqué après 3 essais erronés. Proposition : passer à un code de 5 chiffres. Une étude montre que de nombreux clients choisissent des codes à chiffres tous différents. L'opérateur compte 2 millions de clients au Mali.

3 · Fonction

Tu es analyste de la sécurité informatique. Tu dois chiffrer le risque et justifier la proposition.

4 · Consignes

- 1 Déterminer le nombre de codes à 4 chiffres, puis la probabilité qu'un voleur tapant au hasard 3 codes différents trouve le bon code.
- 2 Reprendre le calcul si le voleur sait que les 4 chiffres sont tous différents. Conclure sur le conseil à donner aux clients.
- 3 Calculer la même probabilité pour un code à 5 chiffres et comparer. La proposition est-elle justifiée ?

Situation complexe 8.2 Combinaisons · probabilité · événement contraire

La délégation au Festival sur le Niger

1 · Contexte

Une classe de 11^e SES d'un lycée de Ségou est invitée à envoyer une délégation de 4 élèves au Festival sur le Niger. Le professeur principal décide de tirer les délégués au sort.

2 · Support

La classe compte 30 élèves : 12 filles et 18 garçons. Les 4 délégués sont tirés simultanément. Le festival se déroule en février sur les berges du fleuve à Ségou.

3 · Fonction

Tu es le délégué de classe. Tu dois expliquer aux élèves les chances de chacun et vérifier que le tirage est équitable.

4 · Consignes

- 1** Déterminer le nombre de délégations possibles et justifier l'hypothèse d'équiprobabilité.
- 2** Calculer la probabilité que la délégation compte autant de filles que de garçons.
- 3** Calculer la probabilité qu'il n'y ait aucune fille, puis, à l'aide de l'événement contraire, qu'il y ait au moins une fille.

Chapitre 9

Suites numériques

Compétences et contenus visés. Résoudre une situation-problème de la vie économique et sociale. Expression du terme général $u_n = f(n)$; suites arithmétiques et géométriques et leurs propriétés classiques ; problèmes correspondants : intérêts simples et composés, démographie, biologie.

L'essentiel à retenir

- Suite arithmétique de raison r : $u_{n+1} = u_n + r$, $u_n = u_0 + nr$; somme : $\frac{(\text{nombre de termes})(\text{premier} + \text{dernier})}{2}$.
- Suite géométrique de raison q : $u_{n+1} = qu_n$, $u_n = u_0 q^n$; somme : $\text{premier terme} \times \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$ ($q \neq 1$).
- Une hausse annuelle constante de $t\%$ correspond à une suite géométrique de raison $1 + \frac{t}{100}$ (intérêts composés) ; un intérêt simple correspond à une suite arithmétique.

Exercices d'application

Exercice 1 — Suites définies par $u_n = f(n)$

On considère les suites définies pour tout entier naturel n par $u_n = 3n - 2$, $v_n = n^2 + 1$ et $w_n = 2^n$.

- 1) Calcule les cinq premiers termes de chaque suite.
- 2) Calcule $u_{n+1} - u_n$ et $\frac{w_{n+1}}{w_n}$. Quelle est la nature des suites (u_n) et (w_n) ?
- 3) Démontre que (v_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 4) Étudie le sens de variation de chacune des trois suites.

Exercice 2 — Intérêts simples

Un commerçant place 200 000 F le 2 janvier 2026 à intérêts simples, au taux mensuel de 0,5 %.

- 1) Calcule l'intérêt d'un mois.
- 2) On note C_n le capital disponible après n mois. Montre que (C_n) est arithmétique et calcule C_{12} .

Exercice 3 — Intérêts composés

Un capital C_0 est placé à intérêts composés au taux de 3 % par an ; C_n désigne le capital après n années.

- 1) Explique pourquoi $C_1 = 1,03 C_0$, puis exprime C_n en fonction de C_0 et de n .
- 2) À l'aide de la calculatrice, détermine au bout de combien d'années le capital est doublé, puis triplé.

Exercice 4 — Salaire hebdomadaire

M. N'Golo est embauché dans une entreprise de Sikasso. La première semaine, il reçoit 25 000 F ; chaque semaine, son salaire augmente de 5 000 F.

- 1) Quelle est la nature de la suite des salaires hebdomadaires ?
- 2) Quel salaire reçoit-il la quatrième semaine ? Quel montant total a-t-il perçu au bout de 4 semaines ?

Exercice 5 — Bosquets le long d'une route

Une société forestière crée un bosquet à chaque kilomètre d'une route de 300 km. Le premier bosquet compte 15 arbres, le deuxième 22, et chaque bosquet compte 7 arbres de plus que le précédent.

- 1) Précise la nature, le premier terme et la raison de la suite des nombres d'arbres.
- 2) Combien d'arbres compte le dernier bosquet ? Combien d'arbres faut-il planter au total ?

Exercice 6 — Production d'une usine

Une usine produit 16 000 unités la première année.

- 1) On suppose que la production augmente chaque année de 800 unités. Calcule la production de la 7^e année et la production totale des 10 premières années.
- 2) On suppose maintenant que l'augmentation annuelle est constante et que la production de la 6^e année est de 19 000 unités. Calcule cette augmentation, puis l'année où la production atteint 21 400 unités.
- 3) On suppose enfin que la production augmente de 5 % par an. Calcule la production de la 5^e année et la production totale des 5 premières années.

Exercices d'approfondissement

Exercice 7 — Croissance d'une population de bactéries

Au laboratoire d'un lycée, une culture contient 500 bactéries ; leur nombre double toutes les heures. On note b_n le nombre de bactéries après n heures.

- 1) Calcule b_1 , b_2 , b_3 , puis exprime b_n en fonction de n .
- 2) Combien y aura-t-il de bactéries après 10 heures ? À partir de combien d'heures dépassera-t-on un million de bactéries ?

Exercice 8 — Démographie d'une commune

Une commune rurale de la région de Koulikoro compte 120 000 habitants en 2026 ; sa population augmente de 3,5 % par an. On note P_n la population en 2026 + n .

- 1) Montre que (P_n) est géométrique ; précise sa raison et exprime P_n en fonction de n .
- 2) Estime la population en 2036 (à l'unité près).
- 3) À l'aide de la calculatrice, détermine l'année où la population aura doublé.

Exercice 9 — Suite géométrique décroissante

(U_n) est une suite géométrique décroissante telle que $U_0 \times U_3 = 32$ et $U_0 + U_3 = 18$.

- 1) Calcule U_0 et U_3 (somme et produit), puis la raison q .
- 2) Exprime U_n en fonction de n , puis $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. Calcule la somme des 20 premiers termes.

Exercice 10 — Arithmétique et géométrie

Trouve les réels a et b tels que $(a ; a + 4b ; 5a + 2b)$ soient trois termes consécutifs d'une suite arithmétique et $(b + 3 ; 3a + 1 ; 6a + b)$ trois termes consécutifs d'une suite géométrique.

Exercice 11 — Production intérieure

On modélise la production intérieure d'un pays (en milliards de francs) par $P_0 = 140$ et $\frac{P_{n+1} - P_n}{P_n} = 0,11$.

- 1) Exprime P_{n+1} en fonction de P_n ; précise la nature de (P_n) . Calcule P_1 , P_2 et P_{10} (au milliard supérieur).
- 2) À l'aide de la calculatrice, détermine à partir de quelle année la production dépasse $3P_0$, puis 14 000 milliards de francs.

Exercice 12 — Suite arithmético-géométrique

On considère la suite définie par $u_0 = -4$ et $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 1$.

- 1) Calcule u_1 , u_2 , u_3 , u_4 et place-les sur une droite graduée.
- 2) On pose $v_n = u_n - 4$. Montre que (v_n) est géométrique ; déduis-en que $u_n = 4 - 8\left(\frac{3}{4}\right)^n$.
- 3) Calcule $S_n = v_0 + \dots + v_n$ puis $S'_n = u_0 + \dots + u_n$ en fonction de n .

Situations complexes**Situation complexe 9.1** Suite arithmétique ou géométrique · sommes**Le choix d'un contrat de travail**

1 · Contexte

Moussa, comptable diplômé de Bamako, reçoit le 1^{er} janvier 2026 deux offres de contrat de 12 ans.

2 · Support

Société A : salaire annuel net de 1 200 000 F la première année, augmenté de 40 000 F chaque année. Société B : même salaire de départ, augmenté de 3 % chaque année. Société A : siège à Bamako ; société B : siège à Kayes. On note u_n et v_n les salaires de l'année 2026 + n .

3 · Fonction

Tu es conseiller en orientation professionnelle. Tu dois aider Moussa à choisir l'offre la plus intéressante sur la durée du contrat.

4 · Consignes

- 1 Calculer u_1, u_2, v_1, v_2 , puis démontrer que (u_n) est arithmétique et (v_n) géométrique, en précisant leurs raisons.
- 2 Calculer la somme totale perçue sur 12 ans dans chaque société et conclure.
- 3 Reprendre la comparaison pour un contrat de 15 ans. La conclusion change-t-elle ? Expliquer pourquoi.

Situation complexe 9.2 Suite géométrique · seuil**L'extension du lycée****1 · Contexte**

Un lycée privé de Bamako connaît une forte demande d'inscriptions. Le promoteur prévoit l'extension des locaux.

2 · Support

Effectif à la rentrée 2026 : 650 élèves. Prévision : hausse de 8 % par an. Capacité actuelle : 1 000 élèves. Les travaux d'agrandissement augmentent la capacité de 12 %. Frais de scolarité : 250 000 F par an.

3 · Fonction

Tu es chargé de la planification au sein de l'établissement. Tu dois prévoir l'année où les locaux seront saturés.

4 · Consignes

- 1 Exprimer l'effectif E_n de la rentrée 2026 + n en fonction de n ; préciser la nature de la suite.
- 2 Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la première rentrée où l'effectif dépasse la capacité actuelle.
- 3 Calculer la nouvelle capacité après les travaux et déterminer jusqu'à quelle rentrée elle suffira.