

Livre du professeur

Mathématiques

1^{re}
ST2S

Gérard Guilhemat • Grégory Viateau • Alain Vidal

hachette
ÉDUCATION

En complément

Sur le site www.hachette-education.com, les fichiers signalés par  dans le manuel sont disponibles en téléchargement pour les enseignants.

Mise en pages : IDT

Couverture : Oxygène Multimédia



Cet ouvrage est imprimé
sur du papier composé de fibres naturelles,
renouvelables, recyclables, et fabriqué
à partir de bois issu de forêts
gérées de façon durable.

www.hachette-education.com

© Hachette Livre 2012, 43 quai de Grenelle, 75905 Paris

ISBN 978-2-01-182125-6

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L. 122-4 et L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que « les analyses et les courtes citations » dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20 rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

Sommaire

Chapitre 1 : Pourcentages	5
Chapitre 2 : Suites numériques	17
Chapitre 3 : Fonctions	33
Chapitre 4 : Nombre dérivé – Tangente	53
Chapitre 5 : Statistique	65
Chapitre 6 : Probabilités	83

Chapitre 1

Pourcentages

Prérequis

Les calculs faisant intervenir des pourcentages apparaissent en classe de cinquième (comparer et utiliser des proportions) mais aussi en classe de quatrième (déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus).

Les pourcentages d'augmentation ou de diminution apparaissent dans les commentaires des programmes de troisième à l'occasion de l'étude des fonctions linéaires.

Les pourcentages ne sont pas cités dans le programme de seconde mais ils ont été utilisés en statistique, en probabilités...

Les élèves pourront utilement se reporter aux pages tableaux p. 190 et à la partie calcul fractionnaire de la boîte à outils p. 180.

Avant de commencer p. 8

$$\begin{array}{llll} 1. \text{ a) } \frac{3}{100} = 0,03 & \text{ b) } 0,15 = \frac{15}{100} & \text{ c) } 0,05 = 5\% & \text{ d) } 1 + \frac{4}{100} = 1,04 \\ \text{ e) } 15\% = \frac{45}{300} & \text{ f) } 120 = \frac{12\,000}{100} & \text{ g) } 350 = 35\,000\% & \text{ h) } 1 - \frac{12}{100} = 0,88 \end{array}$$

$$2. \text{ a) } x = \frac{24 \times 25}{100} = 6 \quad \text{ b) } x = \frac{75 \times 3}{5} = 45 \quad \text{ c) } x = \frac{12 \times 100}{48} = 25$$

$$\text{ d) } x = \frac{7 \times 45}{5} = 63 \quad \text{ e) } x = \frac{5 \times 4}{3} = \frac{20}{3} \quad \text{ f) } x = \frac{31 \times 9}{4} = \frac{279}{4}$$

$$\text{ g) } x = \frac{15 \times 3}{100} = 45\% \quad \text{ h) } x = \frac{100 \times 20}{15} = \frac{400}{3}$$

$$3. \text{ a) } \frac{2}{3} \times 15 = 10 \quad \text{ b) } \frac{30}{100} \times 120 = 36 \quad \text{ c) } \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \quad \text{ d) } \frac{15}{100} \times \frac{75}{100} = \frac{9}{80} = 0,1125$$

$$4. \text{ a) Économie : } \frac{30}{100} \times 300 = 90 ; \text{ prix du vélo : } 300 - 90 = 210 \text{ €.}$$

$$\text{ b) } 3 \times 70 = 210 \text{ g}$$

$$\text{ c) } \frac{5}{100} \times 45 = 2,25 \text{ € par camarade.}$$

$$5. \text{ a) } = 0,2 * B1 \text{ ou } = B1 * \$J\$1 \text{ ou } = B1 * \$J1$$

$$\text{ b) } = B1 - B2$$

On obtient le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Prix des articles	15 €	32 €	43 €	65 €	100 €	127 €		Pourcentage de remise	20%
2	Réduction	3.00 €	6.40 €	8.60 €	13.00 €	20.00 €	25.40 €			
3	Nouveaux prix	12.00 €	25.60 €	34.40 €	52.00 €	80.00 €	101.60 €			

Activités p. 10

1 Les femmes à l'Assemblée nationale

Objectif : Cette activité a pour objectif de revoir la notion de proportion exprimée sous la forme d'un pourcentage, de travailler sur les problèmes d'arrondis et d'introduire la notion de proportion échelonnée (ou proportion de proportion ou pourcentage de pourcentage).

1. Formation de droite : $\frac{46}{314} \approx 14,65$ % de femmes.

Formation de gauche : $\frac{64}{230} \approx 27,83$ % de femmes.

Formation du centre : $\frac{1}{33} \approx 3,03$ % de femmes.

2. $\frac{46 + 64 + 1}{577} \approx 19,24$ % de femmes à l'Assemblée nationale en 2007.

3. $1,32 - 1 = 0,32 = \frac{32}{100} = 32$ % des députés appartenaient à la formation de droite.

$\frac{648 - 600}{600} = 0,08 = 8$ % des députés appartenaient à la formation de gauche.

$\frac{33}{577} \approx 5,72$ % des députés appartenaient à la formation du centre.

4. a) $\frac{64}{577} \approx 11,09$ %

b) $27,83$ % de $39,86$ % : $\frac{27,83}{100} \times \frac{39,86}{100} \approx 11,09$ %

2 Soins médicaux

Objectif : Cette activité a pour objectif d'introduire la notion de comparaison de proportions et l'addition de proportions. Pour chacun de ces deux cas les exemples traités permettent d'en déterminer la pertinence ou non (relatives à un même ensemble de référence).

1. a) En 2010 :

Soins ambulatoires : $\frac{44}{175} = 25,14$ % du total des dépenses en 2010.

Médicaments : $\frac{34,4}{175} = 19,66$ % du total des dépenses en 2010.

b) Cela a un sens de comparer ces pourcentages : ils sont relatifs au même ensemble de référence (le total des dépenses en 2010). On peut donc estimer que la proportion du total des dépenses consacrées en 2010 aux soins ambulatoires est plus importante que celle consacrée aux médicaments.

2. a) En 2010 :

Médecins : $\frac{18,4}{175} \approx 10,51$ % du total des dépenses en 2010.

Auxiliaires médicaux : $\frac{11}{175} \approx 6,29$ % du total des dépenses en 2010.

Dentistes : $\frac{9,9}{175} \approx 5,66$ % du total des dépenses en 2010.

Analyses : $\frac{4,3}{175} \approx 2,46 \%$ du total des dépenses en 2010.

Cures thermales : $\frac{0,3}{175} \approx 0,17 \%$ du total des dépenses en 2010.

b) Cela a un sens d'additionner ces pourcentages : ils sont relatifs au même ensemble de référence (le total des dépenses en 2010).

$10,51 \% + 6,29 \% + 5,66 \% + 2,46 \% + 0,17 \% = 25,09 \%$.

Cette somme correspond à la part du total des dépenses en 2010 consacrée aux soins ambulatoires.

3. a) Soins ambulatoires :

en 2008 : $\frac{42,1}{165,7} \approx 25,41 \%$; en 2009 : $\frac{43,2}{171} \approx 25,26 \%$; en 2010 : $\frac{44}{175} \approx 25,14 \%$.

b) Ces trois pourcentages ne sont pas relatifs au même ensemble de référence cela n'a donc pas de sens de les additionner.

c) On peut constater que la proportion du total des dépenses consacrée aux soins ambulatoires diminue de 2008 à 2010.

4. Soins hospitaliers :

en 2008 : $\frac{76,2}{165,7} \approx 45,99 \%$; en 2009 : $\frac{79,1}{171} \approx 46,26 \%$; en 2010 : $\frac{81,2}{175} \approx 46,4 \%$.

Les proportions du total des dépenses consacrées aux soins hospitaliers entre 2008 et 2010 sont en augmentation.

5. Soins dentaires par rapport au total des soins ambulatoires :

en 2008 : $\frac{9,6}{42,1} \approx 22,8 \%$; En 2009 : $\frac{9,7}{43,2} \approx 22,45 \%$; En 2010 : $\frac{9,9}{44} \approx 22,5 \%$.

Bien que les sommes consacrées aux soins dentaires augmentent, la part de celles-ci dans les soins ambulatoires a tendance à diminuer.

3 Taux de réussite au bac

Objectif : Cette activité a pour objectif d'introduire la notion de pourcentage d'évolution.

Les 1. et 2. permettent de définir le taux d'évolution.

Le 3. permet de définir le coefficient multiplicateur (ou multiplicatif).

1. $\frac{8}{60} \approx 13,33 \%$.

2. En ES : $29 - 34 = -5$; $\frac{-5}{34} \approx -14,71 \%$.

On peut alors introduire la formule $t = \frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{29 - 34}{34} \approx -14,71 \%$.

En L : $t = \frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{24 - 23}{24} \approx +4,17 \%$.

3. a) Diminution : $\frac{10}{100} \times 60 = 6$.

Alors, nombre de reçus en STG en 2011 : $60 - \frac{10}{100} \times 60 = 60 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 60 \times 0,9 = 54$.

Ceci permet d'introduire les formules du coefficient multiplicateur.

Diminuer une quantité de $a \%$, revient à la multiplier $k = 1 - \frac{a}{100} = 1 + t$ (dans ce cas, $k < 1$).

Augmenter une quantité de $a \%$ revient à la multiplier par $k = 1 + \frac{a}{100} = 1 + t$ (dans ce cas, $k > 1$).

b) En ST2S : $40 + \frac{5}{100} \times 40 = 40 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 40 \times 1,05 = 42$.

On obtient le tableau complété suivant :

série \ année	2010	2011	taux d'évolution de 2010 à 2011
S	60	68	+ 13,33 %
ES	34	29	- 14,71 %
L	23	24	+ 4,17 %
STG	60	54	- 10 %
ST2S	40	42	+ 5 %

4 Évolution du nombre d'adhérents

Objectif : Cette activité a pour objectif d'introduire la notion d'évolutions successives

Le 1. permet d'introduire la notion de taux global d'évolution et de coefficient multiplicateur global.

Le 2. est une mise en pratique.

1.

Augmenter de 10 % revient à multiplier par 1,1 alors, $1000 \times 1,1 = 1100$ et augmenter de 5 % revient à multiplier par 1,05, alors, $1100 \times 1,05 = 1155$. Soit une augmentation de 155 pour 1 000 soit 15,5 %.

C'est alors l'occasion d'observer que $1,1 \times 1,05 = 1,155$, soit une augmentation de 15,5 % ($t = k - 1$).

2.

	2000	variation de 2000 à 2005	variation de 2005 à 2010	2010
rugby	400	+ 25 %	+ 11 %	555
tennis	300	+ 10 %	- 10 %	297
golf	100	+ 30 %	+ 20 %	156
danse	200	- 30 %	+ 5 %	147
total	1 000	+ 10 %	+ 5 %	1155

Exercices d'application p. 13 à 19

1 Proportion : $\frac{22\,000}{360\,000} = 0,06111\dots$ Soit environ 6,11 %.

2 Si n est le nombre d'habitants, alors : $\frac{292}{n} = \frac{73}{100}$ soit $n = 400$.

3 a) non b) oui, c'est 30 % c) non

d) Sur l'ensemble des deux filières il y a donc 75 % de STMG et 25 % de ST2S.

10 % de 25 % plus 18 % de 75 % font 16 %. Donc 16 % des élèves n'ont pas eu le bac.

4 a) $\frac{107 - 115}{115} \approx -0,07$ donc un taux de - 7 %. b) $\frac{107}{115} \approx 0,93$

c) $0,93 = 1 - 0,07$ soit une baisse de 7 %.

5 $120 \times 1,05 = 126$

- 6 a) $110 \times 1,1^4 \approx 161,05 \text{ €}$
 b) $1,05 \times 0,9 \times 1,05 \approx 0,99$ le nombre d'élèves a donc diminué d'environ 1 %.
 c) $1,05 \times 0,95 = 0,9975$ donc il a diminué.
- 7 $\frac{819,84}{0,94} = 872,17 \text{ €}$

Laboratoire TICE p. 20

Ces activités sur tableur sont conçues de manière à pouvoir être utilisées en classe entière comme exercice « tableur-papier » ou bien en autonomie par les élèves en salle informatique. Le degré d'autonomie laissé dépendra bien sûr de la connaissance des élèves du tableur. Nous conseillons en première de laisser les élèves manipuler le tableur, alors qu'en terminale, les exigences du baccalauréat nous orientent davantage vers un travail sur tableur-papier.

1 Locataire et bailleur

- a) On entre en B3 la formule $=B2/\$E2$ ou bien $=B2/\$E\$2$.
 Il ne faut pas rajouter « $\times 100$ » puisque les cellules sont au format pourcentage.
 b) $=B\$3*\$E4$
 Le \$ devant le 3 est indispensable pour bloquer la référence de ligne (3) puisque la formule va être recopiée dans une autre ligne. Le \$ devant le E est indispensable pour bloquer la référence de colonne puisque la formule va être recopiée sur plusieurs colonnes.
 c) $=\text{SOMME}(B4:B5)$ ou $=B4+B5$
 d) $=B7*12$
 e) $=B6-B8$
 f)

	A	B	C	D	E
1		Appartement n°1	Appartement n°2	Appartement n°3	Total
2	Superficie (en m²)	80	100	70	250
3	Pourcentages des charges	32%	40%	28%	100%
4	Enlèvement des ordures ménagères	179,84 €	224,80 €	157,36 €	562 €
5	Electricité des parties communes	14,72 €	18,40 €	12,88 €	45,99 €
6	Total des charges	194,56 €	243,20 €	170,24 €	
7	Provisions mensuelles	26	30	23	
8	Provisions payées pour l'année	312	360	276	
9	Charges réelles - provisions	-117,44 €	-116,80 €	-105,76 €	

Dans les trois appartements, les provisions sont supérieures aux charges. Le locataire sera donc remboursé.

Complément : On peut expliquer aux élèves l'intérêt principal d'une telle feuille de calcul. Chaque année, au lieu de refaire tous les calculs, le propriétaire n'a qu'à modifier les montants indiqués dans la colonne E et éventuellement les provisions pour charges situées dans la ligne 7 pour connaître exactement les montants à rembourser aux locataires.

2. a) $=(C2-B2)/B2$
 b) $=B4*(1+C3)$ ou $=B4*C2/B2$
 c)

	A	B	C	D	E	F	G
		1 ^{er} trimestre 2006	1 ^{er} trimestre 2007	1 ^{er} trimestre 2008	1 ^{er} trimestre 2009	1 ^{er} trimestre 2010	1 ^{er} trimestre 2011
1	Période						
2	Indice de référence des loyers	111,47	113,07	115,12	117,7	117,81	119,69
3	Taux d'évolution (en %)		1,44%	1,81%	2,24%	0,09%	1,60%
4	Montant du loyer	800 €	811,48 €	826,20 €	844,71 €	845,50 €	858,99 €

Le montant du loyer était de 858,99 € en 2011.

2 Les effets d'un vaccin : utilisations d'un tableau à double entrée

1. a) Parmi les personnes de 0 à 5 ans :

Le pourcentage de personnes vaccinées ayant attrapé la grippe est : $\frac{7}{162} \approx 0,0432 \approx 4,32\%$.

Le pourcentage de personnes vaccinées n'ayant pas attrapé la grippe est :

$\frac{28}{162} \approx 0,1728 \approx 17,28\%$.

Le pourcentage de personnes non vaccinées ayant attrapé la grippe est :

$\frac{31}{162} \approx 0,1914 \approx 19,14\%$.

Le pourcentage de personnes non vaccinées n'ayant pas attrapé la grippe est :

$\frac{96}{162} \approx 0,5926 \approx 59,26\%$.

b) On peut entrer par exemple en B13 la formule : **=B3/\$F\$3** ou **=B3/\$F3**.

c) La formule **=B3/\$F\$3** ne peut pas être recopiée vers le bas, car elle reprend comme total dans chaque ligne le nombre situé dans la cellule F3.

La bonne formule, que l'on peut recopier dans la plage de cellules B13:F19 est **=B3/\$F3**.

On obtient alors :

11		Personnes vaccinées		Personnes non vaccinées		
12	Age	Ayant attrapé la grippe	N'ayant pas attrapé la grippe	Ayant attrapé la grippe	N'ayant pas attrapé la grippe	Total
13	0 à 5 ans	4,32%	17,28%	19,14%	59,26%	100,00%
14	6 à 14 ans	1,01%	11,41%	26,85%	60,74%	100,00%
15	15 à 34 ans	0,40%	3,78%	12,95%	82,87%	100,00%
16	35 à 54 ans	0,00%	2,33%	6,98%	90,70%	100,00%
17	55 à 64 ans	0,63%	13,13%	12,19%	74,06%	100,00%
18	65 ans et plus	2,48%	28,71%	17,33%	51,49%	100,00%
19	Total	100%	100%	100%	100%	100%

d) 2,48 % des personnes de 65 ans ou plus étaient vaccinées et ont attrapé la grippe.

17,33 % des personnes de 65 ans ou plus n'étaient pas vaccinées et ont attrapé la grippe.

2. Parmi les personnes vaccinées ayant attrapé la grippe :

a) Le pourcentage de personnes de 0 à 5 ans est : $\frac{7}{19} \approx 0,3684 \approx 36,84\%$.

Le pourcentage de personnes de 6 à 14 ans est : $\frac{3}{19} \approx 0,1579 \approx 15,79\%$.

Le pourcentage de personnes de 15 à 34 ans est : $\frac{2}{19} \approx 0,1053 \approx 10,53\%$.

Le pourcentage de personnes de 35 à 54 ans est : $\frac{0}{19} = 0\%$.

Le pourcentage de personnes de 55 à 64 ans est : $\frac{2}{19} \approx 0,1053 \approx 10,53\%$.

Le pourcentage de personnes de plus de 65 ans est : $\frac{5}{19} \approx 0,2632 \approx 26,32\%$.

b) **=B3/\$B\$9** ou **=B3/B\$9**

c) Seule la formule **=B3/B\$9** peut être recopiée sur la plage de cellules B13:F19.
On obtient alors :

11		Personnes vaccinées		Personnes non vaccinées		
12	Age	Ayant attrapé la grippe	N'ayant pas attrapé la grippe	Ayant attrapé la grippe	N'ayant pas attrapé la grippe	Total
13	0 à 5 ans	36,84%	14,51%	10,84%	6,39%	8,10%
14	6 à 14 ans	15,79%	17,62%	27,97%	12,05%	14,90%
15	15 à 34 ans	10,53%	9,84%	22,73%	27,70%	25,10%
16	35 à 54 ans	0,00%	6,22%	12,59%	31,16%	25,80%
17	55 à 64 ans	10,53%	21,76%	13,64%	15,78%	16,00%
18	65 ans et plus	26,32%	30,05%	12,24%	6,92%	10,10%
19	Total	100%	100%	100%	100%	100%

d) 10,53 % des personnes vaccinées ayant attrapé la grippe ont entre 15 et 34 ans.
26,32 % des personnes vaccinées ayant attrapé la grippe ont plus de 65 ans.
Ces chiffres n'ont qu'une valeur limitée vu le faible nombre de personnes vaccinées ayant attrapé la grippe (19 sur 2 000).

3. a) Parmi les 2 000 personnes concernées par l'enquête, le pourcentage de personnes de 0 à 5 ans vaccinées et ayant attrapé la grippe est : $\frac{7}{2000} \approx 0,0035 \approx 0,35\%$.

Le pourcentage de personnes de 15 à 34 ans non vaccinées et ayant attrapé la grippe est : $\frac{65}{2000} \approx 0,0325 \approx 3,25\%$.

b) **=B3/\$F\$9**

On obtient alors :

11		Personnes vaccinées		Personnes non vaccinées		
12	Age	Ayant attrapé la grippe	N'ayant pas attrapé la grippe	Ayant attrapé la grippe	N'ayant pas attrapé la grippe	Total
13	0 à 5 ans	0,35%	1,40%	1,55%	4,80%	8,10%
14	6 à 14 ans	0,15%	1,70%	4,00%	9,05%	14,90%
15	15 à 34 ans	0,10%	0,95%	3,25%	20,80%	25,10%
16	35 à 54 ans	0,00%	0,60%	1,80%	23,40%	25,80%
17	55 à 64 ans	0,10%	2,10%	1,95%	11,85%	16,00%
18	65 ans et plus	0,25%	2,90%	1,75%	5,20%	10,10%
19	Total	0,95%	9,65%	14,30%	75,10%	100,00%

c) 23,40 % des 2 000 personnes concernées par l'enquête ont entre 35 et 54 ans et n'ont pas attrapé la grippe.

Complément : Les deux objectifs principaux de cette activité sont la manipulation du tableur et la présentation d'un tableau de fréquences à double entrée.

Un autre objectif évident serait de chercher à voir si le vaccin semble efficace. Pour cela, on peut comparer la proportion de personnes ayant attrapé la grippe parmi les personnes vaccinées d'une part, et parmi les personnes non vaccinées d'autre part (pour les différentes tranches d'âge).

Par exemple, pour la tranche d'âge 0-5 ans, 7 personnes ont attrapé la grippe pour 35 personnes vaccinées, donc 20% des personnes vaccinées ont attrapé la grippe. Ce chiffre peut sembler important, mais le vaccin reste utile car la maladie est plus faible chez les personnes vaccinées (ce qui n'apparaît pas avec ces données).

QCM p. 23

1. b 2. a 3. c 4. a 5. a 6. b 7. c
8. c 9. c 10. c

À l'oral p. 24

- 8 a) 15 b) 1,1 c) 560
d) 4,2 e) 314 f) 140

- 9 1. Les réponses sont, dans l'ordre :
10 € ; 7,80 € et 30 €.

2. Les réponses sont, dans l'ordre :
6 € ; 150 € et 16 €.

- 10 1. 45 000 €

2. $0,40 \times 0,05 = 0,02$ soit 2 % 3. 1 040 élèves.

- 11 1. 1,15 2. 0,7 3. 4 % 4. 80 %

- 12

hausse ou baisse	pourcentage d'évolution	coefficient multiplicateur
Hausse	+7 %	1,07
Baisse	-12 %	0,88
Baisse	-4 %	0,96
Hausse	+23 %	1,23
Hausse	+150 %	2,5
Hausse	+200 %	3
Baisse	-95 %	0,05

- 13 1. 20 % 2. 300 € 3. 200 € 4. 300 %

- 14 1. +69 % 2. -75 % 3. +2 %
4. +300 % 5. -50 %

- 15 1. 0,651 % $\approx$ 0,65 %

2. Non, sa valeur exacte est 9999,91 €.

- 16 1. a) $=(D2-\$C2)/\$C2$

- b) On obtient les pourcentages d'évolution :
+100 % ; +80 % et +125 % qui sont associés
aux coefficients multiplicateurs : 2 ; 1,8 et 2,25.

2. a) $=(D2-C2)/C2$

- b) On obtient les pourcentages d'évolution :
+100 % ; -10 % et +25 % qui sont associés aux
coefficients multiplicateurs : 2 ; 0,9 et 1,25.

- c) $2 \times 0,9 \times 1,25 = 2,25$ qui est le coefficient
multiplicateur global, déjà trouvé au 1.b).

Pour s'entraîner p. 25

1 - Proportions

- 17 Les réponses sont, dans l'ordre :
154 € ; 72 € ; 1 cL ; 180 € et 4000 cm³ (atten-
tion ! 1 cL = 10 cm³).

- 18 1. 8 % 2. 12 matchs 3. 13 matchs

- 19 1.

	garçons	filles	total
infirmier(e)s	8	60	68
BTS	5	80	85
autres	7	40	47
total	20	180	200

2. 42,5 % 3. 12 % 4. 40 %

- 20 1.

	espèces	carte	total
< 75	16	48	64
≥ 75	4	32	36
total	20	80	100

2. 25 %

21 1.

dépenses âge	moins de 50 €	de 50 à 100 €	plus de 100 €	total
15 ans	38	22	0	60
16 ans	44	28	8	80
17 ans	50	38	12	100
Total	132	88	20	240

2. 55 % 3. 10 % 4. 60 % 5. 36,7 %

22 $0,85 \times 0,16 = 0,136$ donc 13,6 % des élèves de BTS ont le permis.

23 $0,20 \times 0,05 = 0,01$ donc 1 %.

24 1. b 2. c 3. c 4. a 5. a 6. c 7. b

25 1. 32,2 % 2. 246 élèves

26 1. 35 % 2. 30 %

3.	hommes	femmes	total
Français	65	26	91
Chinois	91	78	169
total	156	104	260

4. 10 % 5. environ 28,6 % 6. 65 %

2 – Comparaison, addition de proportions

27 1. Oui. 2. Non

28 1. Il n'y a pas d'incohérence car certains participants peuvent comprendre les deux langues.

2. $82 + 23 - 17 = 88$ donc 88 % des participants comprennent au moins une de ces deux langues.

29 90 %

30 1. Oui car les pourcentages de 50 % et de 40 % se rapportent au même ensemble et concernent des parties disjointes. La proportion d'adhérents de 20 ans ou plus est de 90 %.

2. Non.

31 1. Non 2. Non 3. 41 %

4. Voir colonne suivante.

5. 31 % 6. 33 %

	2 ^{de} A	2 ^{de} B	total
natation	5	10	15
athlétisme	3	4	7
basketball	12	14	26
total	20	28	48

32 Un tableau de pourcentages peut aider :

	hommes	femmes	total
jusqu'à 50 ans	30	40	70
plus de 50 ans	20	10	30
total	50	50	100

On voit alors que le pourcentage des employés concerné est de 70 %.

33 1. 31 % 2. 5 % 3. 29 %

3 – Pourcentage d'évolution

34 Pour augmenter un nombre de 14 % on le multiplie par 1,14

En multipliant un nombre par 1,6 on l'augmente de 60 %

Pour diminuer un nombre de 8 % on le multiplie par 0,92

En multipliant un nombre par 0,83 on le diminue de 17 %

35 a) Baisse de 20 %

b) Hausse de 30 %

c) Il est multiplié par 1,15

d) Il est multiplié par 0,98

36 a) + 24 % b) + 29,7 % c) + 350 %

d) + 46,7 %

37

taux t (en %)	taux t (en écriture décimale)	coefficient multiplicateur $k = 1 + t$
+ 15 %	0,15	1,15
- 5 %	- 0,05	0,95
- 50 %	- 0,50	0,5
+ 50 %	0,50	1,5
+ 1 %	0,01	1,01
+ 20 %	0,20	1,2
- 30 %	- 0,30	0,7

taux t (en %)	taux t (en écriture décimale)	coefficient multiplicateur $k = 1 + t$
- 60 %	- 0,60	0,4
+ 70 %	0,70	1,7
- 18 %	- 0,18	0,82
+ 40 %	0,4	1,4
- 2 %	- 0,02	0,98
+ 8 %	0,08	1,08
- 80 %	- 0,8	0,2
+ 100 %	1	2
- 36 %	- 0,36	0,64
- 20 %	- 0,2	0,8

38 1. c 2. b 3. c 4. b 5. c 6. a 7. b

39

P_1 en €	P_2 en €	variation absolue de P_1 à P_2	taux d'évolution en %
110	143	+ 33	+ 30 %
50	45	- 5	- 10 %
17	25	+ 8	+ 47 %
48	64,80	+ 16,80	+ 35 %
40	30	- 10	- 25 %
16	20	+ 4	+ 25 %

40 On a d'une part : $P_2 = P_1 + 4,20$ et d'autre part : $P_2 = P_1 \times 1,12$.

D'où : $1,12P_1 = P_1 + 4,20$ puis $0,12P_1 = 4,20$ et donc $P_1 = 35$ et $P_2 = 39,20$.

41 Soit x le nombre initial d'employés, alors :

$$1,05x = x + 6 \Leftrightarrow 0,05x = 6 \Leftrightarrow x = 120$$

42 Le premier paiera $87 \times 0,85 = 73,95$ €.

Le second aurait payé $\frac{78,20}{0,85} = 92$ €.

43

P_1 en €	P_2 en €	taux d'évo- lution en %	coefficient multiplica- teur
240	276	+ 15 %	1,15
65	67,60	+ 4 %	1,04
72	61,20	- 15 %	0,85

P_1 en €	P_2 en €	taux d'évo- lution en %	coefficient multiplica- teur
180	208,80	+ 16 %	1,16
620	930	+ 50 %	1,5
800	664	- 17 %	0,83

44 1. $=(D2-C2)/C2$

2. Médecins : +7,8 %

Dentistes : +1,4 %

Pharmaciens : + 25,2 %

Infirmiers : + 29,5 %

Opticiens : + 95,5 %

Kinés : + 28,6 %

45 a) + 6,1 % b) - 97,9 %

c) + 11,8 % d) + 17,7 %

4 – Évolutions successives

46 1. a) 1,334 b) + 33,4 %

2. a) 1,52 b) + 52 %

3. a) 0,624 b) - 37,6 %

4. a) 0,93 b) - 7 %

47 1. 229,50 € 2. 320 €

48 $1,06 \times 0,82 = 0,8692$

et $1 - 0,8692 \approx 0,13$

Donc le personnel a diminué d'environ 13 % sur les deux années.

49 1. b 2. a 3. a 4. a 5. b

50 1. $1,003 \times 1,004 = 1,007012 \approx 1,007$

2. + 1,965 % $\approx (0,7 - 0,5) \%$

51 $1,0025 \times 0,9988 \times 0,9987 = 0,999995 \dots \approx 1$

Plus simplement, on sait que dans le cas de faibles taux il suffit d'ajouter les taux d'évolution successifs pour obtenir une valeur proche du taux d'évolution global, et on a :

$$+ 0,25 - 0,13 - 0,12 = 0$$

Pour approfondir p. 29

52 1. Entre 1997 et 2007

(- 35,9 % contre - 27,5 % entre 1987 et 1997).

2. Plus forte baisse pour les voitures particulières avec - 60,6 %.

53 1. $0,9096 \times 1,0055 \times 0,9369 \times 0,9845 \times 0,9227 \approx 0,7784$ ce qui correspond bien à une baisse de 22,16 %.

2. $\frac{1}{0,7784} \approx 1,2847$ il faudrait donc une hausse de 28,47 %.
3. 3176,46 points
4. + 11,18 %

54 $1,4 \times 0,7 = 0,98$ donc l'agriculteur va perdre 2 % de ses revenus.

55 Si x est le salaire de l'employé alors, d'après lui, le salaire du patron est $1,5625x$. Et $1,5625x \times 0,64 = x$ donc l'employé et le patron ont tous les deux raison.

56 Soit x le prix hors taxes d'un véhicule. Avec l'ancien taux de TVA, son prix TTC était $1,3333x$. Avec le nouveau taux son prix TTC est $1,28x$ et $\frac{1,28x}{1,3333x} \approx 0,96$ donc il s'agit bien d'une baisse de 4 % (sur le prix TTC).

57 1. 538,20 € 2. Le nouveau prix TTC serait 515,70 €, il aurait baissé de 4,2 %.

3. 32,2 % 4. 71,4 %

58 1. Evident.

2. Résolvons le système par substitution. De la 1^{ère} équation, on tire $y = 105 - x$ et en reportant dans la seconde, on obtient : $0,75x + 0,7(105 - x) = 76,50$ d'où : $0,05x = 3$ et finalement : $x = 60$. On en déduit $y = 45$.

59 $\frac{3}{4} = 0,75$ donc avec la 1^{re} société la réduction de prix est de 25 %. $\frac{1}{1,3} \approx 0,77$ donc avec la 2^e elle est d'environ 23 %. $\frac{25}{33} \approx 0,76$ donc avec la 3^e elle est d'environ 24 %, et comme avec la 4^e elle est de 20 %, on voit que la meilleure promotion est celle de la 1^{re} société.

60 1. Calculons le prix d'un kilo de lessive dans chacun des deux magasins. Dans le magasin A c'est 1,386 €, dans le B on a 5,5 kg pour 7,70 € donc c'est 1,40 €. La meilleure promotion est donc celle du magasin A.

2. Le même calcul qu'au 1. donne cette fois $\frac{7,70}{5} \times \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 1,54 - 0,0154x$ pour le prix d'un kilo de lessive dans le magasin A et

$$\frac{7,70}{5 \left(1 + \frac{y}{100}\right)} = \frac{154}{100 + y} \text{ dans le magasin B.}$$

a) Les deux promotions seront équivalentes

$$\text{si : } 1,54 - 0,0154x = \frac{154}{100 + y}$$

b) Si $y = 25$ la relation devient :

$$1,54 - 0,0154x = 1,232 \text{ d'où : } 0,0154x = 0,308 \text{ et donc } x = 20.$$

61 On obtient le tableau complété :

	moins de 35 ans	entre 35 et 50 ans	plus de 50 ans	total
« oui »	80	58	42	180
« non »	20	102	98	220
total	100	160	140	400

1. 30 % 2. 33,3 % 3. 76,7 %

62 1. Les résidents sont 3 600 dont 1 620 de catégorie A et 1 080 de la catégorie B qui ont payé 12 960 €. Ceux de catégorie C sont 900 et ont payé 18 000 €.

Les non-résidents sont 1 400 et ont payé 39 200 € la recette totale est donc :

$$12\,960 + 18\,000 + 39\,200 + 40\,000 = 110\,160 \text{ €}$$

2. En 2010 la recette doit être 121 176 € et la subvention sera 41 200 € ; il faut donc que les cotisations rapportent 79 976 €.

63 1. Il y a en tout 100 flacons de 50 mL sur 800 flacons donc 6,25 %.

2. Le prix HT est : $\frac{526}{1,196} \approx 439,80 \text{ €}$

3. Formule : =SOMME(B4:E4)

4. Il faut « bloquer » le « F » de la cellule F4 et donc écrire : =B4*100/\$F4

64 1. t est le taux d'évolution entre V_d et V_a .

2. a est le pourcentage d'évolution entre V_d et V_a .

3. Algorithme 3

Variables

a, q, V_d, V_a : réels

Début

Saisir a, V_a

q prend la valeur $1 + a/100$

V_d prend la valeur V_a/q

Afficher V_d

Fin

4. a) 34,68 € b) 32,50 € c) + 14,3 %

65

$$1. N(x) = 20\,000 \times \left(1 + \frac{x}{100}\right) = 20\,000 + 200x$$

$$2. D(x) =$$

$$N(x) \times \left(1 + \frac{x+3}{100}\right) = (20\,000 + 200x) \times \left(1 + \frac{x+3}{100}\right)$$

$$= 200\,000 + 200x + 200x + 600 + 2x^2 + 6x$$

Ce qui donne bien après simplification :

$$D(x) = 2x^2 + 406x + 20600.$$

3. Il s'agit de résoudre l'équation :

$$D(x) = 21\,420 \text{ qui équivaut à :}$$

$$2x^2 + 406x - 820 = 0$$

soit, après simplification par 2 :

$$x^2 + 203x - 410 = 0$$

On vérifie aisément la factorisation donnée, et on en déduit les deux solutions 2 et -205 dont seule la première est acceptable. Finalement $x = 2$.

Let's do some math!

66 The sale price is £ 40.5.

67 The customer pays £ 168.

68 He paid £ 3 550.

69 The final amount is:
 $5.5 \times 4 \times 1.15 \times 1.1 = 27.83$.

70 Larry paid £ 81.2.
 The initial price of the second article was £ 68.

Vers le bac p. 33

Exercice 1

$$1. c \quad 1 - \frac{6}{100} = 0,94 \quad 2. a \quad 1,32 - 1 = 0,32 = \frac{32}{100} = 32 \% \quad 3. b \quad \frac{648 - 600}{600} = 0,08 = 8 \%$$

$$4. a \quad \frac{4}{100} \times \frac{7}{100} \times 30\,000 = 84 \quad 5. b \quad \frac{25}{100} \times 260 = 65 \quad 6. b \quad \frac{89,87}{1,045} = 86$$

$$7. a \quad \frac{499,80}{1,4 \times 0,85} = 420$$

Exercice 2

$$1. C4 : 440 - 250 = 190 \quad D4 : \frac{190}{250} = 0,76 = 76 \% \quad F4 : 3\,600 - 2\,200 = 1\,400$$

$$G4 : \frac{1400}{2200} \approx 0,64 = 64 \%$$

2. Dans C4 : =B4-B3 Dans D4 : =C4/B3 Dans F4 : =E4-E3 Dans G4 : =F4/E3

3.	A	B	C	D	E	F	G
1		Entreprise X			Entreprise Y		
	Année	Chiffre d'affaires en k€	Accroissement du CA par rapport à l'année précédente	Taux d'évolution du CA par rapport à l'année précédente	Chiffre d'affaires en k€	Accroissement du CA par rapport à l'année précédente	Taux d'évolution du CA par rapport à l'année précédente
2							
3	2006	250			2200		
4	2007	440	190	76%	3600	1400	64%
5	2008	800	360	82%	5050	1450	40%
6	2009	1450	650	81%	6500	1450	29%
7	2010	2650	1200	83%	8100	1600	25%
8	2011	4800	2150	81%	9450	1350	17%

4. Entreprise X : + 1 820 % Entreprise Y : + 330 %

5. C'est l'entreprise X.

6. a) $4\,800 \times 1,6 = 7\,680 \text{ k€}$ b) $9\,450 \times 0,9 = 8\,505 \text{ k€}$

Chapitre 2

Suites numériques

Prérequis

Ce chapitre nécessite peu de prérequis. Les élèves pourront utilement se reporter aux parties calculs numériques, équations et inéquations de la boîte à outils.

L'étude des suites géométriques nécessite d'avoir effectué la partie consacrée aux taux d'évolution du chapitre pourcentages.

Avant de commencer p. 34

1. a) $x = 2$ b) $x = 2$ c) $x \geq 2$

d) $x \geq 4$ e) $x \geq 3$

2. a) $-2 \times 4 + 3 = -5$ b) $10 + 3 \times 4 = 22$ c) $5 + 2 \times 3 = 11$

d) $3 \times 2^4 = 3 \times 16 = 48$

e) $4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$ f) $9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 9 \times \frac{8}{27} = \frac{8}{3}$

3. $= A1 + 2$

4. a) L'image de 0 par la fonction u est 1.

b) Un antécédent de 7 par la fonction u est 3.

c) $S = [1 ; 4]$ ou $[1 ; +\infty[$

d) 3

5. a) L'image de 0 par la fonction v est 10.

b) Des antécédents de 4 par la fonction v sont 1 et 6.

c) Des solutions de l'équation $v(x) = 0$ sont 2 et 5.

6.

1. Augmentation de 10 % e) 1,1

2. Baisse de 10 % c) 0,9

3. Augmentation de 90 % f) 1,9

4. Baisse de 90 % a) 0,1

5. Augmentation de 50 % b) 1,5

6. Baisse de 50 % d) 0,5

Activités p. 36

1 Des listes de nombres un peu particulières

Objectif : Cette activité a pour objectif d'introduire progressivement la notion de suite numérique et la notation indicielle. Le 2. et le 3. permettent de distinguer une suite dont le premier terme est u_0 d'une suite dont le premier terme est u_1 .

1. Des listes dans les tests psychotechniques des concours.

- a) 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 22 ; 25 On ajoute 3 au terme précédent
 b) 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 13 ; 18 ; 24 + 1 ; + 2 ; + 3 ; + 4 ; + 5 ; + 6
 c) $5 ; \frac{17}{3} ; \frac{19}{3} ; 7 ; \frac{23}{3} ; \frac{25}{3}$ On ajoute $\frac{2}{3}$ au terme précédent
 d) 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81 On multiplie par 3 le terme précédent
 e) 2 ; 3 ; 5 ; 9 ; 17 ; 33 + 1 ; + 2 ; + 4 ; + 8 ; + 16
 f) 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1 ; 0,5 On divise par 2 ou on multiplie par 0,5 le terme précédent

2. Des listes de nombres et une fonction

a)

n	0	1	2	3	4	5	6
$u(n)$	5	7	9	11	13	15	17

b) Le 3^e terme de cette suite est $u(2) = 9$. Le 6^e terme est $u(5) = 15$.

c) $u_1 = 7$ et $u_2 = 9$. Le 10^e terme de la suite est $u_9 = 23$.

3. Des listes de nombres dans le monde réel

a) Augmenter de 50 % revient à multiplier par 1,5 : $u_3 = 120 \times 1,5 = 180$.

semaine (n)	1	2	3	4	5
nombre de visiteurs (u_n)	80	120	180	270	405

Le graphique permet de vérifier les résultats.

b) Le 1^{er} terme de cette suite est $u_1 = 80$. Le 5^e terme est $u_5 = 405$. Le 10^e terme de la suite sera noté u_{10} .

2 Évolution d'une population

Objectif : Cette activité a pour objectif d'introduire la notion de suite arithmétique.

La question 1.c) permet d'obtenir la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n + r$.

Les questions 1.d) et 1.e) permettent d'obtenir la formule $u_n = u_0 + nr$.

1. a) u_0 est la population en 2000 + 0 donc en 2000 : $u_0 = 1\ 000$.

b) u_1 est la population en 2001 : $u_1 = 1\ 000 + 400 = 1\ 400$.

La population de la ville d'Urban en 2001 est de 1 400 habitants.

u_2 est la population en 2002 : $u_2 = 1\ 400 + 400 = 1\ 800$.

La population de la ville d'Urban en 2002 est de 1 800 habitants.

c) $u_1 = u_0 + 400$, $u_2 = u_1 + 400$ alors, $u_{n+1} = u_n + 400$.

d) $u_{30} = 1\ 000 + 30 \times 400 = 13\ 000$.

e) $u_n = 1\ 000 + n \times 400$.

On pourra faire transformer l'écriture sous la forme : $u_n = 400n + 1\ 000$.

2. On note v_n la population de Velcom en $2000 + n$.

a) v_0 est la population en $2000 + 0$ donc en 2000 : $v_0 = 3\,000$.

b) v_1 est la population en 2001 : $v_1 = 3\,000 - 200 = 2\,800$.

La population de la ville de Velcom en 2001 est de 2 800 habitants.

v_2 est la population en 2002 : $v_2 = 2\,800 - 200 = 2\,600$.

La population de la ville de Velcom en 2002 est de 2 600 habitants.

c) $v_1 = v_0 - 200$, $v_2 = v_1 - 200$ alors, $v_{n+1} = v_n - 200$.

d) $v_{30} = 3\,000 - 30 \times 200 = -3\,000$.

Ce résultat est évidemment absurde cela veut dire que la ville de Velcom ne comportera plus d'habitants en 2030. Il pourrait être intéressant de faire calculer aux élèves l'année à partir de laquelle la ville ne comporte plus d'habitants à l'aide de la formule suivante.

e) $v_n = 3\,000 - n \times 200$.

On pourra faire transformer l'écriture sous la forme : $v_n = -200n + 3\,000$.

3 Évolution d'une maladie

Objectif : Cette activité a pour objectif d'introduire la notion de suite géométrique.

La question 1.b) permet d'obtenir la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n \times q$.

Les questions 1.c) et 1.d) permettent d'obtenir la formule $u_n = u_0 \times q^n$.

1. a) Diminuer de 5 % revient à multiplier par 0,95.

Alors, $u_1 = 800 \times 0,95 = 760$: le nombre de nouveaux cas en 2011 est de 760.

$u_2 = 760 \times 0,95 = 722$: le nombre de nouveaux cas en 2012 est de 722.

b) $u_1 = u_0 \times 0,95$, $u_2 = u_1 \times 0,95$ alors, $u_{n+1} = u_n \times 0,95 = 0,95u_n$.

c) $u_{30} = 800 \times (0,95)^{30} \approx 172$.

Le nombre de nouveaux cas en 2040 sera de 172.

d) $u_n = 800 \times (0,95)^n$.

2. On note v_n le nombre de nouveaux cas dans cet autre pays en $2010 + n$.

$v_0 = 500$

a) Augmenter de 10 % revient à multiplier par 1,1.

Alors, $v_1 = 500 \times 1,1 = 550$: le nombre de nouveaux cas en 2011 est de 550.

$v_2 = 550 \times 1,1 = 605$: le nombre de nouveaux cas en 2012 est de 605.

b) $v_1 = v_0 \times 1,1$, $v_2 = v_1 \times 1,1$ alors, $v_{n+1} = v_n \times 1,1 = 1,1v_n$.

c) $v_{30} = 500 \times (1,1)^{30} \approx 8\,725$.

Le nombre de nouveaux cas en 2040 sera de 8 725.

d) $u_n = 500 \times (1,1)^n$.

4 Budget d'une association

Objectif : Cette activité fait le lien entre suite et tableau.

Le 6. permet de représenter graphiquement des suites arithmétiques et géométriques et de conjecturer que pour une suite arithmétique les points sont alignés.

2. La première association augmente son budget de 3 000 € chaque année soit une progression arithmétique. La deuxième association multiplie chaque année son budget par 1,5 soit une progression géométrique.

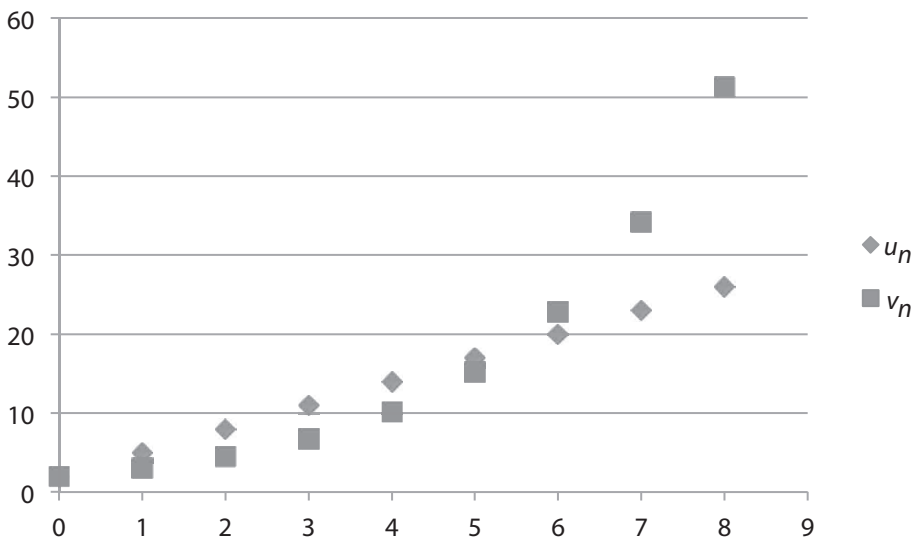
3. = B2+3 ou = \$B\$2+3*A3 ou = B\$2+3*A3

4. = C2*3 ou = \$C\$2+1.5^A3 ou = C\$2+1.5^A3

5.

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	2	2
3	1	5	3
4	2	8	4.5
5	3	11	6.75
6	4	14	10.125
7	5	17	15.1875
8	6	20	22.78125
9	7	23	34.171875
10	8	26	51.2578125

6.



Les points de coordonnées $(n ; u_n)$ sont alignés, ceux de coordonnées $(n ; v_n)$ ne le sont pas. On peut donc conjecturer qu'une suite arithmétique est représentée graphiquement par des points alignés : on parle donc de croissance linéaire.

On pourra faire remarquer que les points représentant une suite géométrique sont sur la courbe d'une fonction dite exponentielle (qui sera vue en Terminale) d'où l'expression « croissance exponentielle ».

Exercices d'application p. 39 à 45

- 1
 - a) $u_0 = -3$ $u_1 = -1$ $u_2 = 1$
 - b) $u_0 = 3$ $u_1 = 6$ $u_2 = 12$
 - c) $u_0 = -5$ $u_1 = -4$ $u_2 = -7$
 - d) $u_0 = 0$ $u_1 = 1$ $u_2 = \frac{4}{3}$
- 2
 - a) $u_1 = 7$ $u_2 = 9$ $u_3 = 11$
 - b) $u_1 = 3$ $u_2 = 9$ $u_3 = 27$
 - c) $u_1 = 7$ $u_2 = 22$ $u_3 = 67$
- 3

$v_0 = 21$ et chaque année le prix du forfait diminue de 0,20 € donc $v_{n+1} = v_n - 0,2$
 (v_n) est une suite arithmétique de raison $(-0,2)$ et de premier terme $v_0 = 21$.

- 4 Chaque mois les économies de Théo augmentent de 10 € et les dépenses de Marine diminuent de 2 € donc (u_n) est une suite arithmétique de raison +10 et (v_n) est une suite arithmétique de raison -2.
 $u_{12} = 320$ et $v_{12} = 26$ donc dans un an Théo disposera de 320 € d'économies et Marine ne dépensera plus que 26 € par mois.
- 5 Augmenter de 5 % revient à multiplier par 1,05 donc (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05.
- 6 1. Chaque année le salaire de Jean est multiplié par 0,98 et celui de Pierre par 1,03 donc (u_n) et (v_n) sont des suites géométriques.
 2. $u_5 \approx 21694$ et $v_5 \approx 25040$ donc, dans 5 ans, le salaire annuel de Jean sera de 21 694 € et celui de Pierre 25 040 €.
- 7 On obtient les valeurs de u_n suivantes :

n	0	1	2	3	4
a)	-3	-1	1	3	5
b)	3	6	12	24	48
c)	-5	-4	-7	-14	-25
d)	5	7	9	11	13
e)	2	7	22	67	202

et on place les points de coordonnées $(n ; u_n)$.

On peut remarquer que en a) et en d) on obtient des points alignés donc les suites correspondantes sont arithmétiques.

- 8 Pour la 1^{re} suite on obtient des points alignés donc elle est arithmétique.

Laboratoire TICE p. 46

1 Population et production selon Malthus

Cet exercice a été conçu pour pouvoir être traité en autonomie par les élèves sur une feuille ou sur leur cahier avec l'aide d'une calculatrice. Il est bien sûr possible de le donner en salle informatique en précisant bien aux élèves qu'ils doivent répondre aussi aux questions sur feuille de manière à garder une trace écrite et à s'entraîner pour un exercice de type bac.

1. a) $t = \frac{5140 - 5000}{5000} = 0,028 = 2,8\%$

b) Augmenter de 2,8% revient à multiplier par $1 + 2,8\% = 1,028$ donc (u_n) est une suite géométrique de raison 1,028 et de terme initial $u_0 = 5000$.

On a : $u_n = 5000 \times 1,028^n$.

c) Les bonnes formules sont :

=C2*1,028

= $\$C2*1,028$ (le \$ n'a ici aucune incidence puisqu'il bloque le numéro de colonne et qu'on copie la formule dans la même colonne)

= $\$C\$2*1,028^{\wedge}B3$

= $C2*1,028^{\wedge}B\$3$ (cette formule est équivalente à la première puisque $\$B\$3$ reste égal à 1)

d) D'après la calculatrice (ou le tableur) : $u_{25} = 9972$ et $u_{26} = 10252$.

27	1825	25	9972
28	1826	26	10252
29	1827	27	10539

Donc, la population a doublé au bout de 26 ans.

2. a) $v_{n+1} = v_n + 500$ donc (v_n) est une suite arithmétique de raison 500 et de terme initial $v_0 = 5000$.

On a : $v_n = 5000 + 500n$.

b) Comme précédemment, plusieurs formules conviennent. La plus simple est $=D2+500$.

3. a)

49	1847	47	18308	28500
50	1848	48	18821	29000
51	1849	49	19348	29500
52	1850	50	19890	30000
53	1851	51	20446	30500

En 1850, l'île a 19 890 habitants et produit de quoi en nourrir 30 000 donc elle produit bien de quoi nourrir tous ses habitants.

On peut également utiliser les tables de la calculatrices ou les formules :

En 1850, on a $n = 50$.

$$u_{50} = 5\,000 \times 1,028^{50} \approx 19\,890$$

$$v_{50} = 5\,000 + 500 \times 50 = 30\,000$$

b) D'après la calculatrice ou le tableur :

$$u_{79} = 44302 \quad v_{79} = 44500$$

$$u_{80} = 45543 \quad v_{80} = 45000$$

80	1878	78	43096	44000
81	1879	79	44302	44500
82	1880	80	45543	45000
83	1881	81	46818	45500
84	1882	82	48129	46000

C'est donc à partir de 1880 que la production de l'île n'est plus suffisante pour nourrir tous ses habitants.

2 Les pédiatres en France

Les calculatrices TI et Casio habituellement utilisées en lycée ont un mode « suites ». Ce mode permet notamment d'afficher les termes de suites récurrentes, ce qui n'apporte pas grand-chose en ST2S.

Nous avons donc choisi généralement de ne pas utiliser le mode suites et d'afficher les termes d'une suite comme le tableau de valeurs d'une fonction. Nous décrivons cependant l'utilisation du mode suites dans les fiches calculatrices de la boîte à outils.

1. a) Dans l'écran de gauche, la suite est arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison 3. Dans l'écran de droite, la suite est géométrique de premier terme $v_0 = 1$ et de raison 3.

b) $u_n = 1 + 3n \quad v_n = 3^n$

2. Sur TI pour la suite arithmétique : $u_n = 1 + 2n$.

```
Graph1 Graph2 Graph3
Y1=1+2X
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
```

```
DEFINIR TABLE
DébTbl=0
Pas=1
Indent:
Calculs:Auto Dem
```

X	Y1	
0	1	
1	3	
2	5	
3	7	
4	9	
5	11	
6	13	

X=6

Sur Casio pour la suite géométrique : $v_n = 2^n$.

```
Table Func :Y=
Y1=2^X
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
[SEL] [DEL] [TYPE] [STVL] [SET] [TABL]
```

```
Table Settings
X
Start:0
End :10
Step :1
```

X	Y1
0	1
1	2
2	4
3	8

FORM DEL ROW EDIT G-COM G-PLT

3. a) $\frac{7\,098 - 6\,282}{9} \approx 91$

b) Le nombre de pédiatres en 2009 + n est une suite arithmétique de terme initial $u_0 = 7\,098$ et de raison 91. On a donc $u_n = 7\,098 + 91n$.

$u_7 = 7\,098 + 91 \times 7 = 7\,735$ $u_8 = u_7 + 91 = 7\,826$ $u_9 = u_8 + 91 = 7\,917 \dots$

c) Le nombre de pédiatres dépassera 8 000 pour $n = 10$, donc en 2019.

d) On considère maintenant la suite géométrique (v_n) de raison 1,0137 et de terme initial $v_0 = 7\,098$.

On a donc $v_n = 7\,098 \times 1,0137^n$.

v_n est le nombre de pédiatres l'année 2009 + n .

On utilise la calculatrice :

```
Graph1 Graph2 Graph3
Y1=7098*1.0137^X
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
```

X	Y1	
4	7495	
5	7597.7	
6	7701.8	
7	7807.3	
8	7914.3	
9	8022.7	
10	8132.6	

X=10

Le nombre de pédiatres dépassera 8 000 pour $n = 9$, donc en 2018.

QCM p. 49

1. c 2. b 3. a 4. c 5. b 6. c 7. c
8. a 9. b 10. a

À l'oral p. 50

- 9** a) 14 b) 52 c) 96 d) 32 e) 67
10 a) Dans B3 on peut écrire : $=B2+2.6$
b) $u_5 = 3,4 + 5 \times 2,6 = 16,4$
11 a) Dans B3 on peut écrire : $=B2*2.5$
b) $v_5 = 800 \times 2,5^5 = 78125$
12 a) 40 ; 43 ; 46
b) Il s'agit d'une suite arithmétique de premier terme 40 et de raison 3.
13 a) $u_{n+1} = u_n - 5$
b) $u_n = 4 - 5n$
c) $u_5 = -21$
14 a) $w_{n+1} = w_n + 6$
b) $w_n = 6 + 6(n-1) = 6n$
c) $w_6 = 36$
15 a) $u_{n+1} = u_n \times 7$
b) $u_n = 3 \times 7^n$
c) $u_2 = 147$
16 a) $w_{n+1} = w_n \times 5$
b) $w_n = 5 \times 5^{n-1} = 5^n$
c) $w_3 = 125$
17 a) La suite arithmétique est de couleur rouge.
b) Sa raison est 4.
18 a) $u_7 = 0,05 \times 2^7 = 6,4$
b) $u_n = 0,05 \times 2^n$
c) $n = 10$

Pour s'entraîner p. 51

1 – Suites numériques

- 19** a) 33,5 b) 191 c) 652
d) 36 e) 243
20 a) 40 b) 65 c) 190
d) 14 e) 46
21 a) $=B2+2$ b) $=B2*2$ c) $=B2-3$

d) $=B2/4$ e) $=B2+C1$

- 22** 1. $u_0 = 6 ; u_1 = 7 ; u_2 = 9 ; u_3 = 13$.
2. $v_0 = 6 ; v_1 = 7 ; v_2 = 9 ; v_3 = 13$.
3. On constate que les quatre premiers termes des suites (u_n) et (v_n) sont égaux.
23 1. $u_0 = 7 ; u_1 = 12 ; u_2 = 19 ; u_3 = 28$.
2. $v_0 = 7 ; v_1 = 12 ; v_2 = 19 ; v_3 = 28$.
3. On constate que les quatre premiers termes des suites (u_n) et (v_n) sont égaux.
24 $u_0 = 0$ $u_1 = -\frac{2}{3}$ $u_2 = -\frac{1}{2}$
 $u_3 = 0$ $u_8 = 4$
25 $u_0 = 0$ $u_1 = 1$ $u_2 = 3$ $u_8 = 255$
26 1. $u_0 = -3$ $u_2 = -2$ $u_4 = 1$ $u_{10} = 22$
2.
 $u_n = 6 \Leftrightarrow \frac{n^2}{4} - 3 = 6 \Leftrightarrow \frac{n^2}{4} = 9 \Leftrightarrow n^2 = 36$
Donc $n = 6$ (car n est un entier naturel, donc positif)
3. De même $u_n = 33 \Leftrightarrow n^2 = 144 \Leftrightarrow n = 12$
4. $u_n \geq 100 \Leftrightarrow n^2 \geq 412 \Leftrightarrow n \geq 20,29\dots$ donc le plus petit entier n pour lequel $u_n \geq 100$ est 21.
27 1. $u_0 = 11$ $u_2 = 5$ $u_5 = 3,5$
2.
 $u_n = 3 \Leftrightarrow 2n + 11 = 3(n+1) \Leftrightarrow 2n + 11 = 3n + 3$
Donc $n = 8$
3. $u_n \leq 2,5 \Leftrightarrow 2n + 11 \leq 2,5(n+1)$ car $(n+1)$ est un nombre positif
Donc $u_n \leq 2,5 \Leftrightarrow -0,5n \leq -8,5 \Leftrightarrow n \geq 17$
4. De même,
 $u_n \leq 2 \Leftrightarrow 2n + 11 \leq 2(n+1) \Leftrightarrow 0 \leq -9$
or ceci est impossible.
On ne peut donc pas avoir $u_n \leq 2$.
28 1. $u_0 = 2$ $u_4 = 4$ $u_7 = 5$
2. $u_n = 7 \Leftrightarrow \sqrt{3n+4} = 7$ donc $n = 15$
 $\Leftrightarrow 3n + 4 = 49$
 $\Leftrightarrow 3n = 45$
3. $u_n \geq 10 \Leftrightarrow 3n + 4 \geq 100 \Leftrightarrow n \geq 32$
29 $u_1 = 3u_0 - 8 = 3 \times 5 - 8 = 7$
de même $u_2 = 3 \times 7 - 8 = 13$ et $u_3 = 31$
30 1. $1 - \frac{20}{100} = 0,8$
2. $u_1 = 1000 \times 0,8 + 300 = 1100$ de même
 $u_2 = 1180$ et $u_3 = 1244$ sont les nombres de donateurs en 2002 et 2003.

3. $u_{n+1} = u_n \times 0,8 + 300$

31 2. a) $= 82 \times 0,8 + 40$ b) 2021

32 $u_0 = -1$ $u_1 = -2 \times (-1)^2 + 4 = 2$
 $u_2 = -4$ $u_3 = -28$

33 a) $u_0 = 1$ $u_1 = 5$ $u_2 = -19$ $u_3 = -355$

b) $u_0 = 2$ $u_1 = 2$ $u_2 = 2$ $u_3 = 2$

((u_n) est constante.)

c) $u_0 = -3$ $u_1 = -3$ $u_2 = -3$ $u_3 = -3$

((u_n) est constante.)

34 a) $u_0 = 2$ $u_1 = 2$ $u_2 = 2$ $u_3 = 2$

((u_n) est constante.)

b) $u_0 = 4$ $u_1 = -2$ $u_2 = 2$ $u_3 = 2$

((u_n) est constante à partir de u_2 .)

c) $u_0 = -5$ $u_1 = -5$ $u_2 = -5$ $u_3 = -5$

((u_n) est constante.)

2 – Suites arithmétiques

35 Les suites arithmétiques sont la b) de raison 5 ; la c) de raison 1,2 et la e) de raison -1,5.

36 1. $3140 - 2847 = 653$

et $3793 - 3140 = 653$ donc les nombres 2 487, 3 140 et 3 793 sont en progression arithmétique de raison 653.

2. $61\,701 - 60\,625 = 1\,076$

et $62\,776 - 61\,701 = 1\,075$ donc les nombres 60 625, 61 701 et 62 776 ne sont pas en progression arithmétique.

3. $2\,602 - 3001 = -399$ et $2\,203 - 2\,602 = -399$ donc les nombres 3 001, 2 602 et 2 203 sont en progression arithmétique de raison -399.

37 R non ; V oui (raison -14) ; B non.

T oui (raison +17) ; S oui (raison -11).

L oui (raison -7).

T non ; S oui (raison -11) ; L oui (raison -7).

38 $u_1 = 20$ $u_2 = 29$ $u_{11} = 110$

39 $u_1 = 14$ $u_2 = 10$ $u_7 = -10$

40 $u_2 = -5,5$ $u_3 = -3$ $u_{12} = 19,5$

41 1. 94 en 2015, 98 en 2016.

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison 4 et de 1^{er} terme $u_0 = 90$.

3. $u_n = 90 + 4n$

4. $u_{15} = 150$ est le nombre d'employés en 2029.

42 1. 180 m

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison -3.

43 Soit V le montant du 1^{er} versement.

Alors les 5 autres seront : V + 50, V + 100, V + 150, V + 200 et V + 250.

La somme de ces 6 versements doit rembourser les 2 100 € empruntés, donc il faut que :
 $V + V + 50 + V + 100 + V + 150 + V + 200 + V + 250 = 2100$ soit $6V + 750 = 2100$.

D'où V = 225. Les 6 versements seront donc de 225 ; 275 ; 325 ; 375 ; 425 et 475 €.

44 1. $u_n = -3 + 4n$

2. On trouve $n = 8$.

3. $-3 + 4n \geq 29 \Leftrightarrow 4n \geq 32 \Leftrightarrow n \geq 8$

45 1. $u_n = 7 + 4,2(n-1) = 4,2n + 2,8$

2. On trouve $u_6 = 28$ et $u_7 = 32,2$

il faut donc $n \geq 7$.

3.

$4,2n + 2,8 \geq 30 \Leftrightarrow 4,2n \geq 27,2 \Leftrightarrow n \geq 6,47...$

il faut donc $n \geq 7$.

46 1. $u_7 = u_1 + 6r$ donc $6 + 6r = 36$ d'où :

$6r = 30$ et $r = 5$.

2. $u_n = 6 + 5(n-1)$ donc $u_n = 5n + 1$

3. $u_n \geq 100 \Leftrightarrow 5n + 1 \geq 100$

$\Leftrightarrow 5n \geq 99 \Leftrightarrow n \geq 19,8$

il faut donc $n \geq 20$.

47 1. $u_1 = 36$, $u_2 = 42$

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison 6.

3. $u_n = 30 + 6n$

4. $u_8 = 30 + 6 \times 8 = 78$.

C'est le nombre de cartes que possèdera Pierre s'il achète 8 paquets.

5. On trouve $u_{11} = 96$ et $u_{12} = 102$, il faut donc qu'il achète au moins 12 paquets.

6. $30 + 6n \geq 100 \Leftrightarrow 6n \geq 70 \Leftrightarrow n \geq 11,66...$

il faut donc qu'il achète au moins 12 paquets.

48 1. $u_{10} = 45$ $u_{50} = 205$ $u_{100} = 405$

2. $r = 6$ $u_2 = 19$ $u_{300} = 1807$

3. $r = 3,5$ $u_1 = 11,5$ $u_{65} = 235,5$

49 1. $r = 3,2$ $u_0 = 11$ $u_5 = 27$

2. $r = 4,5$ $u_0 = 7$ $u_5 = 29,5$

50 $u_2 + u_3 = u_0 + 2r + u_0 + 3r = 2u_0 + 5r$
et $u_5 = u_0 + 5r$

On a donc le système :
$$\begin{cases} 2u_0 + 5r = 8 \\ u_0 + 5r = 1 \end{cases}$$

d'où $u_0 = 7$ et $r = -1,2$.

51 $u_2 + u_3 + u_4 = 3u_0 + 9r$

et $u_6 = u_0 + 6r$

On a donc le système :
$$\begin{cases} 3u_0 + 9r = 21 \\ u_0 + 6r = 16 \end{cases}$$

d'où $u_0 = -2$ et $r = 3$.

- 52** a) On a $u_{n+1} = -u_n + 5$.
donc cette suite n'est pas arithmétique.
b) On a $u_{n+1} = u_n - 7$
donc cette suite est arithmétique de raison -7 .
c) On a $u_{n+1} = u_n + \frac{3}{4}$
donc cette suite est arithmétique de raison $\frac{3}{4}$.

53 1. On obtient :

a	b	c	r	x	y	z	r'
-2	1	4	3	3	12	21	9
1	3	5	2	13	31	49	18
1	-1	-3	-2	1	7	13	6
-5	-1	3	4	31	19	7	-12

$$2. y - x = c^2 - b^2 + ca - ab \\ = (c - b)(c + b) + a(c - b)$$

D'où
 $y - x = (c - b)(a + b + c) = r(a + b + c)$

$$z - y = b^2 - a^2 + bc - ca \\ = (b - a)(b + a) + c(b - a)$$

D'où $z - y = (b - a)(a + b + c) = r(a + b + c)$
Les nombres x, y, z sont donc en progression arithmétique de raison $r(a + b + c)$.

3 – Suites géométriques

54 Les suites géométriques sont la a) de raison 2 ; la c) de raison 1,5 ; la d) de raison 3 et la e) de raison $\frac{2}{3}$.

55 1. $\frac{5\,757}{57} = 101$ et $\frac{581\,457}{5\,757} = 101$ donc les nombres 57, 5757 et 581 457 sont en progression géométrique de raison 101.

2. $\frac{5\,000}{4\,000} = 1,25$ et $\frac{6\,250}{5\,000} = 1,25$ donc, de même, progression géométrique de raison 1,25.

3. $\frac{1164}{388} = 3$ et $\frac{4\,074}{1164} = 3,5$ donc ces trois nombres ne sont pas en progression géométrique.

56 $u_1 = 2,5 \quad u_2 = 5 \quad u_7 = 160$

57 $u_1 = 37,5 \quad u_2 = 45 \quad u_4 = 64,8$

58 $u_2 = 25 \quad u_3 = 10 \quad u_6 = 0,64$

59 1. Diminuer de 75 % revient à multiplier par 0,25 donc (u_n) est une suite géométrique de raison 0,25.

2. $u_5 = 125000 \times 0,25^5 \approx 122$ donc il ne restera que 122 bactéries environ au bout de 5 heures.

60 1. Suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$

2. $u_6 = 640 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 10$

donc le 6^e rebond sera de 10 cm.

61 a) $u_1 = 1\,600 \quad u_2 = 320$

b) $u_n = 8000 \times 0,2^n$

c) $u_5 = 2,56$ et $u_6 = 0,512$ c'est donc $n = 6$.

62 a) $u_1 = 2916 \quad u_2 = 3888$

b) $u_n = 2187 \times \left(\frac{4}{3}\right)^n$

c) $u_5 = 9216$ et $u_6 = 12288$ c'est donc $n = 6$.

63 a) $u_1 = 50 \quad u_2 = 40$

b) $u_n = 62,5 \times \left(\frac{4}{5}\right)^n$

c) $u_5 = 20,48$ et $u_6 = 16,384$ c'est donc $n = 6$.

64 1. $u_2 = u_0 \times q^2$ donc $7 \times q^2 = 63$
d'où $q^2 = 9$ et donc $q = 3$ puisque q est positif.

2. $u_n = 7 \times 3^n$

65 1. $u_3 = u_1 \times q^2$ donc $0,1 \times q^2 = 2,5$
d'où $q^2 = 25$ et donc $q = 5$.

2. $u_n = 0,1 \times 5^n$

66 1. $u_2 = u_0 \times q^2$ donc $u_0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 12$

d'où $u_0 = 12 \times \frac{9}{4}$ c'est-à-dire $u_0 = 27$.

2. $u_n = 27 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$

67 1. $u_2 = 96$ et $u_7 = 3$.

2. $u_0 = 100$ et $u_3 = 2,7$.

3. $q = 3,5$ et $u_0 = 80$.

68 1. $q = 1,5$ et $u_4 = 40,5$.

2. $q = 2,2$ et $u_0 = 125$.

69 1. $C_{n+1} = 1,03 \times C_n$

2. (C_n) est une suite géométrique de raison 1,03.

3. $C_n = 450 \times 1,03^n$

4. $C_8 = 450 \times 1,03^8 \approx 570,05$ donc, au bout de 8 ans, Lucas disposera de 570,05 €.

70 1. À 100 m d'altitude, la pression sera $p_1 = 1015 \times 0,99 = 1004,85 \approx 1005$ hPa, de même $p_2 \approx 995$.
 2. (p_n) est une suite géométrique de raison 0,99.
 3. $p_n = 1015 \times 0,99^n$
 4. On doit chercher n tel que $p_n = 900$.
 La calculatrice donne $p_{11} \approx 908,8$ et $p_{12} \approx 899,7$ le refuge est donc à environ 1 200 m d'altitude.

71 1. $P_1 = 500\,000 \times 0,88 = 440\,000$,
 $P_2 = 387\,200$, $P_3 = 340\,736$.
 2. (P_n) est une suite géométrique de raison 0,88.
 3. $P_n = 500\,000 \times 0,88^n$
 4. On cherche n tel que $P_n < 50\,000$.
 La calculatrice donne $P_{18} \approx 50\,079$ et $P_{19} \approx 44\,070$ il faudra donc environ 18 ans.

72 Soit V le montant du premier versement, alors les trois autres sont $3V$, $9V$ et $27V$.
 On doit avoir $V + 3V + 9V + 27V = 2\,480$ donc $40V = 2480$ d'où $V = 62$.
 Les quatre versements seront donc de 62 €, 186 €, 558 € et 1 674 €.

73 1. $u_0 = 3$ $u_1 = 27$ $u_2 = 243$
 2. On a $u_n = 3^{2n+1} = 3^{2n} \times 3 = (3^2)^n \times 3$ ce qu'on peut écrire $u_n = 3 \times 9^n$.
 On reconnaît alors le terme général d'une suite géométrique de premier terme 3 et de raison 9.

74 1. $v_0 = 32$ $v_1 = 8$ $v_2 = 2$
 2. $v_n = 2^5 \times 2^{-2n} = 32 \times (2^{-2})^n = 32 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$
 (v_n) est donc une suite géométrique de premier terme 32 et de raison $\frac{1}{4}$.

75 1. 3 jours = 72 heures = 4 320 minutes, c'est-à-dire 216×20 min.
 Donc au bout de 3 jours il y aurait $1\,000 \times 2^{216} = 1,053... \times 10^{68}$ colibacilles.
 2. La masse de cette population serait donc $1,053... \times 10^{68} \times 110 \text{ fg} = 1,158... \times 10^{53}$ tonnes.
Remarque : La masse de la Terre n'est que de $5,98 \times 10^{21}$ tonnes ... il est donc évident que la phase exponentielle de croissance ne peut pas durer longtemps.

76 a) On a $u_{n+1} = \frac{u_n}{3}$ ou $u_{n+1} = u_n \times \frac{1}{3}$
 donc cette suite est géométrique de raison $\frac{1}{3}$.

b) On a $u_{n+1} = u_n + \frac{5}{100}u_n = u_n \left(1 + \frac{5}{100}\right)$

c'est-à-dire $u_{n+1} = u_n \times 1,05$ donc cette suite est géométrique de raison 1,05.

c) On a $u_{n+1} = \frac{u_n - 7}{3}$ donc cette suite n'est pas géométrique.

77 1. Soit P_0 une population quelconque qui croît de 2 % par an. Au bout de n années elle sera devenue : $P_n = P_0 \times 1,02^n$

Elle aura doublé si $P_n = 2P_0$ c'est-à-dire si $P_0 \times 1,02^n = 2P_0$ donc si $1,02^n = 2$.

2. La calculatrice donne : $1,02^{34} = 1,960...$
 $1,02^{35} = 1,999...$ et $1,02^{36} = 2,039...$

C'est donc au bout d'environ 35 ans que la population aura doublé.

3. Il suffit de même de trouver l'entier n tel que $1,05^n = 2$.

On a : $1,05^{14} = 1,979...$ et $1,05^{15} = 2,078...$

il faut donc un peu plus de 14 ans.

4. $70 \div 2 = 35$ et $70 \div 5 = 14$

Donc l'approximation est très bonne (au moins pour des taux de 2 % ou 5 % ...).

78 1. $u_2 = 11\,500$

2. (u_n) est une suite géométrique de raison 1,15.

3. $u_n = 10\,000 \times 1,15^{n-1}$

4. $u_5 \approx 17\,490$

5. On obtient $u_{12} \approx 46\,524$ et $u_{13} \approx 53\,503$ c'est donc au bout de 13 semaines.

4 – Représentations graphiques

79 1. On reconnaît une suite arithmétique car les points sont alignés.

2. Son premier terme est $u_0 = 4$ et sa raison est $r = -0,5$.

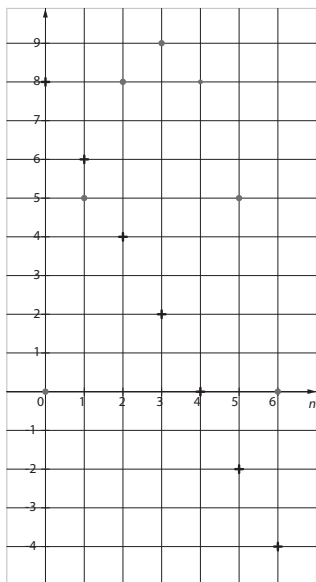
80 1. On reconnaît une suite arithmétique car les points sont alignés.

2. Son premier terme est $u_0 = -3$ et sa raison est $r = 1,5$.

81 1. On a :

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n	8	6	4	2	0	-2	-4
v_n	0	5	8	9	8	5	0

D'où le graphique :

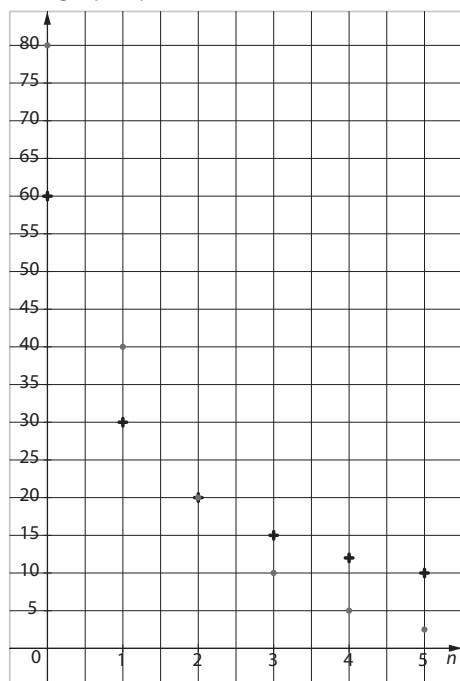


2. (u_n) est arithmétique.

82 1. On a :

n	0	1	2	3	4	5
u_n	60	30	20	15	12	10
v_n	80	40	20	10	5	2,5

D'où le graphique :



2. Aucune de ces deux suites n'est arithmétique.

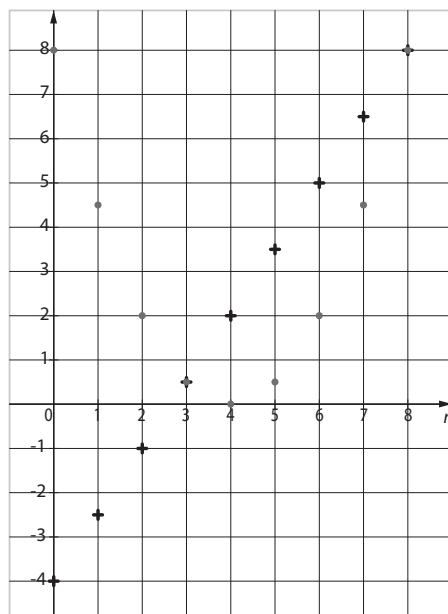
83 $u_0 = 1,5$ et $q = 2$.

84 $u_1 = 48$ et $q = 0,75$.

85 1. On a :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	-4	-2,5	-1	0,5	2	3,5	5	6,5	8
v_n	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8

D'où le graphique :



2. La suite (u_n) est arithmétique.

Pour approfondir p. 58

86 a) est arithmétique de raison 7.

b) est géométrique de raison 37.

c) est arithmétique de raison 11.

d) n'est ni arithmétique ni géométrique.

e) est géométrique de raison 0,3.

87 1. a) 54 b) 287 c) 1 956

d) 521 e) 3 125

2. La suite a) est arithmétique (de raison 6) et e) est géométrique (de raison 2,5).

88 a) Vrai b) Faux c) Faux

d) Vrai e) Vrai

- 89** a) Géométrie de 1^{er} terme 1 et de raison 2.
b) Arithmétique de 1^{er} terme 2 et de raison 2.
c) Ni arithmétique ni géométrie.
d) Géométrie de 1^{er} terme 65 000 et de raison 0,97.

90 1. On obtient la suite de nombres : 3 ; 4,5 ; 6,75 ; 10,125 ; 15,1875 ; 22,78125.
2. Il s'agit d'une suite géométrique de premier terme 3 et de raison 1,5.

91 1. On obtient la suite de nombres : 50 ; 48 ; 46 ; 44 ; 42 ; 40.
2. Il s'agit d'une suite arithmétique de premier terme 50 et de raison -2.

92 1. On obtient la suite de nombres : 4 ; 10 ; 28 ; 82 ; 244 ; 730.
2. Cette suite n'est ni arithmétique ni géométrique.

93 On obtient $u_0 = u_1 = u_2 = u_3 = 27$ cette suite semble donc constante.
En effet on peut écrire :

$$u_n = \frac{(2^n \times 2^3 + 2^n)^2}{4^n \times 4 - 4^n} = \frac{[2^n(2^3 + 1)]^2}{4^n(4 - 1)}$$

$$= \frac{[2^n \times 9]^2}{4^n \times 3}$$

$$u_n = \frac{2^{2n} \times 9^2}{(2^2)^n \times 3} = \frac{2^{2n} \times 81}{2^{2n} \times 3} = \frac{81}{3} = 27$$

94 1. $v_1 = 1\,733,60$ $v_2 = 1\,386,88$
2. Diminuer de 20 % revient à multiplier par 0,80 donc on a : $v_{n+1} = v_n \times 0,8$.
 (v_n) est donc une suite géométrique de raison 0,8.
3. $v_n = 2167 \times 0,8^n$
4. $v_6 = 2167 \times 0,8^6 \approx 568$ donc l'offre de la société Buromatos à 700 € est intéressante.

95 On obtient :

étape	0	1	2	3
alcool (en L)	1	0,9	0,81	0,729
eau (en L)	0	0,1	0,19	0,271

On peut alors définir la suite (u_n) donnant le volume d'alcool présent dans le flacon après n étapes.
 (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9 et de 1^{er} terme $u_0 = 1$ donc $u_n = 0,9^n$.

On cherche donc le plus petit entier n tel que $u_n < 0,5$.
Avec une calculatrice, on constate que c'est au bout de la 7^e étape ($u_7 \approx 0,48$).

96 1. Les points étant sensiblement alignés, il est préférable de modéliser par une suite arithmétique dont la raison doit se situer entre 0,4 et 0,5.

2. a) $u_{n+1} = u_n + 0,42$
b) $u_n = 35,9 + 0,42n$
3. Plusieurs algorithmes sont possibles.
Par exemple :

Variables

x : réel, n : entier

Début

n prend la valeur 2 000

x prend la valeur 35,9

Tant que $x < 50$, Faire :

n prend la valeur $n + 1$

x prend la valeur $x + 0,42$

Fin Tant que

Afficher n

Fin

4. À l'aide d'une calculatrice, on obtient :

$u_{33} = 49,76$ et $u_{34} = 50,18$.

C'est donc en 2 034 que le pourcentage de femmes parmi les pédiatres aura atteint 50 %.

97 Partie A

1. On peut choisir la formule : $= B2/3$.
2. a) En B20 il y a : $= B19/3$.
b) Elle représente le nombre de bactéries restantes au bout de 18 heures.

Partie B

1. $u_{n+1} = \frac{u_n}{3}$ ou $u_{n+1} = u_n \times \frac{1}{3}$.
2. (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.
3. $u_n = 1000\,000\,000 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$
4. On a $u_{12} \approx 1\,882$ et $u_{13} \approx 627$; c'est donc au bout de 13 heures qu'il restera moins de 1 000 bactéries dans la culture.

98 1. a) (a_n) est une suite arithmétique de raison 10.

b) $a_n = 1000 + 10n$

c) 5 ans = 60 mois et $a_{60} = 1\,600$ donc, dans 5 ans, Aïcha disposera de 1 600 €.

2. a) $b_2 = 1016,06$ $b_3 = 1024,19$

b) (b_n) est une suite géométrique de raison 1,008.

c) $b_n = 1000 \times 1,008^n$

d) $b_{60} = 1000 \times 1,008^{60} = 1\,612,99$

donc, dans 5 ans, Boris disposera de 1612,99 €.

3. a) Formule dans C3 : = C2+10.

b) Formule dans D3 : = D2*1,008.

4. a)

	A	B	C	D
1	Date	n	Capital d'Aïcha a_n	Capital de Boris b_n
2	5/01/10	0	1 000	1 000
3	5/02/10	1	1 010	1 008
4	5/03/10	2	1 020	1 016,06
5	5/04/10	3	1 030	1 024,19
...	...	...	...	...
14	5/01/11	12	1 120	1 100,34
...	...	...	...	...
62	5/01/15	60	1 600	1 612,99

b) On a $a_{55} = 1\,550$ et $b_{55} = 1\,549,99$ puis $a_{56} = 1\,560$ et $b_{56} = 1\,562,39$.

C'est donc au bout de 56 mois, c'est-à-dire le 5/09/14, que Boris disposera d'une somme supérieure à celle d'Aïcha.

99 1. (u_n) est géométrique, la valeur initiale de u est le premier terme de la suite, a est sa raison.

2. (v_n) est arithmétique, la valeur initiale de v est le premier terme de la suite, b est sa raison.

3. L'algorithme n'affiche des résultats que si la boucle Tant que s'exécute au moins une fois, ce qui ne sera pas le cas si les valeurs de u et v vérifient $u \geq v$, donc l'algorithme n'affichera pas toujours des résultats.

4. L'algorithme ne va s'arrêter que si $u \geq v$, c'est-à-dire s'il existe un entier n tel que u_n devient supérieur ou égal à v_n , ce qui n'est pas forcément le cas. En entrant par exemple les valeurs $u = 1$, $v = 2$, $a = 1$, $b = 0$, l'algorithme ne s'arrêtera jamais.

5. Il suffit de rajouter un compteur : une variable n : entier, une ligne n prend la valeur 0 avant la boucle Tant que, une ligne n prend la valeur $n + 1$ dans la boucle Tant que, et de remplacer la ligne « Tant que $u < v$, Faire : » par « Tant que $u < v$ et $n < 500$, Faire : ».

6. Au bout de 13 jours (on fait afficher le compteur rajouté à la question 5).

100 1. $u_4 = 5$ $u_5 = 8$ $u_6 = 13$

2. Chaque mois on retrouve les couples du mois précédent auxquels s'ajoutent les nouveaux couples nés des couples ayant au moins deux mois de vie. Donc chaque terme à partir du troisième est la somme des deux termes qui le précèdent.

3. $u_{12} = 233$ c'est le nombre de couples de lapins qu'il y aura au bout d'un an.

101 Partie A : Observation

1. $u_5 \approx 0,7$

2. Il ne s'agit pas d'une suite arithmétique puisque les points ne sont pas alignés.

3. $\frac{u_2}{u_1} \approx \frac{0,91}{1} \approx 0,91$ $\frac{u_3}{u_2} \approx \frac{0,83}{0,91} \approx 0,91$

$\frac{u_4}{u_5} \approx \frac{0,755}{0,83} \approx 0,91$

On passe donc d'un terme au suivant en multipliant à chaque fois par 0,91. La suite (u_n) semble donc être une suite géométrique de raison 0,91. Elle est décroissante.

Partie B : Modélisation

1. $u_1 = 1$ car au bout d'une heure, la concentration dans le sang est de 1 g/L

et $u_{n+1} = u_n \times 0,91$ car une multiplication par 0,91 (par heure) revient à une diminution de 9 % (par heure).

(u_n) est une suite géométrique de raison 0,91 et de premier terme $u_1 = 1$.

2. On utilise la calculatrice : $u_2 = 0,91$; $u_3 \approx 0,83$; $u_4 \approx 0,75$.

On retrouve à peu près les valeurs de la partie A donc le modèle choisi semble bien convenir.

3. $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ donne $u_n = 1 \times 0,91^{n-1}$ et donc $u_n = 0,91^{n-1}$.

4. On utilise la calculatrice. On voit que $u_{18} \approx 0,201$ et $u_{19} \approx 0,183$. La concentration de médicaments dans le sang reste supérieure à 0,2 pendant 18 h. Au bout de 19h, elle est inférieure à 0,2. Un comprimé est donc valable 18 h.

5. On veut $u_{24} \geq 0,2$. Or, $u_{24} = u_1 \times 0,91^{24-1}$ donc $u_1 \times 0,91^{24-1} \geq 0,2$ ce qui donne :

$$u_1 \geq \frac{0,2}{0,91^{23}} \approx 1,75.$$

Pour que le médicament fasse effet pendant 24h, la concentration initiale u_1 doit être supérieure ou égale à 1,75 g/L.

102 1. Fin mars : 53 € ; fin avril : 46 €.

2. $u_1 = 70$ $u_2 = 61$ $u_3 = 53$ $u_4 = 46$

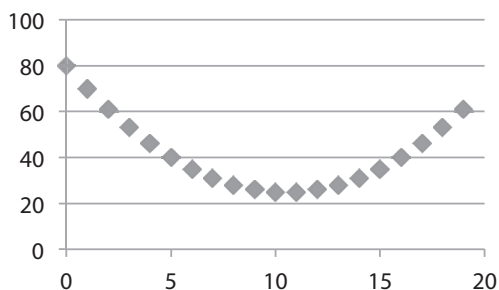
3. (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

4. Au cours du n -ième mois, Nelly reçoit 50 € et dépense $(60 - n)$ € donc à la fin du mois il lui reste : $u_n + 50 - (60 - n) = u_n + n - 10$.

5. a) Formule dans B3 : =B2+A2-10.

b) On obtient le tableau et le graphique suivants :

	A	B
1	n	u_n
2	0	80
3	1	70
4	2	61
5	3	53
6	4	46
7	5	40
8	6	35
9	7	31
10	8	28
11	9	26
12	10	25
13	11	25
14	12	26
15	13	28
16	14	31
17	15	35
18	16	40
19	17	46
20	18	53
21	19	61



c) Le nuage de points évoque une parabole.

d) $u_0 = c$ donc $c = 80$.

$u_1 = a + b + c$ donc $a + b + c$

$= 70 \Leftrightarrow a + b = -10$

$u_2 = 4a + 2b + c$ donc $4a + 2b + c = 61$

D'où : $4a + 2b = -19$

e) En résolvant le système, on obtient $a = 0,5$ et $b = -10,5$ donc $u_n = 0,5n^2 - 10,5n + 80$.

Let's do some math!

104 The fifth term is 17 and the n th term is $3n + 2$.

105 The first term is 27.2 and the common difference is -2.4 .

106 We have $u_1 = 3$ and $u_6 = 2u_3$.

Now $u_3 = u_1 + 2r = 3 + 2r$.

and $u_6 = u_1 + 5r = 3 + 5r$.

So $3 + 5r = 2(3 + 2r)$ then $r = 3$ and $u_{10} = 30$.

107 The fifth term is $\frac{1}{2}$ and the n th term is :

$$8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{2^3}{2^{n-1}} = 2^{4-n}.$$

108 The first term is $\frac{1}{2}$ and the common ratio is 2.

Vers le bac p. 63

Exercice 1

1. a 2. b 3. a 4. c

Exercice 2

Partie A

1. $u_1 = 49,5$ $u_2 = 49$

2. $u_{n+1} = u_n - 0,5$

3. $u_n = 50 - 0,5n$

4. $u_{10} = 45$ donc en 2020 l'entreprise A ne rejettera plus que 45 tonnes de déchets polluants.

Partie B

$v_1 = 70 \times 0,96 = 67,2$ $v_2 \approx 64,5$

$$v_{n+1} = v_n \times 0,96$$

$$v_n = 70 \times 0,96^n$$

$v_{10} \approx 46,5$ donc en 2020 l'entreprise B ne rejettera plus que 46,5 tonnes de déchets polluants.

Partie C

Dans C3 : =C2-0,5

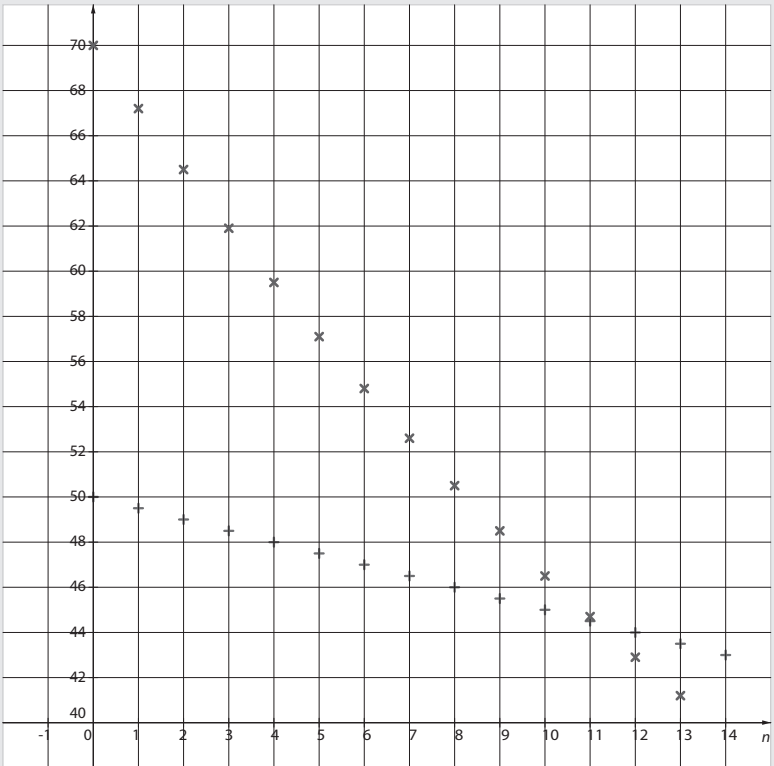
Dans D3 : =D2*0,96

1.

	A	B	C	D
1	Année	n	Rejets de A u_n	Rejets de B v_n
2	2010	0	50	70
3	2011	1	49,5	67,2
4	2012	2	49	64,5
...	...	...	...	...
12	2020	10	45	46,5
13	2021	11	44,5	44,7
14	2022	12	44	42,9
15	2023	13	43,5	41,2

2. Le tableau montre que c'est en 2022 que les rejets de l'entreprise B seront pour la première fois inférieurs à ceux de l'entreprise A.

3. Ce résultat est confirmé par le graphique :



Chapitre 3

Fonctions

Prérequis

Cette partie du programme n'est qu'une reprise des connaissances de la classe de Seconde : les seules nouvelles connaissances concernent les fonctions racine carrée et cube et la comparaison des fonctions de référence.

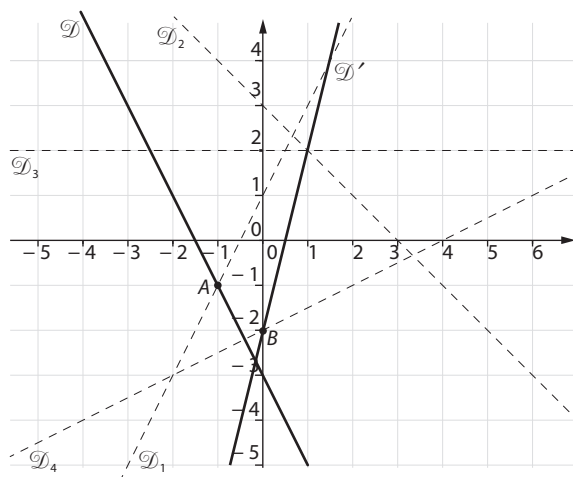
Les fonctions polynômes de degré 2 et les fonctions homographiques ne sont pas citées comme fonctions de référence : nous avons fait le choix d'utiliser les résultats relatifs à ces fonctions, vues en classe de Seconde, à l'occasion d'activités ou d'exercices.

Les élèves pourront utilement se reporter aux pages calculatrices p. 186 ou 188, tableurs p. 191 et aux parties lectures graphiques, résolutions graphiques d'équations ou d'inéquations de la boîte à outils p. 183.

Avant de commencer p. 64

1. a) $\mathcal{D}_1: y = 2x + 1$; $\mathcal{D}_2: y = -x + 3$; $\mathcal{D}_3: y = 2$; $\mathcal{D}_4: y = \frac{1}{2}x - 2$

b)



Point d'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}_1$: $A(-1; -1)$

Point d'intersection de $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{D}_4$: $B(0; -2)$

c) Ces deux systèmes peuvent se résoudre par combinaisons linéaires ou substitution :

$$\begin{cases} 2x + y = -3 \\ -2x + y = 1 \end{cases} \quad S = \{(-1; -1)\}$$

$$\begin{cases} -4x + y = -2 \\ -x + 2y = -4 \end{cases} \quad S = \{(0; -2)\}$$

$$\begin{cases} 2x + y = -3 \\ -2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x - 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

Résoudre ce système revient donc à trouver les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}_1$.

$$\bullet \begin{cases} -4x + y = -2 \\ -x + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4x - 2 \\ y = \frac{1}{2}x - 2 \end{cases}.$$

Résoudre ce système revient donc à trouver les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{D}_4$.

2. a) $(3x + 2)(5x - 4) = 15x^2 - 2x - 8$

b) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

c) $(3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$

d) $(4x - 7)(4x + 7) = 16x^2 - 49$

e) $3(2x - 1)(4x + 5) = 3(8x^2 + 6x - 5) = 24x^2 + 18x - 15$

f) $(7x - 2)^2 - (4x + 5)^2 = (49x^2 - 28x + 4) - (16x^2 + 40x + 25) = 33x^2 - 68x - 21$

3. a) $(2x - 1)(3x + 2) - (4x + 5)(2x - 1) = (2x - 1)[(3x + 2) - (4x + 5)] = (2x - 1)(-x - 3)$

b) $64x^2 - 49 = (8x - 7)(8x + 7)$

c) $21x^2 + 7x = 7x(3x + 1)$

d) $(3x - 1)^2 + (3x - 1)(x + 5) = (3x - 1)[(3x - 1) + (x + 5)] = (3x - 1)(4x + 4)$
 $= 4(3x - 1)(x + 1)$

e) $(4x - 3)^2 - (3x - 4)^2 = [(4x - 3) - (3x - 4)][(4x - 3) + (3x - 4)] = (x + 1)(7x - 7)$
 $= 7(x + 1)(x - 1)$

f) $(3x + 1)^2 + 6x + 2 = (3x + 1)^2 + 2(3x + 1) = (3x + 1)[(3x + 1) + 2] = (3x + 1)(3x + 3)$
 $= 3(3x + 1)(x + 1)$

4. a) $2x + 3 = 0 : S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$; $-12x - 4 = 0 : S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$; $-4 - 4x = 0 : S = \{-1\}$;
 $5 - x = 0 : S = \{5\}$.

b) $(2x + 3)(2x + 1) = 0 : S = \left\{-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$; $(-x - 3)(5x + 2) = 0 : S = \left\{-3; -\frac{2}{5}\right\}$;
 $2x(6x - 3) = 0 : S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

c) $x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x + 5) = 0 : S = \{-5; 5\}$;

$x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0 : S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$;

$(2x - 1)^2 - (7x + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow (-5x - 4)(9x + 2) = 0 : S = \left\{-\frac{4}{5}; -\frac{2}{9}\right\}$.

5. a) On remplace x par la valeur et on observe si l'inégalité est juste ou fausse :

$I_1 : -3 ; -10$.

$I_2 : 0 ; -1 ; -3 ; -10$.

$I_3 : 5 ; 0 ; -1 ; -3$.

b) $I_1 : 2x - 5 > 3x - 3 \Leftrightarrow -x > 2 \Leftrightarrow x < -2 : S =]-\infty ; -2[$

$I_2 : x - 2 \leq -x + 7 \Leftrightarrow 2x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq \frac{9}{2} : S = \left] -\infty ; \frac{9}{2} \right]$

$I_3 : 2x + 5 \geq x - 1 \Leftrightarrow x \geq -6 : S = [-6 ; +\infty[$

c) Chacune des solutions du **a)** appartient à l'ensemble solution des inéquations.

6. a)

x	$\frac{1}{2}$	2		
$3 - 6x$	+	0	-	-
$x - 2$	-	-	0	+
$(3 - 6x)(x - 2)$	-	0	+	0

x	1	3		
$1 - x$	+	0	-	-
$-2x + 6$	-	-	0	+
$\frac{1 - x}{-2x + 6}$	-	0	+	-

b) $(3 - 6x)(x - 2) > 0 : S = \left] \frac{1}{2}; 2 \right[$
 $\frac{1 - x}{-2x + 6} \leq 0 : S =]-\infty; 1] \cup]3; +\infty[$

Activités p. 66

1 Arrivée au port

Objectif : Cette activité a pour objectif de réactiver le vocabulaire sur les fonctions : image, antécédents, représentation graphique. À partir d'une situation concrète, on peut par exemple demander aux élèves de reformuler avec un vocabulaire mathématique leurs résultats.

- Hauteur de l'eau à 7 h : 9 m, et à 18 h : 6m.
- La hauteur de l'eau est de 9 m à 7 h, 11h et environ 19 h 05.
La hauteur de l'eau est de 2 m à 3 h et 16 h.
- a) La hauteur de l'eau est maximale à 21 h.
La hauteur maximale est de 12 m.
b) La hauteur de l'eau est minimale à 3 h et 16 h.
La hauteur minimale est de 2 m.
- Les horaires où son arrivée au port sera impossible sont entre 1 h 30 et 4 h 45 et entre 14 h et 17 h.

2 Populations française et allemande

Objectif : Cette activité a pour but de réactiver les connaissances des élèves sur les variations d'une fonction : en particulier des fonctions affines et polynômes du second degré. Elle permet également de modéliser une situation et de débattre sur le modèle choisi. La modélisation mathématique d'une situation concrète fait partie intégrante de l'activité d'un élève de ST2S.

1. La population française a augmenté de 2000 à 2009.

La population allemande a augmenté de 2000 à 2004 puis a diminué de 2004 à 2009.

2. a) La population française augmente : il s'agit donc de la fonction affine f qui est croissante ($0,38 > 0$).

La population allemande augmente puis diminue : il s'agit donc de la fonction polynôme du second degré g qui est croissante puis décroissante ($-0,02 < 0$)

b) f est une fonction affine de la forme $f(x) = mx + p$.

$$f(0) = 59 \text{ et } f(40) = 74$$

$$m = \frac{f(40) - f(0)}{40 - 0} = \frac{74 - 59}{40} = 0,375$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -0,02(x-4)^2 + 82,52 &= -0,02(x^2 - 8x + 16) + 82,52 \\ &= -0,02x^2 + 0,16x - 0,32 + 82,52 \\ &= -0,02x^2 + 0,16x + 82,2 \\ &= g(x) \end{aligned}$$

d) Fonction affine

x	0	40
$f(x)$	59	74

Fonction polynôme du second degré

x	0	4	40
$f(x)$	82,2	82,52	56,6

e) Graphiquement on peut observer que c'est pour l'année de rang 29, soit en 2029, que la population française égalera la population allemande avec 70 millions d'habitants.

Cette modélisation peut sembler peu réaliste : elle est « bonne » pour les années 2000 à 2009 mais il semblerait que la baisse significative de la population allemande dans les années futures soit trop importante avec cette modélisation.

3 Devoir à la maison

Objectif : Cette activité a pour objectif de faire reconnaître aux élèves la représentation graphique des fonctions de références et de les comparer.

1. – La courbe rouge passe par les points de coordonnées $(0; 0)$; $(1; 1)$ et $(2; 4)$, il s'agit donc de la représentation graphique de la fonction carré : $f(x) = x^2$.

– La courbe noire passe par les points de coordonnées $(0; 0)$; $(1; 1)$ et $(4; 2)$, il s'agit donc de la représentation graphique de la fonction racine carrée : $k(x) = \sqrt{x}$.

– La courbe verte passe par les points de coordonnées $(0,5; 2)$; $(1; 1)$; $(4; 0,25)$; $(-4; -0,25)$; $(-2; -0,5)$; $(-1; -1)$, il s'agit donc de la représentation graphique de la fonction inverse : $h(x) = \frac{1}{x}$.

– La courbe bleue passe par les points de coordonnées $(0; 0)$; $(1; 1)$ et $(-1; -1)$, il s'agit donc de la courbe représentative de la fonction cube : $g(x) = x^3$.

2.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2			

x	0	$+\infty$
$\sqrt{x}$		

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$			

x	$-\infty$	$+\infty$
x^3		

3. Les positions relatives des quatre courbes permettent de conclure que :

* si $0 < a < 1$: $a^3 < a^2 < \sqrt{a} < \frac{1}{a}$;

* si $a > 1$: $a^3 > a^2 > \sqrt{a} > \frac{1}{a}$.

Exercices d'application p. 69 à 75

1. $f(7) = 15$ 2. 5 et 8

3. $S = [2 ; 4]$ 4. $S = [2 ; 4]$

5. $S =]5 ; 8[$

2 a) $D_g = [0 ; 40]$

b) g est croissante sur $[0 ; 5]$, décroissante sur $[5 ; 10]$, à nouveau croissante sur $[10 ; 25]$ et pour finir décroissante sur $[25 ; 40]$.

c)

x	0	5	10	25	40
$f(x)$	-5	5	-10	20	-5

d) Le maximum est 20, le minimum -10.

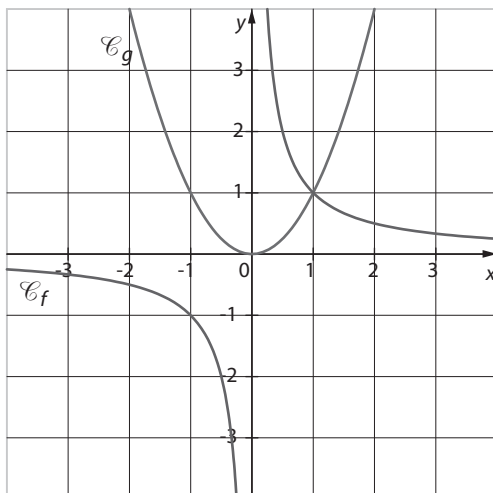
3 a) D'après la représentation obtenue, il semble que h soit négative sur $[-1 ; 2]$ et positive ailleurs.

b) $(x+1)(2x-4) = 2x^2 - 4x + 2x - 4 = h(x)$

c)

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x+1$	-	0	+	+
$2x-4$	-	-	0	+
$h(x)$	+	0	-	+

d) $h(x) \leq 0$ pour $x \in [-1 ; 2]$.



Le graphique montre que sur $]-\infty; 0[: \frac{1}{x} < x^2$; sur $]0; 1[: x^2 < \frac{1}{x}$ et sur $]1; +\infty[: \frac{1}{x} < x^2$.

a) $(x-1)(x+3) = x^2 + 3x - x - 3 = x^2 + 2x - 3$

b) $x^2 - h(x) = x^2 + 2x - 3$ et on a :

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x-1$	-	-	0	+
$x+3$	-	0	+	+
$x^2 + 2x - 3$	+	0	-	+

Donc sur $[-3; 1]$ on a $x^2 \leq h(x)$ et le contraire ailleurs.

c) $\frac{1}{x} - l(x) = \frac{1}{x} - x = \frac{1-x^2}{x} = \frac{(1-x)(1+x)}{x}$

x	$-\infty$	-1	0	1
$1-x$	+	+	+	0
$1+x$	-	0	+	+
x	-	-	0	+
$\frac{1}{x} - l(x)$	+	0	-	+

Donc sur $]-1; 0[\cup]1; +\infty[$ on a $\frac{1}{x} < l(x)$.

Et sur $]-\infty; -1[\cup]0; 1[$ on a $\frac{1}{x} > l(x)$.

Laboratoire TICE p. 76

1 Choisir son forfait téléphonique

Cet exercice nécessite l'utilisation d'un tableur, même s'il peut être adapté en version tableur-papier. Il peut être traité en classe entière avec un ordinateur relié à un vidéoprojecteur ou par les élèves en salle informatique. Il faudra vraisemblablement aider les élèves pour les questions relatives à la formule Adapta.

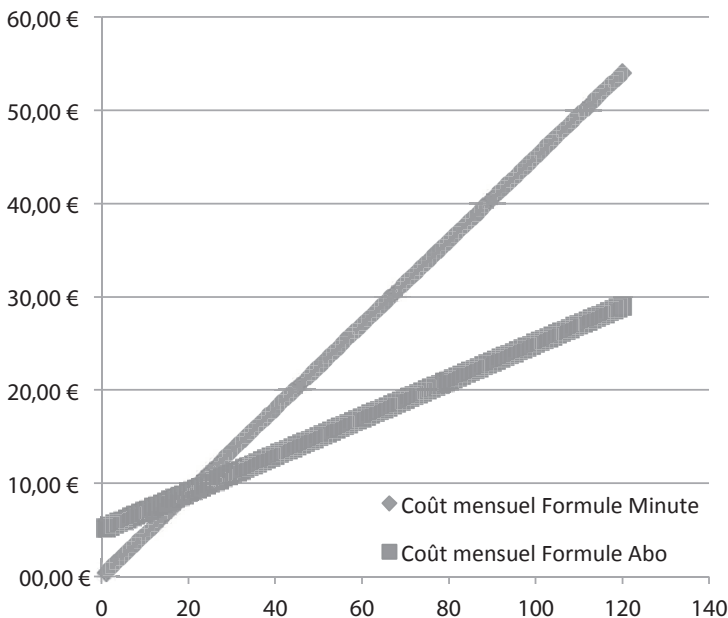
Le coût mensuel pour 1 minute de communication avec la formule Adapta est de 3,548 €, valeur présente dans la cellule D2. L'écran de tableur indique 3,55 € puisque l'affichage choisi comporte deux décimales.

1. a) On entre en B2 : $=0,45*A2$ et en C2 : $=5+0,2*A2$.

b) On obtient pour les premières lignes :

	A	B	C
1	Durée mensuelle de communication	Coût mensuel Formule Minute	Coût mensuel Formule Abo
2	1	0,45 €	5,20 €
3	2	0,90 €	5,40 €
4	3	1,35 €	5,60 €
5	4	1,80 €	5,80 €
6	5	2,25 €	6,00 €

c) On sélectionne la plage de cellules A1:C121 puis on insère un graphique type « nuage de points ». On obtient sur Excel :



La formule Abo devient plus intéressante que la formule Minute lorsqu'on téléphone plus de 20 minutes par mois.

On peut affiner les traits à l'aide de l'option « Mettre en forme une série de données » puis « Option de marqueurs » dans Excel 2010 ou bien vérifier les valeurs dans le tableau si le graphique n'est pas assez précis.

20	19	8,55 €	8,80 €
21	20	9,00 €	9,00 €
22	21	9,45 €	9,20 €

2. a) Il faut bien sûr convertir d'abord les centimes en euros : le prix de la minute pour n minutes est donc $(0,35 - 0,002n)$ €. De plus, si ce calcul donne un résultat inférieur à 0,15 €, le prix de la minute est alors de 0,15 €.

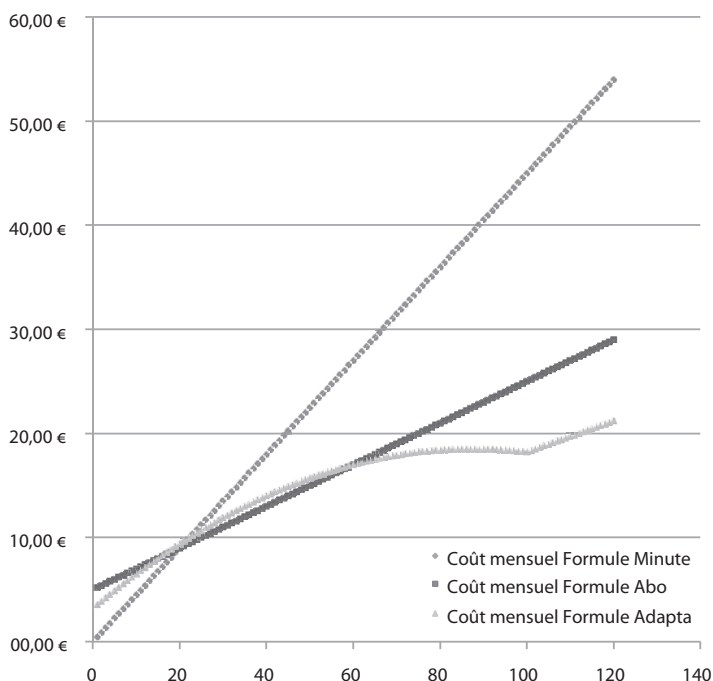
On peut donc utiliser les formules :

$$=SI(0,35-0,002*A2>0,15;0,35-0,002*A2;0,15)$$

$$\text{ou } =MAX(0,35-0,002*A2;0,15)$$

$$b) =3,2+E2*A2$$

3. a) On obtient :



b) On peut le faire graphiquement en s'aidant du tableau lorsque les lectures graphiques sont imprécises.

Pour moins de 20 minutes de communication mensuelle, la formule la moins chère est la formule Minute.

Entre 20 et 60 minutes de communication mensuelle, il vaut mieux utiliser la formule Abo.

Enfin, au-delà de 60 minutes de communication mensuelle, la formule la moins chère est la formule Adapta.

59	58	26,10 €	16,60 €	16,77 €
60	59	26,55 €	16,80 €	16,89 €
61	60	27,00 €	17,00 €	17,00 €
62	61	27,45 €	17,20 €	17,11 €
63	62	27,90 €	17,40 €	17,21 €

2 Lancer du poids

a) La hauteur du poids lorsqu'il quitte la main du lanceur est $f(0) = 1,86$ m.

6	$f(0)$	
		1.86 M

La longueur du lancer est la solution positive de l'équation $f(x) = 0$, soit 15,5 m.

2	resoudre($f(x)=0$)	
		[-1.6, 15.5] M

La hauteur du poids lorsqu'il a parcouru la moitié de son trajet horizontalement est donc $f(7,75) \approx 5,43$ m.

3	$f(7.75)$	
		5.4346875 M

La hauteur maximale du poids s'obtient à l'aide de la forme canonique et est de 5,48 m environ, lorsque le poids a parcouru 6,95 m horizontalement.

4	forme_canonique($f(x)$)	
		$-0.075 \cdot (x - 6.95)^2 + 5.4826875$ M

La forme canonique ne figure pas dans les programmes de ST2S mais les élèves l'ont vu en classe de Seconde.

b) On doit justifier les réponses 2, 3, 4, 5 et 6 (le premier point étant la définition de la fonction).

1	$f(x) := -0.075 \cdot x^2 + 1.0425 \cdot x + 1.86$	
		$x \rightarrow (-0.075) \cdot x^2 + 1.0425 \cdot x + 1.86$ M
2	resoudre($f(x)=0$)	
		[-1.6, 15.5] M
3	$f(7.75)$	
		5.4346875 M
4	forme_canonique($f(x)$)	
		$-0.075 \cdot (x - 6.95)^2 + 5.4826875$ M
5	factoriser($f(x)$)	
		$-0.075 \cdot (x - 15.5) \cdot (x + 1.6)$ M
6	$f(0)$	
		1.86 M

Pour la deuxième réponse (résoudre($f(x)=0$)), on doit utiliser la forme factorisée. On la justifie donc en dernier.

Réponse 3 : $f(7,75) = -0,075 \times 7,75^2 + 1,0425 \times 7,75 + 1,86 = 5,4346875$.

Réponse 4 : On développe la forme canonique :

$$\begin{aligned}
 -0,075(x - 6,95)^2 + 5,4826875 &= -0,075(x^2 - 13,9x + 48,3025) + 5,4826875 \\
 &= -0,075x^2 + 1,0425x + 1,86
 \end{aligned}$$

On retrouve bien l'expression de $f(x)$.

Réponse 5 : On développe la forme factorisée :

$$-0,075(x - 15,5)(x + 1,6) = -0,075(x^2 - 13,9x - 24,8) = -0,075x^2 + 1,0425x + 1,86.$$

On retrouve bien l'expression de $f(x)$.

Réponse 6 : $f(0) = -0,075 \times 0^2 + 1,0425 \times 0 + 1,86 = 1,86$.

Réponse 2 : On utilise la forme factorisée : un produit est nul si l'un des facteurs est nul :
 $-0,075(x - 15,5)(x + 1,6) = 0$ donne $x - 15,5 = 0$ ou $x + 1,6 = 0$, donc $x = 15,5$ ou $x = -1,6$.
 D'où $S = \{-1,6; 15,5\}$.

On pourra signaler que le logiciel note les solutions avec des crochets mais qu'il ne s'agit bien sûr pas d'un intervalle.

QCM p. 79

1. a 2. a 3. c 4. b 5. b 6. c
 7. a 8. c 9. c 10. b

À l'oral p. 80

6

- f est définie sur l'intervalle $[-4; 7]$
- $f(1) = 3$ $f(-1) = 1$ $f(7) = 4$
- Les antécédents de 3 sont -3 et 1.
- Les antécédents de 6 sont -4 ; 2 et 5.
- Le nombre 4,5 a trois antécédent(s).
- Le maximum de f est 8.
- Le minimum de f est 1.
- L'équation $f(x) = 7$ a 2 solution(s).
- f est croissante sur l'intervalle $[-1; 3]$.

7

- f est définie sur l'intervalle $[-5; 6]$.
- Le nombre 5 a un antécédent.
- L'équation $f(x) = 3$ a trois solutions.
- Le maximum de f est 7.
- Le minimum de f est atteint pour $x = 6$.
- Un intervalle sur lequel f est positive et décroissante est $[-5; -1]$.

2. a) $f(-3) > 0$

b) $f(4) < 4$

c) $f(0) < f(2)$

d) $f(4) > f(5)$

8

1. f est la fonction carré, g est la fonction inverse et h est la fonction cube :

$$f(x) = x^2 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad ; \quad h(x) = x^3.$$

2. Pour tout $x \in]0; 1]$, $x^2 \leq \frac{1}{x}$.

Pour tout $x \in [0; 1]$, $x^3 \leq x^2$.

Pour tout $x \in [1; +\infty[$, $x^3 \geq \frac{1}{x}$.

Pour tout $x \in]-\infty; -1]$, $\frac{1}{x} \geq x^3$.

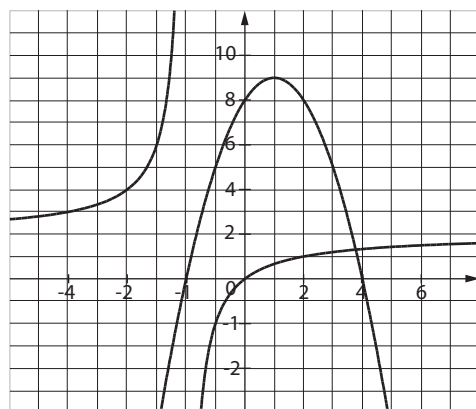
9

1. f est une fonction homographique et g est une fonction polynôme du second degré.
 C_f est une hyperbole, C_g est une parabole.

2.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	4	6	$\frac{3}{2}$	-2	0	0,66...	1	1,2
$g(x)$	-16	-7	0	5	8	9	8	5

3. On obtient un graphique ayant l'allure ci-dessous qui montre que l'équation $f(x) = g(x)$ a (apparemment) une seule solution ($\approx 3,6$).



10

1. a) Si $x \in [-3; -2]$ alors $x^2 \in [4; 9]$.

b) Si $x \in [-1; 2]$ alors $x^2 \in [0; 4]$.

2. a) Si $x \in \left[\frac{1}{2}; 4\right]$ alors $\frac{1}{x} \in \left[\frac{1}{4}; 2\right]$.

b) Si $x \in]-10; -1[$ alors $\frac{1}{x} \in]-1; -0,1[$.

3. Si $x \in [9; 25]$ alors $\sqrt{x} \in [3; 5]$.

4. Si $x \in [-2; 3]$ alors $x^3 \in [-8; 27]$.

Pour s'entraîner p. 81

1 – Image - Antécédents Représentation graphique

11 $f(-4) = -10$

$$f(x) = 8 \Leftrightarrow 3x + 2 = 8 \Leftrightarrow x = 2$$

12 $f(-1) = 5$

$$f(x) = 10 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = -\frac{3}{2}$$

13 1. $f(x) = 2x^2 - x - 6$

2. $f(5) = 39$ $f(-1) = -3$

3. $f(x) = -6 \Leftrightarrow 2x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(2x - 1) = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{1}{2}$

4. $f(x) = (x - 2)(2x + 3)$

5. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -\frac{3}{2}$

14 1. $f(x) = -5x^2 + 16x - 3$

2. $f(x) = -3 \Leftrightarrow x(-5x + 16) = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{16}{5}$

3. $f(x) = (-x + 3)(5x - 1)$

4. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = \frac{1}{5}$

15 1. $f(6) = 3$ $f(-4) = 1$

2. $f(x) = 3 \Leftrightarrow 2x + 3 = 3(x - 1) \Leftrightarrow x = 6$

3. $f(x) = -x - 3 \Leftrightarrow 2x + 3 = (x - 1)(-x - 3)$
 $\Leftrightarrow x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x + 4) = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -4$

16 1. Au bout de 2 h : 0,6 millions

Au bout de 5 h : 6 millions

2. 3 millions au bout de 4,2 h (4h 12min)

10 millions au bout de 5,6 h (5h 36min)

17 1. $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$

2. $f(x) = (x - 2)(3x + 1)$

3. $f(-3) = 40$

4. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ ou } x = 2$

18 1. f est définie sur $[-4; 4]$.

2. $f(-2) = 1$ $f(3) = -2$

3. 1 a deux antécédents : -4 et -2

4. a) $S = \{-1; 3\}$ b) $S = \{1\}$

19 a) Entre environ 5 kg 600 et 9 kg 200.

b) Entre environ 8 kg et 12 kg 600.

c) Entre environ 10 kg 200 et 16 kg.

20 a) $f(-1) = 5$ b) $f(-3) = 2$

c) $f(0) = 4$ d) $f(2) = 0$ e) $f(4) = -1$

21 a) $f(5) = 7$ b) $f(2) = -4$ c) $f(8) = 6$

d) $f(3) = -9$ e) $f(-1) = 0$

22 Partie A

1. $f(-3) = 7$; $f(0) = -8$; $f(1) = -9$;
 $f(3) = -5$.

2. (-10) n'a aucun antécédent.

(-5) a deux antécédents : -1 et 3.

0 a deux antécédents : -2 et 4.

7 a deux antécédents : -3 et 5.

Partie B

1. $f(-3) = (-3)^2 - 2(-3) - 8 = 9 + 6 - 8 = 7$

$f(1) = -9$ et $f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4} + 3 - 8 = -\frac{11}{4}$

2.

$f(x) = -8 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = -8 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$
 $\Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 2$

$f(x) = -9 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 1$

23 1. $S = \{-2; 2; 5\}$

2. $f(2) = -0,25 \times 8 + 1,25 \times 4 + 2 - 5$
 $= -2 + 5 + 2 - 5 = 0$

$f(\sqrt{5}) = -0,25 \times 5\sqrt{5} + 1,25 \times 5 + \sqrt{5} - 5$
 $= -1,25\sqrt{5} + 6,25 + \sqrt{5} - 5$
 $= 1,25 - 0,25\sqrt{5} \approx 0,69$

3. En développant, on obtient :

$0,25(5 - x)(x^2 - 4)$
 $= 0,25(5x^2 - 20 - x^3 + 4x) = f(x)$

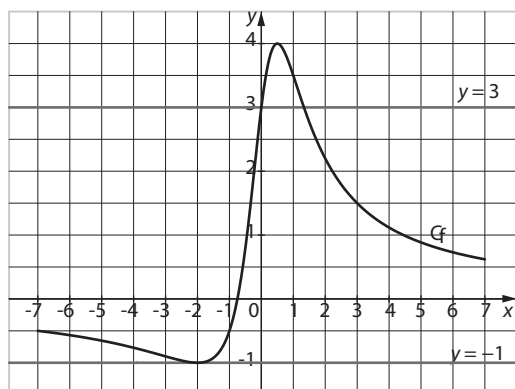
$f(x) = 0 \Leftrightarrow 5 - x = 0 \text{ ou } x^2 - 4 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = 2 \text{ ou } x = -2$

24 1. On obtient :

x	-7	-3	-2	-1
f(x)	-0,5	-0,9	-1	-0,5

x	0	0,5	1	2	3	7
f(x)	3	4	3,5	2,2	1,5	0,62

2.



3. Les solutions de ces équations sont les abscisses des points d'intersection de C_f avec les droites d'équations respectives $y = 3$, $y = 0$ et $y = -1$ (voir graphique).

4. a)

$$f(x) = 3 \Leftrightarrow \frac{4x+3}{x^2+1} = 3 \Leftrightarrow 4x+3 = 3x^2+3$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(3x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{4}{3}$$

b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$

c) $f(x) = -1 \Leftrightarrow 4x + 3 = -x^2 - 1$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

25 1. Perte de 15 dB.

2. Perte de 55 dB.

3. Perte de 90 dB.

4. a) « Un sujet de 60 ans est handicapé pour les fréquences supérieures à 3000 Hz »

b) « Un sujet de 90 ans est handicapé pour les fréquences supérieures à 2000 Hz »

26 1. On obtient 3.

2. Cet algorithme exécute des calculs d'images par la fonction f définie par : $f(x) = 0,5x^2 + 1$

3. On veut $f(x) = 9 \Leftrightarrow x^2 = 16$

On peut donc saisir pour x , soit 4 soit -4.

27 1. Pour $x = 3$ une division par 0 bloque le calcul.

2. On peut rajouter (en gras) :

Pour x allant de -5 à 5, Faire :

Si $x \neq 3$ alors y prend la valeur $1/(x-3)$

3. Algorithme :

Variables

x, y : réel

Début

Pour x allant de -2 à 25, Faire :

y prend la valeur $x^2 + 5x + 3$

Afficher x , « a pour image », y

Fin Pour

Fin

2 – Variations d'une fonction

28 1. La courbe de f est la n° 2, celle de g est la n° 1 et celle de h la n° 3.

2. Le maximum de f est 3, atteint pour $x = -2$.

Le minimum de f est -1, atteint pour $x = -1$.

Le maximum de g est 2, atteint pour $x = 0$.

Le minimum de g est -2, atteint pour $x = 3$.

Le maximum de h est 3, atteint pour $x = 1$.

Le minimum de h est -2, atteint pour $x = 3$.

29 Partie A

1. $f(5) = 1\,000$.

2. Les antécédents de 8 000 sont (environ) 17 et 40.

3. $f(x) \geq 10\,000 \Leftrightarrow x \in [20; 38]$ (environ).

4.

x	0	30	45
$f(x)$	0	13400	0

Partie B

1. 1 000 2. 17 et 40 jours.

3. Du 20^e au 38^e jour.

4. Maximum de 13 400 malades au bout de 30 jours.

30 1. $D_f = [-2; 7]$

2. Le maximum est 3, le minimum -3.

3. f est croissante sur les intervalles $[-2; 1]$ et $[5; 7]$, elle est décroissante sur l'intervalle $[1; 5]$.

4. $f(3) < 3$ $f(0) > -3$

$f(2) > f(4)$ $f(-1) < f(0)$

5. La courbe représentative de f est la n° 2.

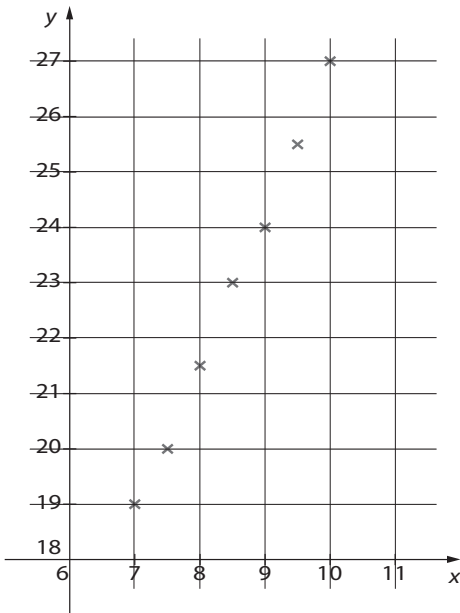
31 Les réponses sont : a) F b) V c) V

d) F e) V f) V g) F h) V i) F j) F

k) V l) F m) F n) V o) F p) F q) F.

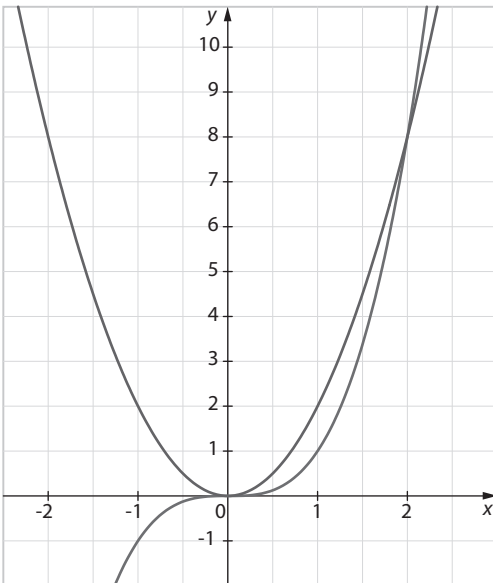
3 – Fonctions de référence

32 La taille augmente régulièrement de 0,5 mais le tour de main n'a pas une croissance constante, donc la relation n'est pas affine. Une représentation graphique est un autre moyen de s'en convaincre, car on n'obtient pas des points alignés.



Le tour de la main se mesure au niveau des articulations de la paume.

33 1. On obtient :



D'où l'on déduit que :

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x \in]-\infty ; 2].$$

$$f(x) > g(x) \Leftrightarrow x \in]2 ; +\infty[.$$

2. $f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 \leq 0$

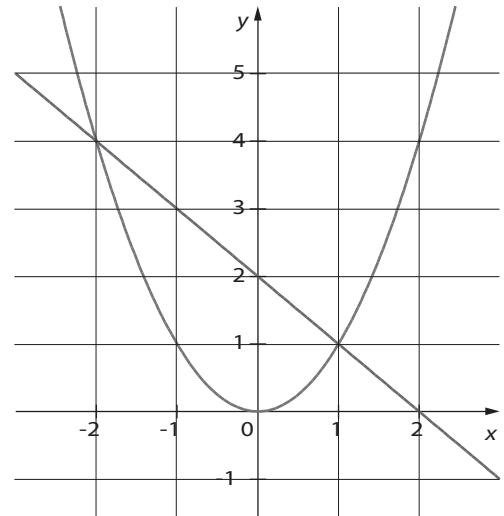
$$\Leftrightarrow x^2(x - 2) \leq 0$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
x^2		+	+	+
$x - 2$	-	-	0	+
$x^2(x - 2)$	-	0	-	+

3. On retrouve bien que :

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x \in]-\infty ; 2].$$

34 1. On obtient :



D'où l'on déduit que :

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x \in [-2 ; 1]$$

2. $f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x^2 + x - 2 \leq 0$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x + 2) \leq 0$$

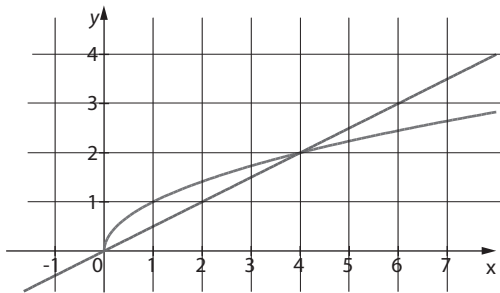
3.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$x - 1$	-	-	0	+
$x + 2$	-	0	+	+
$(x - 1)(x + 2)$	+	0	-	+

On retrouve bien que :

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x \in [-2 ; 1].$$

35 1. On obtient :



D'où l'on déduit que :

$$g(x) \leq f(x) \Leftrightarrow x \in [0 ; 4].$$

$$2. \frac{x}{2} \leq \sqrt{x} \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) \leq 0$$

$\sqrt{x}$ étant positif, cette inéquation équivaut donc à : $\sqrt{x} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 4$.

36 1. Formule: =A2^2

2. Formule : =2*A2+1

3. L'extrait ci-dessous de la feuille de calcul montre que :

238	2,36	5,5696	5,72
239	2,37	5,6169	5,74
240	2,38	5,6644	5,76
241	2,39	5,7121	5,78
242	2,4	5,76	5,8
243	2,41	5,8081	5,82
244	2,42	5,8564	5,84
245	2,43	5,9049	5,86
246	2,44	5,9536	5,88
247	2,45	6,0025	5,9
248	2,46	6,0516	5,92

a) $f(x) \leq g(x)$ pour $x \in [0 ; 2,41]$ (environ)

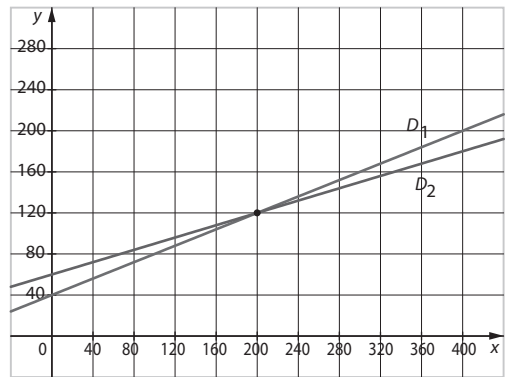
b) $f(x) \geq g(x)$ pour $x \in [2,42 ; 5]$

37 1. $f_1(x) = 40 + 0,4x$ $f_2(x) = 60 + 0,3x$

Ce sont des fonctions affines.

2. Méthode 1

a)



b) On voit sur le graphique que le point d'intersection de D_1 et D_2 a pour abscisse 200, donc la dépense est la même pour 200 km parcourus.

Méthode 2

c) Dans B2 : =40+0,4*A2

Dans C2 : =60+0,3*A2

d) Les dernières lignes du tableau sont :

13	110	84	93
14	120	88	96
15	130	92	99
16	140	96	102
17	150	100	105
18	160	104	108
19	170	108	111
20	180	112	114
21	190	116	117
22	200	120	120
23	210	124	123
24	220	128	126
25	230	132	129

On vérifie ainsi que c'est pour 200 km parcourus que la dépense est la même.

4. En choisissant la voiture 1 pour parcourir 140 km, Gabriel a économisé $102 - 96 = 6$ €.

38 1. $1 \in]-\infty ; 2]$ donc $f(1) = 1 + 3 = 4$,
 $f(2) = 2 + 3 = 5$ ou $f(2) = -2 \times 2 + 9 = 5$,
et $f(3) = -2 \times 3 + 9 = 3$.

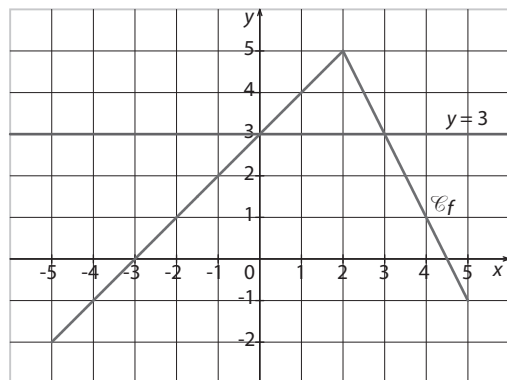
2.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)		5	

$$3. f(x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 3 & \text{si } x \leq 2 \\ -2x + 9 = 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Dans le 1^{er} cas on obtient $x = 0$ (qui convient), dans le second on obtient $x = 3$ (qui convient aussi). Donc : $S = \{0; 3\}$

4. Le graphique confirme bien les résultats des questions précédentes.



$$39. 1. f(x) = 4x^2 + 12x - 16$$

$$2. f(x) = (x + 4)[5x - (x + 4)]$$

$$= (x + 4)(4x - 4)$$

3.

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$x + 4$	-	0	+	+
$4x - 4$	-	-	+	+
$f(x)$	+	0	-	+

$$40. 1. f(x) = -2x^3 + x^2 + 18x - 9$$

$$2. f(x) = (1 - 2x)(x^2 - 9)$$

$$= (1 - 2x)(x - 3)(x + 3)$$

3.

x	$-\infty$	-3	0,5	3	$+\infty$
$1 - 2x$	+	+	0	-	-
$x - 3$	-	-	-	0	+
$x + 3$	-	0	+	+	+
$f(x)$	+	0	-	0	-

$$\text{Donc } S =]-\infty; -3] \cup [0, 5; 3]$$

$$41. 1. f(x) = -10x^3 + 84x^2 - 98x$$

$$2. f(x) = 2x[4x^2 - (3x - 7)^2]$$

$$f(x) = 2x[2x - (3x - 7)][2x + (3x - 7)]$$

$$f(x) = 2x(-x + 7)(5x - 7)$$

3.

x	$-\infty$	0	1,4	7	$+\infty$
$2x$	-	0	+	+	+
$-x + 7$	+	+	+	0	-
$5x - 7$	-	-	0	+	+
$f(x)$	+	0	-	0	-

$$\text{Donc } S = [0; 1,4] \cup [7; +\infty[$$

$$42. 1. a) 700 \text{ €}$$

$$b) 56 + 700 \times 0,7 = 546 \text{ €}$$

$$c) \frac{700 - 546}{700} = 0,22 \text{ donc } 22 \% \text{ d'économie.}$$

$$2. a) f(x) = 1000x \times 0,07 = 700x$$

$$g(x) = 56 + 700x \times 0,7 = 49x + 56$$

b) C_f est en bleu car $f(0) = 0$.

c) f est une fonction linéaire, g est une fonction affine.

d) On lit environ 2600 km.

e) Il s'agit de résoudre l'inéquation :

$$g(x) < f(x) \Leftrightarrow 49x + 56 < 700x$$

$$\Leftrightarrow 21x > 56 \Leftrightarrow x > 2,666...$$

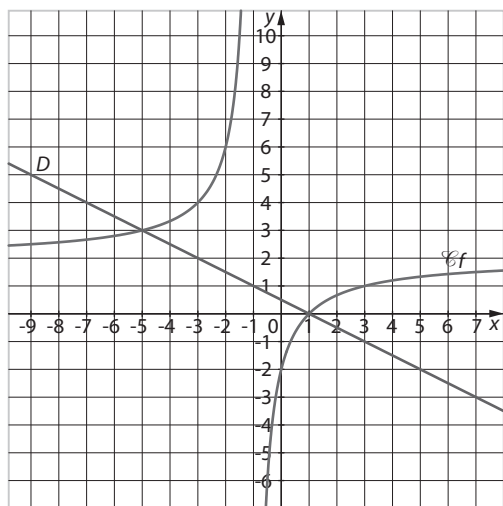
C'est donc à partir de 2667 km parcourus dans l'année que l'abonnement devient intéressant.

$$43. 1. f \text{ est définie pour tout } x \text{ sauf } -1.$$

$$D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

2. C_f coupe l'axe des abscisses aux points dont les abscisses sont solutions de l'équation $f(x) = 0$. Or $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ donc C_f coupe (Ox) au point de coordonnées (1; 0). D'autre part $f(0) = -2$ donc C_f coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0; -2).

3. a)



b) $S =]-\infty; -5] \cup]-1; 1]$ car c'est sur ces deux intervalles que C_f est en dessous de D

c) $f(x) \leq -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2x-2}{x+1} \leq \frac{-x+1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{4(x-1) - (x+1)(-x+1)}{2(x+1)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+5)}{2(x+1)} \leq 0$$

On réalise alors un tableau de signes qui permet de retrouver l'ensemble des solutions précédent.

x	$-\infty$	-5	-1	1	$+\infty$
$x-1$	$-$		$-$	$-$	0 $+$
$x+5$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2(x+1)$	$-$		$-$	0	$+$ $+$
$\frac{(x-1)(x+5)}{2(x+1)}$	$-$	0	$+$		$-$ 0 $+$

44 1. $P(0) = -30$ et $P(2) = 0$

2. $P(x) = (2x-1)(x^2+6x+9)$

$$-(2x^3+7x+6x^2+21)$$

$$= 2x^3+12x^2+18x-x^2-6x$$

$$-9-2x^3-7x-6x^2-21$$

D'où : $P(x) = 5x^2+5x-30$

3. On retrouve bien $P(0) = -30$ et $P(2) = 0$

4. $P(x) = (x+3)[(2x-1)(x+3)-(2x^2+7)]$

$$= (x+3)(2x^2+6x-x-3-2x^2-7)$$

D'où : $P(x) = (x+3)(5x-10)$.

On peut aussi écrire : $P(x) = 5(x+3)(x-2)$.

5. $P(x) = 0 \Leftrightarrow x+3=0$ ou $5x-10=0$

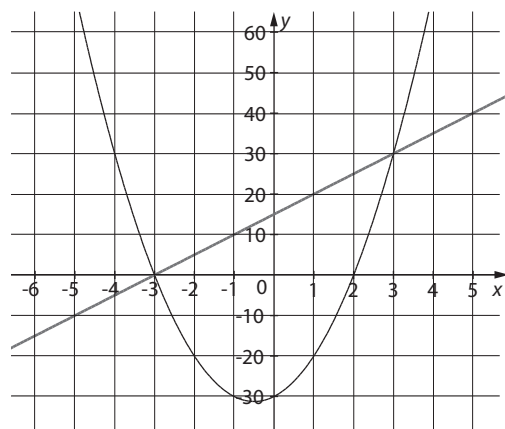
$$\Leftrightarrow x=-3 \text{ ou } x=2$$

6. $P(x) \leq 5x+15 \Leftrightarrow 5(x+3)(x-2) \leq 5(x+3)$

$$\Leftrightarrow 5(x+3)(x-3) \leq 0$$

A l'aide d'un tableau de signe, on trouve facilement : $S = [-3; 3]$

7. Il suffit de tracer la droite d'équation : $y = 5x + 15$ pour retrouver le résultat.



8. En effet :

$$5\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}\right] = 5\left[x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{25}{4}\right]$$

$$= 5(x^2+x-6) = f(x)$$

Le minimum de P est donc atteint pour

$$x = -\frac{1}{2} \text{ et vaut } -\frac{125}{4} = -31,25$$

45 1. À 30 m, $E = \frac{\sqrt{90000}}{30} = \frac{300}{30} = 10 \text{ V/m}$

À 50 m, $E = \frac{300}{50} = 6 \text{ V/m}$

2. Il faut : $\frac{\sqrt{30p}}{50} \leq 0,6 \Leftrightarrow \sqrt{30p} \leq 30$

$$\Leftrightarrow 30p \leq 900 \Leftrightarrow p \leq 30$$

3. a) environ 7 V/m

b) environ 3,8 V/m

c) environ 2400 W

Pour approfondir p. 89

46 1. 1. $[0; 20]$

2. $f(0) = 80$ au repos, 80 pulsations par minute.

3. $f(4) = 110$ au bout de 4 min, 110 pulsations.

4. $S = [4; 12]$

5.

x	0	7	20
$f(x)$	80	120	80

6. Maximum 120, atteint pour $x = 7$. Au bout de 7 minutes, le rythme cardiaque atteint son maximum de 120 pulsations par minutes.

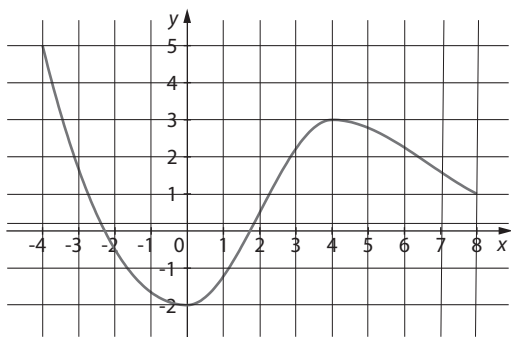
47 1. $[-4; 8]$

2. Max. 5 ; Min. -2

3. f est croissante sur $[0; 4]$ et décroissante sur $[-4; 0]$ et $[4; 8]$.

4. a) $f(6) < 3$ b) $f(2) > -2$
c) $f(1) < f(3)$ d) $f(-3) > f(-1)$

5.



6. a) 2 b) 1 c) 0 d) 3

48 1. L'élasticité-prix est :

$$\frac{100}{1200} \div \frac{-2}{40} = -\frac{4000}{2400} \approx -1,7$$

Cela signifie qu'une baisse de 1 % du prix fait augmenter la demande de 1,7 %.

2. À 38 € l'unité on vend 1 300 flacons, donc on réalise un CA de 49 400 €.

À 36 € on vend 1 400 flacons, CA : 50 400 €.

$$3. f(x) = (1200 + 100x)(40 - 2x)$$

$$f(x) = -200x^2 + 1600x + 48000$$

4. On développe :

$$-200(x - 4)^2 + 51200$$

$$= -200(x^2 - 8x + 16) + 51200$$

$$= -200x^2 + 1600x - 3200 + 51200 = f(x)$$

5. Le CA est maximum pour $x = 4$ c'est-à-dire pour un prix de vente de 32 €.

49 1.

x	0	1	4	7
$f(x)$	-1	2	-1	6

2. a) $S = \{1; 4\}$ b) $S = \{0; 2; 7\}$

3. $S =]2; 7[$

50 1. $-5 \in]-\infty; -2]$
donc $f(-5) = -2(-5) - 5 = 5$ et de même
 $f(-2) = -1$, $f(1) = 2$, $f(3) = 4$ et $f(6) = 1$.

2. a)

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 5 = 5 & \text{si } x \leq -2 \\ x + 1 = 5 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ -x + 7 = 5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

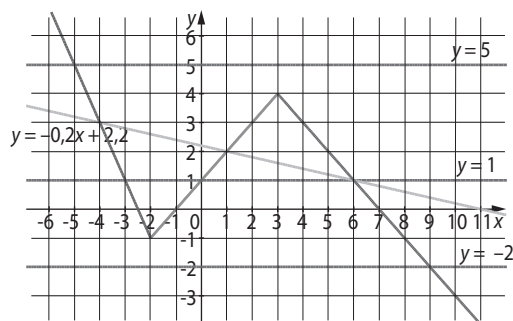
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 & \text{si } x \leq -2 \\ x = 4 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ x = 2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

On constate que seule la première solution convient donc cette première équation a une solution : -5.

b) Par un raisonnement analogue, on trouve que cette deuxième équation a trois solutions : -3 ; 0 et 6.

c) Cette troisième équation a une solution : 9.

3. On obtient le graphique ci-dessous qui permet de retrouver les résultats du 2.



4. On lit : $S =]-\infty; -3] \cup [0; 6]$

5. Le graphique montre que :

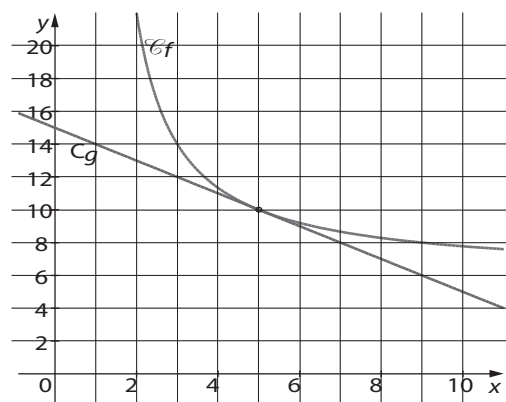
pour a) $S = \{-4; 1; 6\}$;

pour b) $S = [-4; 1] \cup [6; +\infty[$.

51 1. L'aire de l'écran est $(x - 1)(y - 6) = 16$.

$$\text{Donc } y - 6 = \frac{16}{x - 1} \Leftrightarrow y = 6 + \frac{16}{x - 1}.$$

2.



Comme on doit avoir $x + y = 15$, on a donc aussi : $y = 15 - x$.

La réalisation du téléphone est possible si C_f et C_g ont au moins un point commun.

Le graphique montre qu'elles ont un seul point commun de coordonnées $(5 ; 10)$.

Les dimensions du lecteur MP3 seront donc de 5 cm sur 10 cm et celles de l'écran 4 sur 4.

52 Partie A

1. $f(1) = 4$ $f(-3) = 0$ $f(0) = 9$

2. Antécédents de 1 : -2 et 2

3. Solutions : -1 et 1

4. $S = [-1 ; 1]$

5. Sur $[-7 ; -3[$ et sur $]3 ; 7]$

6.

x	-7	0	7
$f(x)$	-0,8	9	-0,8

7. $[-7 ; -3[$ 8. $[0 ; 3]$

Partie B

1. $f(1) = \frac{9-1}{1+1} = 4$

$$f(7) = \frac{9-49}{1+49} = \frac{-40}{50} = -0,8$$

2. $f(x) = 4 \Leftrightarrow 9 - x^2 = 4(1 + x^2)$

$$\Leftrightarrow 5 - 5x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 1$$

53 Partie A

1. $f(-3) = 5$; $f(0) \approx -3,5$;

$$f(3) = 0$$
 ; $f(8) = -10$

2. $S = \{-2 ; 3 ; 6\}$

3.

x	-4	-2	3	6	8
$f(x)$	+	0	-	0	-

Partie B

1. $f(-3) = 5$; $f(0) = -3,6$;

$$f(3) = 0$$
 ; $f(8) = -10$

2. $f(x) = 0$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 0 \text{ ou } 3 - x = 0 \text{ ou } x - 6 = 0$$

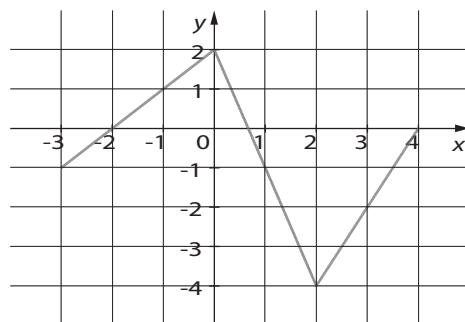
$$\Leftrightarrow 0,2x + 5 = 0,35x - 0,002x^2 + 3,2$$

3.

x	-4	-2	3	6	8
$x + 2$	-	0	+	+	+
$3 - x$	+	+	0	-	-
$x - 6$	-	-	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	0	-

54 1. a) $y = -1$ b) $y = -1$ c) $y = -2$

2.



55 1. $f(x) = 0,45x$ $g(x) = 0,2x + 5$

2. $f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow 0,25x \leq 5 \Leftrightarrow x \leq 20$

La formule Minute est plus intéressante pour un temps de communication mensuel inférieur à 20 minutes.

3. Prix de la minute : $0,35 - 0,002x$ si $0,35 - 0,002x \geq 0,15 \Leftrightarrow x \leq 100$, sinon c'est 0,15.

4.

$$h(x) = \begin{cases} x(0,35 - 0,002x) + 3,2 & \text{si } x \in [0 ; 100] \\ 0,15x + 3,2 & \text{si } x \in]100 ; 300] \end{cases}$$

5. Sur $[0 ; 100]$, on a :

$$g(x) = h(x)$$

$$\Leftrightarrow 0,2x + 5 = 0,35x - 0,002x^2 + 3,2$$

$$\Leftrightarrow 0,002x^2 - 0,15x + 1,8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 75x + 900 = 0 \text{ (en divisant par 0,002)}$$

6. Il suffit de développer $(x - 60)(x - 15)$

7. Sur $[0; 100]$, $g(x) = h(x) \Leftrightarrow x = 60$ ou $x = 15$
Sur $[100; 300]$,

$$g(x) = h(x) \Leftrightarrow 0,2x + 5 = 0,15x + 3,2$$

$$\Leftrightarrow x = -36, \text{ résultat impossible.}$$

Finalement : $S = \{15; 60\}$

56 1. L'algorithme donne la valeur approchée à 0,01 près par défaut de la solution.

2. Remplacer « $x + 0,01$ » par « $x + 0,001$ ».

3. L'algorithme affiche « -0,55 ».

57 1. Dans B2 : $=A2^2 + 2 \cdot A2 + 50$

2. Dans C2 : $=48 \cdot A2$

3. Dans D2 : $=C2 - B2$

4. a) À partir de 2 thermomètres.

b) La feuille de calcul montre que le bénéfice est maximal pour 23 thermomètres fabriqués.

20	18	410	864	454
21	19	449	912	463
22	20	490	960	470
23	21	533	1008	475
24	22	578	1056	478
25	23	625	1104	479
26	24	674	1152	478
27	25	725	1200	475
28	26	778	1248	470
29	27	833	1296	463
30	28	890	1344	454

58 Partie A

1.

x	-3	-1	0	1	2	3	7
$f(x)$	-4	1	5	2	1	1,4	5

2. a) $S = \{-3\}$ b) $S = \{-1; 2\}$

c) $S = \{0; 7\}$

Partie B

1. $f(-3) = -4$ $f(3) = 1,4$ $f(7) = 5$

2. $f(x) = 5 \Leftrightarrow x - 7 + \frac{7-x}{x^2+1} = 0$

$$\Leftrightarrow (x-7)(x^2+1-1) = 0 \Leftrightarrow (x-7)x^2 = 0$$

D'où : $S = \{0; 7\}$

59 1. a) L'algorithme affiche :

« -1 est un antécédent de 1 » ;

« 0,5 est un antécédent de 1 » ;

« 1,2 est un antécédent de 1 » ;

b) En effet, $f(-1) = -10 - 7 + 11 + 7 = 1$

$$f(0,5) = 1,25 - 1,75 - 5,5 + 7 = 1$$

$$f(1,2) = 17,28 - 10,08 - 13,2 + 7 = 1$$

c) Oui car d'après le graphique il y en a 3.

d) Sur cet exemple elle semble fiable.

2. a) L'algorithme modifié n'affiche rien.

c) En fait 2 a lui aussi 3 antécédents.

d) La méthode n'est donc pas fiable. En fait cet algorithme ne trouve les antécédents d'un nombre que si ces antécédents sont des nombres décimaux avec au plus deux décimales.

60 1. $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0; 4]$

$$g(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-4; -2] \cup [4; +\infty[$$

2. $f(x) = 5x(-x + 4)$ et un tableau de signes permet de retrouver le résultat précédent.

$$g(x) = (x+2)(4-x)(4+x) \text{ idem.}$$

61 a) V b) F c) V d) F e) V f) F

g) V h) V i) F j) V k) F l) F m) V

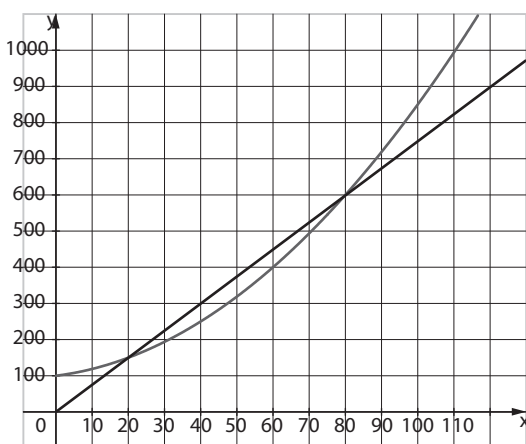
62 1. a) $C(40) = 250 \text{ €}$ $C(100) = 850 \text{ €}$

b) 70 litres.

2. a) $7,50 \times 40 = 300$ $7,50 \times 100 = 750$

Donc pour 40 L le laboratoire est bénéficiaire, mais pas pour 100 L.

b) $R(x) = 7,5x$ c) Graphique :



d) Bénéfice pour une production comprise entre 20 et 80 L.

e) Le plus grand « écart vertical » entre la droite et la courbe semble se situer à environ $x = 50$.

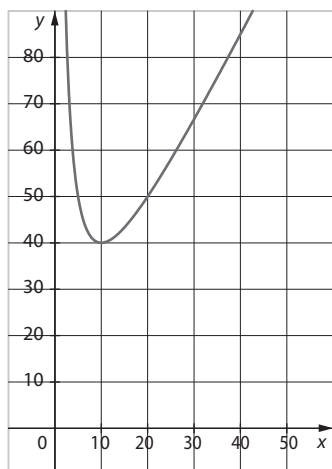
63 1. Soit y la longueur de l'autre côté ; alors : $2x + 2y = 100$ donc $y = 50 - x$. L'aire du rectangle est donc : $x(50 - x) = 50x - x^2$.

2. $D_f = [0; 50]$

3. L'aire maximale est de 625 m² en réalisant un carré de côté 25 m (on peut utiliser la représentation graphique de f ou la forme canonique : $f(x) = -(x - 25)^2 + 625$).

64 1. $BC = \frac{100}{x}$ 2. $P(x) = 2\left(x + \frac{100}{x}\right)$

3. Le périmètre est minimal pour $x = 10$.



4. La maison doit avoir la forme d'un carré.

65 1. « m prend la valeur 0 » à mettre après « Début ».

2. L'algorithme affiche que la concentration est maximale au bout de 0,9 h soit 54 min.

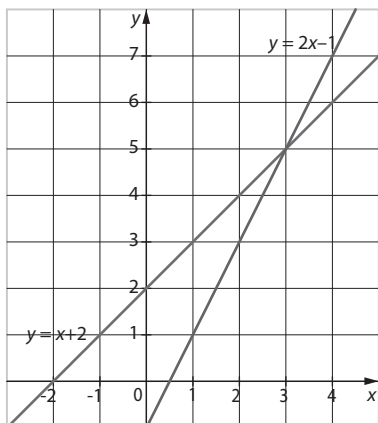
Let's do some math!

66 f maps -1 to 9 ; 0 to 6 ; 2 to 6 and 3 to 9 .

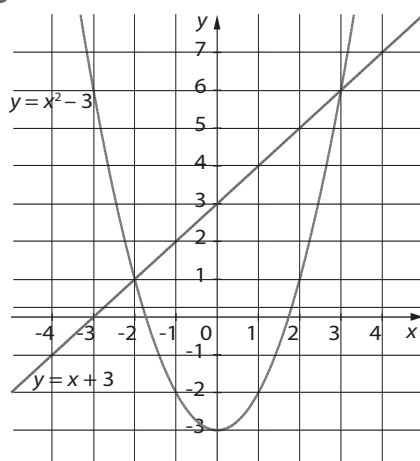
67 (5; 11) yes, $(-2; -20)$ no

68 1. $x > 3$

2.

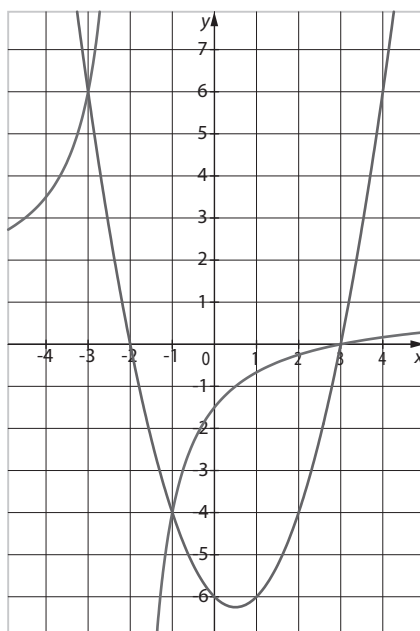


69



The roots are -2 and 3 .

70



The graphic shows that there are 3 roots.

Vers le bac p. 95

Exercice 1

1. b 2. b 3. b 4. a 5. b 6. b

Exercice 2

1. Au départ : 2 300 Bq ; au bout de 24 h : 700 Bq.
2. Au bout de 16,5 h.
3. Période : environ 13 h.

Chapitre 4

Nombre dérivé

Tangente

Prérequis

La notion de nombre dérivé nécessite la connaissance des équations de droites, et plus particulièrement de la notion de coefficient directeur : les élèves pourront utilement se reporter à la page 182 de la boîte à outils consacrée aux équations de droites.

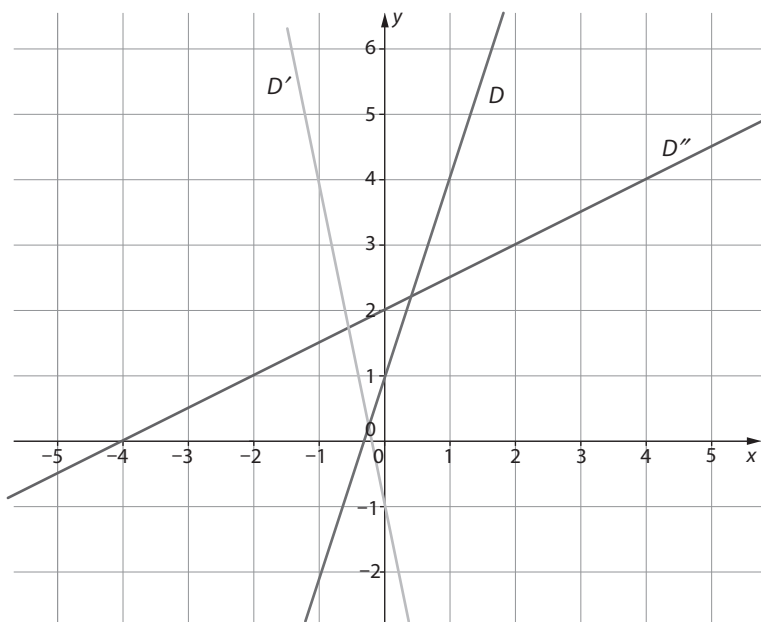
Il est bien évidemment nécessaire d'avoir effectué le chapitre 3 consacré à la notion de fonction avant d'aborder ce chapitre, en particulier la partie consacrée aux fonctions affines.

Avant de commencer p. 96

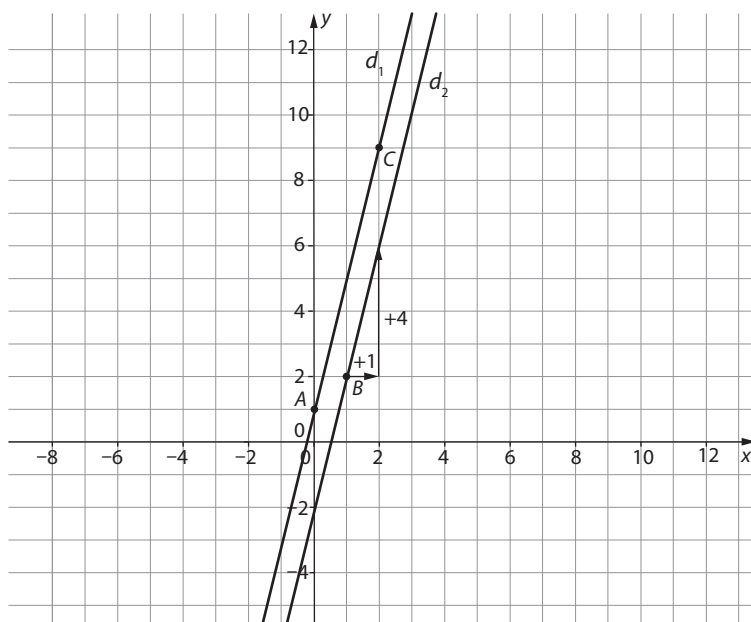
1. $d_1: 1$; $d_2: -1$; $d_3: 0$; $d_4: 2$; $d_5: -3$.

2. $d_1: y = -x + 3$; $d_2: y = \frac{1}{2}x - 1$; $d_3: y = 2x + 2$; $d_4: y = -2$.

3.



4. a) et b)



c) L'équation de la droite d_1 est de la forme $y = 4x + p$. Il reste à déterminer p . Cette droite passe par le point A (1 ; 2) alors $2 = 4 \times 1 + p$, d'où $p = -2$.

On retrouve ce résultat sur le graphique.

L'équation de la droite d_1 est $y = 4x - 2$.

Pour la droite d_2 , on a : $m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{9 - 1}{2 - 0} = \frac{8}{2} = 4$

L'équation de la droite d_2 est de la forme $y = 4x + p$. Il reste à déterminer p .

Cette droite passe par le point B (0 ; 1) alors $1 = 4 \times 0 + p$, d'où $p = 1$.

L'équation de la droite d_2 est $y = 4x + 1$.

d) Ces deux droites ont le même coefficient directeur : elles sont parallèles.

Activités p.98

1 Fermentation malolactique

Objectif : Cette activité a pour objectif d'introduire la notion de tangente comme position limite de la sécante à une courbe lorsque cette sécante pivote autour d'un point (le point O dans cet exemple). Elle permet également d'introduire la notion de nombre dérivé à l'aide de la notion de vitesse instantanée.

Cette activité est inspirée d'un sujet de sciences physiques et chimiques du baccalauréat ST2S.

1. a) Au début du processus : 0 mmol. Au bout de 28 jours : 25,5 mmol.

b) $\frac{25,5}{28} \approx 0,91$ mmol/jour.

c) $\frac{25,5}{28} = \frac{25,5 - 0}{28 - 0} = \frac{y_G - y_O}{x_G - x_O}$: ce nombre est le coefficient directeur de la droite (OG).

2.

Sur 12 jours

a) Au bout de 12 jours : 20,5 mmol.

b) $\frac{20,5}{12} \approx 1,71$ mmol/jour.

c) Ce nombre est le coefficient directeur de la droite (OC).

Sur 4 jours

a) Au bout de 4 jours : 10 mmol.

b) $\frac{10}{4} \approx 2,5$ mmol/jour.

c) Ce nombre est le coefficient directeur de la droite (OA).

3. La droite T passe par le point O et par le point de coordonnées $(8 ; 30)$, son coefficient directeur est $\frac{8}{30} = \frac{4}{15} \approx 2,67$.

Ce coefficient directeur représente la vitesse instantanée initiale de fermentation.

4. La droite T représente une position « limite » des sécantes (OG), (OC), (OA)...

En fait, tout se passe comme si on faisait se déplacer un point mobile sur la courbe en se rapprochant du point O .

La droite T sera appelée la tangente à la courbe au point O .

On pourra faire tracer ou visualiser les tangentes en d'autres points de la courbe.

Ici, le coefficient directeur de T sera noté $x'(0)$ et sera appelé le nombre dérivé de x en 0 .

Dans le cas d'une fonction f dont la courbe représentative est C_f , on notera $f'(0)$.

2

L'intelligence des courbes

Objectif : Cette activité a pour objectif d'introduire la notion de nombre dérivé des fonctions de référence.

À partir de la courbe représentative, on obtient une relation entre a et $f'(a)$.

A noter que le marquis de L'Hospital fut l'auteur du premier livre français sur le calcul différentiel (inventé par Leibniz). Il fut l'élève de Jean Bernoulli et contemporain de Huygens, des frères Bernoulli et de Varignon.

1.

a	0	1	2	3	-1	-2	-3
$f(a)$	0	1	4	9	1	4	9
$f'(a)$	0	2	4	6	-2	-4	-6

Pour la lecture de $f'(-3)$ et $f'(3)$ utiliser les points de coordonnées $(-1 ; 0)$ et $(1 ; 0)$.

2. $f'(a) = 2a$

On peut alors dire aux élèves qu'on obtient des relations similaires pour les fonctions cube, inverse et racine carrée.

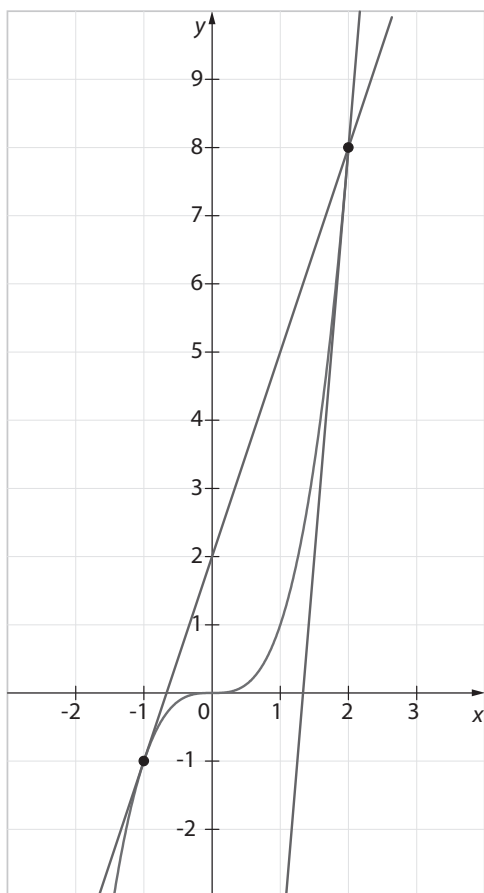
Exercices d'application p. 101 à 103

1 a) $f'(0) = -3$ $f'(2) = 1$

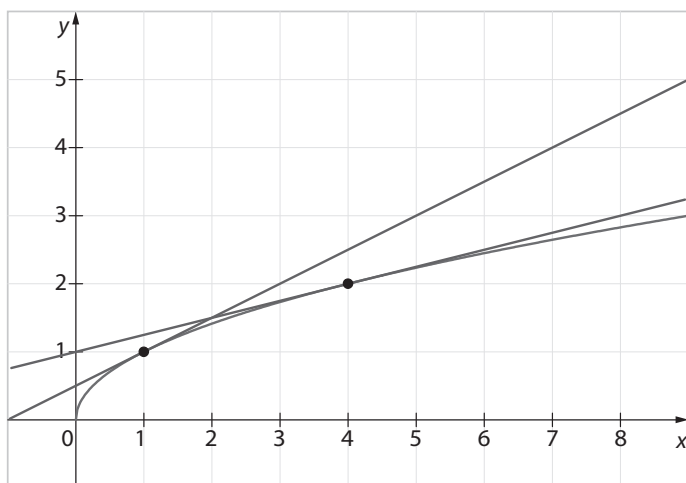
b) $f'(1,5) = 0$

c) $f'(5) = \frac{11-4}{5-4} = 7$

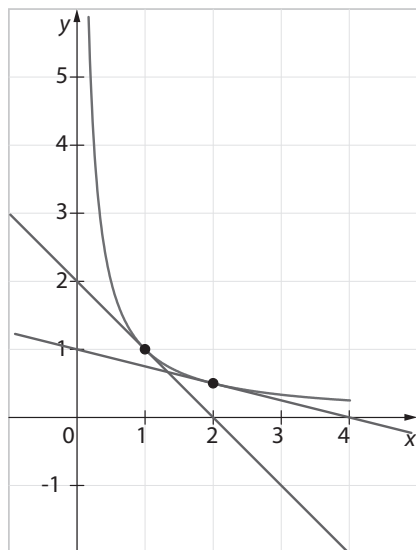
2 a) $f'(-1) = 3$ et $f'(2) = 12$.



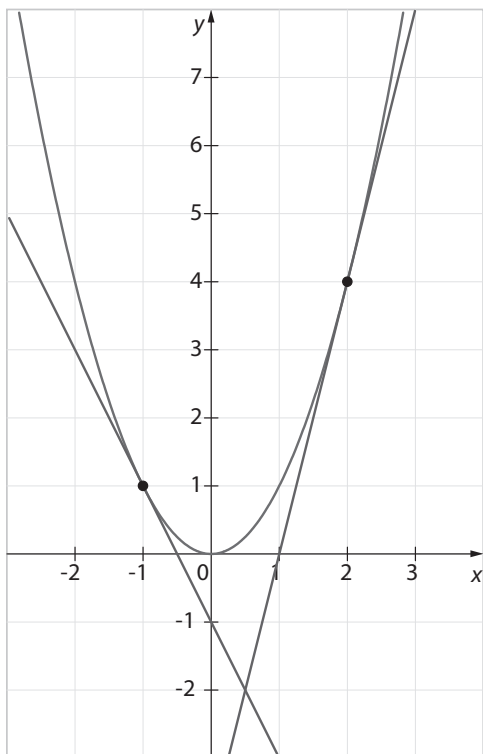
b) $f'(1) = \frac{1}{2}$ et $f'(4) = \frac{1}{4}$.



c) $f'(1) = -1$ et $f'(2) = -\frac{1}{4}$.



d) $f'(-1) = -2$ et $f'(2) = 4$.



1 La tangente au microscope

Cette activité présente un double intérêt : compréhension de la notion de tangente et manipulation de la calculatrice.

1. La droite d'équation $y = -0,25x + 1$ est tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2.

2. La courbe et sa tangente semblent se superposer. La tangente est la droite qui approche le mieux la courbe autour du point de tangence. D'où l'expression de meilleure approximation affine.

2 Construction de la tangente sur Geogebra

Cette activité est prévue pour un travail en salle informatique mais elle peut également être menée par le professeur avec un vidéoprojecteur pour un gain de temps. Des élèves n'ayant pas du tout l'habitude de manipuler Geogebra auront probablement besoin d'aide.

Nous avons souhaité que l'imagiciel puisse être construit entièrement par les élèves, mais l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique n'étant pas un objectif du programme, il est possible de fournir aux élèves le fichier téléchargeable et de démarrer l'activité à « Modifier la valeur de m à l'aide du curseur... ».

Les noms des points doivent être des lettres majuscules, sans quoi Geogebra créera des vecteurs.

1. Une droite de coefficient directeur m a pour équation $y = mx + p$.

Comme elle passe par $A(a; f(a))$, on a : $f(a) = ma + p$ donc $p = f(a) - ma$, d'où l'équation : $y = mx + f(a) - ma$.

Pour modifier la valeur de m (ou de a), on peut déplacer le curseur à la souris ou utiliser les touches fléchées du clavier, ce qui peut être plus précis. Pour cela, cliquer sur le bouton

déplacer  (s'il n'est pas déjà sélectionné) puis sélectionner dans la fenêtre Algèbre la

ligne $m=1$. On peut maintenant modifier la valeur de m à l'aide des touches fléchées.

La droite d semble se superposer à la courbe lorsque $m = 2$.

Le coefficient directeur de cette droite est alors 2.

On en déduit $f'(1) = 2$.

En prenant $a = 2$ et en procédant de même, on obtient la droite réalisant la meilleure approximation de la courbe pour $m = 4$ puisque $f'(2) = 4$.

On peut tester différentes valeurs de a . Il est également possible de modifier la fonction f pour retrouver les nombres dérivés d'autres fonctions.

2. b) Quand B se rapproche de A , la droite (AB) se rapproche de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point A .

3 Utilisation de la calculatrice pour déterminer un nombre dérivé

On obtient, en remplaçant X^2 par X^3 sur la calculatrice, le tableau de données suivant :

a	-3	-2	-1	0	1	2	3
nombre dérivé en a	27	12	3	0	3	12	27

Il est bien sûr possible, en utilisant le graphique plutôt que les tables, de représenter graphiquement la fonction dérivée.

QCM p. 107

1. b 2. c 3. b 4. c 5. a 6. a 7. c
8. a

À l'oral p. 108

3 $f'(-2) = 6$; $f'(-1) = 4$; $f'(1) = 0$; $f'(2) = -2$.

4 $f'(-3) = -2$; $f'(-1) = 0$; $f'(2) = 1$;
 $f'(4) = 0,5$.

5 a) -6 b) 12 c) -9 d) $\frac{1}{6}$

6 a) d_3 b) $f'(2) = 2$

7 a) P est en O et sa vitesse est nulle.

b) P a pour abscisse 8. Vitesse : 12 m/s.

c) $3t^2 = 75$ donc $t = 5$.

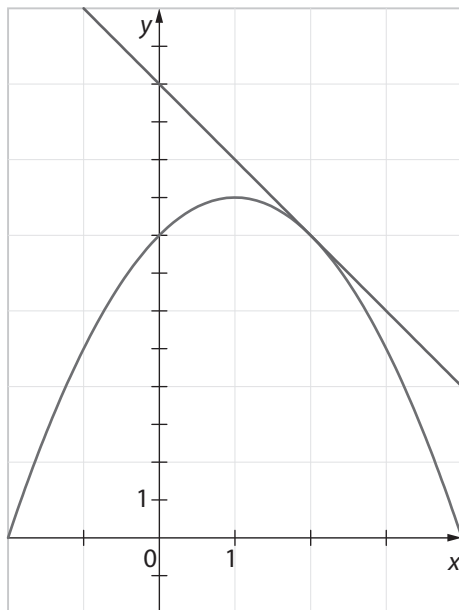
Distance parcourue : 125 m.

8 a)

a	-1	0	1	2	3
$f(a)$	5	8	9	8	5
$f'(a)$	4	2	0	-2	-4

b) $T: y = -2x + 12$

c) On obtient un graphique du type suivant :



Pour s'entraîner p. 109

1 – Nombre dérivé et tangente

9 $f'(2) = -3$; $f'(4) = 0$; $f'(8) = \frac{3}{4}$.

10 $f'(-1) = -3$; $f'(0) = 4$; $f'(1) = -3$.

11 $f'(4) = 2$; $f'(8) = -2$.

12 $f'(1) = 10$; $f'(2) = 0$; $f'(4) = -2,5$.

13 1. $\tau \approx 10$ s

2. b) -10

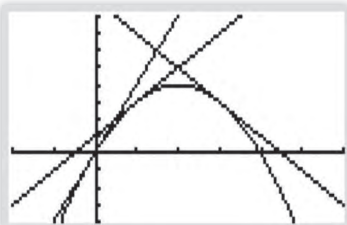
14 1. $f'(3) = \frac{1 - (-3)}{4 - 2} = 2$

2. $g'(-2) = -5$

15 1. $f'(4) = 2$

2. $y = -6x + 9$

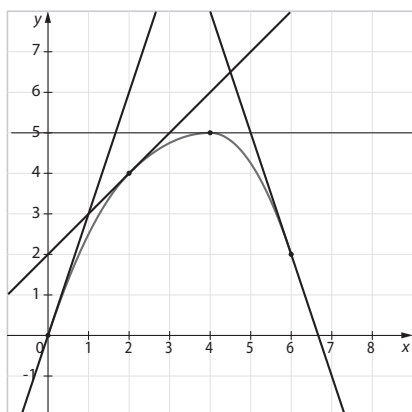
16 1.



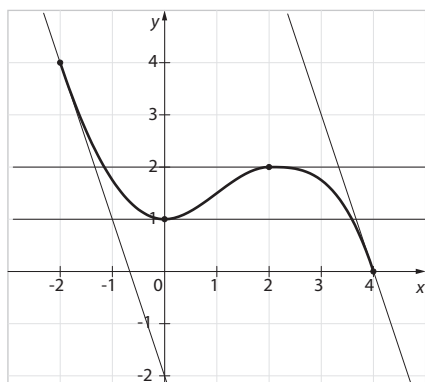
2. a) $x_1 = 1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 3$.

b) $f'(x_1) = 2$; $f'(x_2) = 4$; $f'(x_3) = -2$.

17



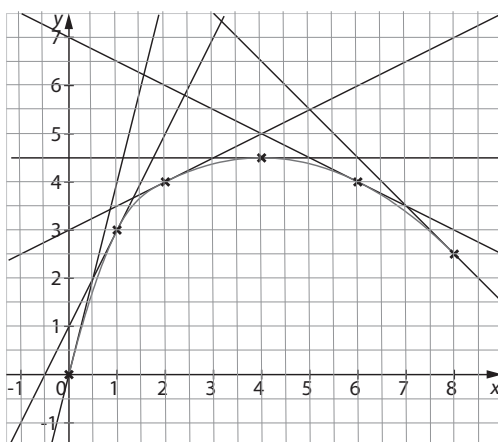
18



19 Pour le gros bébé : $\approx 0,3$ kg/mois.

Pour le petit bébé : $\approx 0,15$ kg/mois.

20



2 – Nombres dérivés des fonctions de référence

21 -6 ; $0,1$; -16 ; $\frac{1}{3}$

22 1. $\frac{1}{2\sqrt{a}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$

2. $\frac{1}{a^2} = -\frac{1}{9} \Leftrightarrow a^2 = 9 \Leftrightarrow a = 3$ ou $a = -3$

23

1. $f(x) = \frac{1}{x}$ $f'(a) = -\frac{1}{a^2}$ $f'(2) = -\frac{1}{4}$

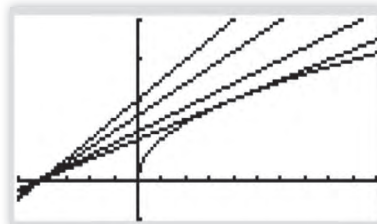
(BM) doit avoir pour coefficient directeur $-\frac{1}{4}$.

2. $M(4; 0)$

24 1. $\frac{-1}{a^2} = -4 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$ ou $a = -\frac{1}{2}$

2. $3a^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$ ou $a = -\frac{1}{3}$

25 1.



2. a) Le point de coordonnées $(-4; 0)$.

b) D_4 au point de coordonnées $(4; 2)$.

3. a) $0,5 \times (-4) + 2 = 0$; $0,4 \times (-4) + 1,6 = 0$

b) $\sqrt{4} = 2$; $\frac{1}{2\sqrt{4}} = 0,25$; $0,25 \times 4 + 1 = 2$

26 $\frac{-1}{a^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = -2 \text{ ou } a = 2$

La droite donnée ne peut être la tangente qu'aux points de coordonnées $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ ou $\left(2; \frac{1}{2}\right)$.

$$-\frac{1}{4} \times (-2) + k = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow k = -1$$

$$\text{et } -\frac{1}{4} \times 2 + k = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = 1$$

Pour approfondir p. 111

27 a) $f'(1) = \frac{1 - (-2)}{5 - (-1)} = \frac{1}{2}$

b) L'équation de la tangente en A est de la forme :

$y = \frac{1}{2}x + p$ et elle passe par B , donc :

$$-2 = \frac{1}{2}(-1) + p \Leftrightarrow p = -\frac{3}{2}$$

L'équation est donc : $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$.

A appartient à la tangente, donc :

$$y_A = \frac{1}{2} \times 1 - \frac{3}{2} = -1.$$

28 a) $f'(4) = \frac{3}{-9} = -\frac{1}{3}$

b) L'équation de la tangente en A est :

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \text{ puis } y_A = 1.$$

29 1. a) $f'(-2) = -1$

b) $y = -x + 7$

2. Équation de la tangente en E :

$$y = 4x - 13$$

$$k = 4 \times 5 - 13 = 7$$

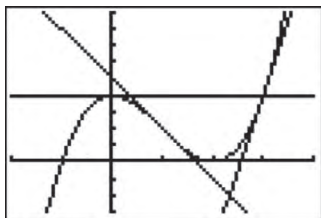
30 1. $C(200) = 126 \text{ €} ; C(600) = 294 \text{ €}.$

2. $\frac{126}{200} = 0,63 \text{ €} ; \frac{294}{600} = 0,49 \text{ €}.$

3. a) $C(201) - C(200) = 0,55965 \text{ €}$
 $C(601) - C(600) = 0,27965 \text{ €}$

b) $C'(200) = 0,56$
 $C'(600) = 0,28$

31 1.



2. a) $x_1 = 0 ; x_2 = 1 ; x_3 = 3.$

b) $f'(0) = 0 ; f'(1) = -3 ; f'(3) = 9.$

c) $f'(0) = 3 \times 0^2 - 6 \times 0 = 0 \text{ etc.}$

32 Une pente de 45° correspond à un coefficient directeur égal à 1 (évident avec un dessin ou bien on utilise la tangente).

$$2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ soit } x = 0,5 \text{ m.}$$

33 1. c 2. a 3. a 4. b 5. b
6. b 7. a 8. b

34 1. a) $f(2) = 4 \quad f'(2) = 4$

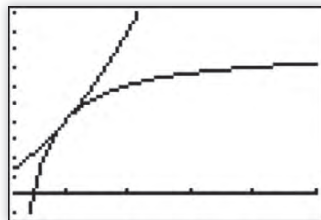
b) C_f passe par le point $A(2 ; 4)$ et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 4.

2. a) $g(2) = 4 ; g'(2) = 4.$

b) $g(2) = 4$ donc C_g passe par A .

c) Elles sont confondues.

3.



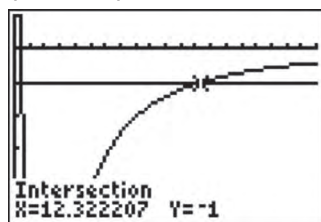
35 1. 2 heures.

2. 4,8 heures environ.

3. a) $f'(0) = 100 \quad f'(1,5) = -12,8$
 $f'(4) = -5,6 \quad f'(9) = -1,7$

Par exemple, au bout d'une heure et demie, le taux de nitrate diminue de $12,8 \text{ mg.L}^{-1}$ par heure.

b) On peut représenter $f'(t)$ et $y = -1$ sur la calculatrice par exemple :



Le traitement aura duré environ 12 h 20 min.

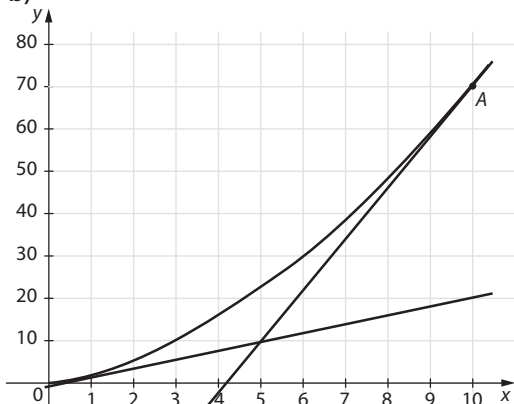
36 1. $\frac{d(10) - d(0)}{10} = 7$

La vitesse moyenne du skieur durant les dix premières secondes est 7 m/s .

2. a) $d'(10) = 12$

La vitesse instantanée du skieur au bout de 10 s est 12 m/s .

b)



37 1. $f'(100) = 1,1$

2. $\cos^2 \widehat{CAB} = \frac{1,1^2}{1 + 1,1^2} = 0,54751\dots$

D'où $\cos \widehat{CAB} \approx 0,74$.

Et $\widehat{CAB} \approx 42,3^\circ$.

38 1. $\frac{f(4) - f(0)}{4} = 9 \text{ m/s}$

$\frac{f(5) - f(4)}{1} = 39 \text{ m/s}$

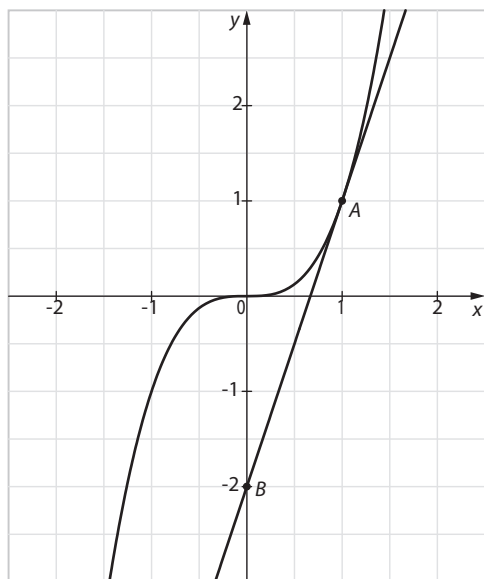
2. $f'(0) = 5$; $f'(4) = 29$; $f'(5) = 50$.

39 1. a) (AB) passe par A et a pour coefficient directeur 2 (qui est la valeur de $f'(1)$).

b) $B(0; -0,25)$

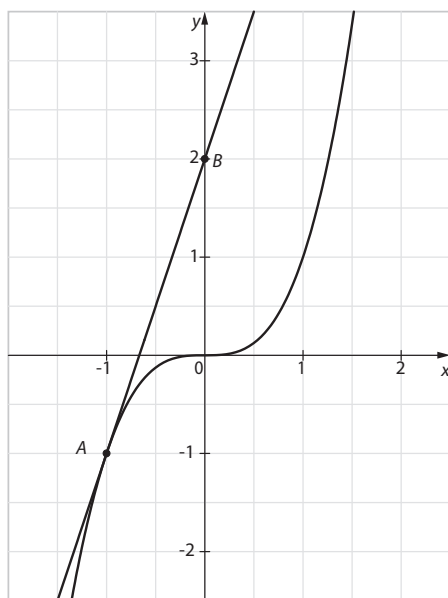
(AB) passe par A et a pour coefficient directeur 1 et $f'(0,5) = 1$.

2. a)



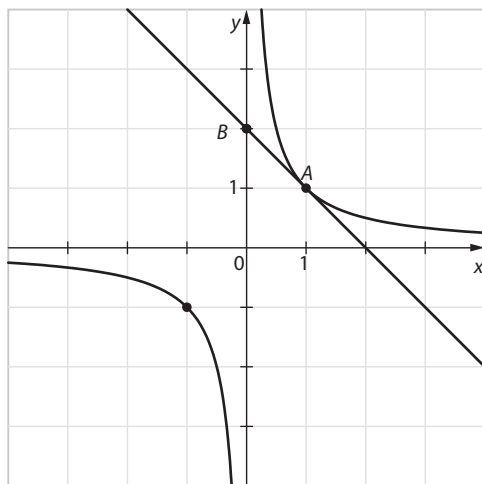
b) (AB) passe par A et a pour coefficient directeur 3 (qui est la valeur de $f'(1)$).

c)



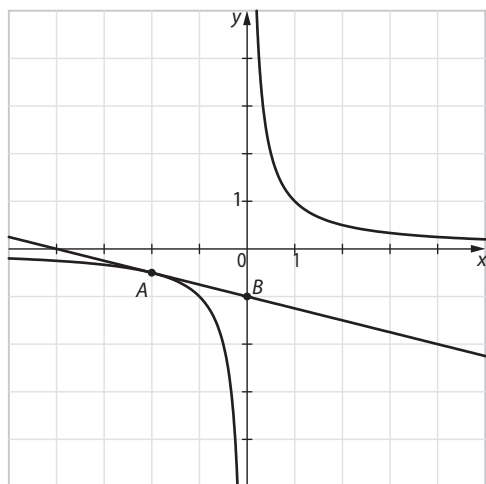
Justification similaire.

3. a)



b) (AB) passe par A et a pour coefficient directeur -1 (qui est la valeur de $f'(1)$).

c)



40 a) V b) F c) V d) V e) V f) F

41 1. a) En B2 : $=2 \cdot A^2 - 3 \cdot A^2 - 4$
 En C2 : $=9 \cdot A^2 - 22$

b)

	A	B	C
1	x	f(x)	g(x)
2	2,9	4,12	4,1
3	2,91	4,2062	4,19
4	2,92	4,2928	4,28
5	2,93	4,3798	4,37
6	2,94	4,4672	4,46
7	2,95	4,555	4,55
8	2,96	4,6432	4,64
9	2,97	4,7318	4,73
10	2,98	4,8208	4,82
11	2,99	4,9102	4,91
12	3	5	5
13	3,01	5,0902	5,09
14	3,02	5,1808	5,18
15	3,03	5,2718	5,27
16	3,04	5,3632	5,36
17	3,05	5,455	5,45
18	3,06	5,5472	5,54
19	3,07	5,6398	5,63
20	3,08	5,7328	5,72
21	3,09	5,8262	5,81
22	3,1	5,92	5,9

$$\begin{aligned}
 2. f(x) = g(x) &\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 4 = 9x - 22 \\
 &\Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 18 = 0 \\
 &\Leftrightarrow 2(x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3
 \end{aligned}$$

C_f et C_g n'ont qu'un point commun, le point d'abscisse 3.

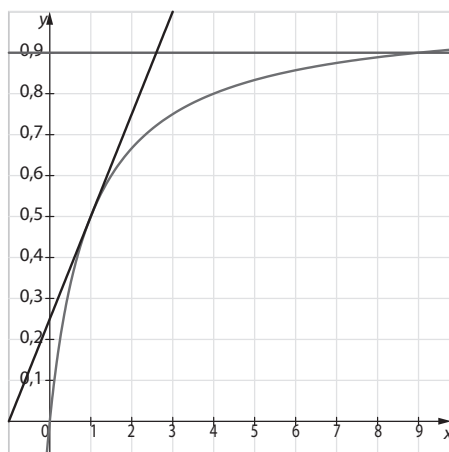
42 1. $f(3) = 0,75$ donc après 3 semaines, 75 % des gens connaissent cette campagne, donc 25 % des gens ignorent cette campagne.

2. a)

t	0	1	2	3	4	5
f(t)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$

t	6	7	8	9	10
f(t)	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{11}$

b)



3. a) 9 semaines (voir graphique)

$$b) f(t) = 0,9 \Leftrightarrow 2t = 0,9(2t + 2) \Leftrightarrow t = 9$$

4. a) $f'(1) = 0,25$ b) Voir graphique5. a) $f'(4) = 0,04$ b) 9 semaines

$$6. a) f'(1) = \frac{4}{42} = 0,25 ; f'(4) = \frac{4}{10^2} = 0,04$$

$$\frac{4}{(2a + 2)^2} = 0,01 \Leftrightarrow (2a + 2)^2 = 400$$

$$\Leftrightarrow 2a + 2 = 20 \text{ (car } a \text{ positif)} \Leftrightarrow a = 9$$

43 1. 27 ; 12 ; 3 ; 0 ; 3 ; 12 ; 27

2. « Le cinquième nombre affiché est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de $f: x \mapsto x^3$ au point d'abscisse 1. »

44 1. Avec $a = -2$, on a : $y = mx + p$
 avec $m = -4$ et $p = -4$ donc $y = -4x - 4$.

De même, avec $a = 0, y = 0$.

$a = 1$ donne $y = 2x - 1$.

$a = 3$ donne $y = 6x - 9$.

2. $a = -2$ donne $y = 12x + 16$.

$a = 0$ donne $y = 0$.

$a = 1$ donne $y = 3x - 2$.

$a = 3$ donne $y = 27x - 54$.

3. Cet algorithme permet d'obtenir l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a .

45 **1.** $f(4) = g_1(4) = g_2(4) = g_3(4) = 8$

Les courbes de ces quatre fonctions passent par le point de coordonnées $(4 ; 8)$.

2. a) En B2 : $=2*A2/(A2-3)$

En C2 : $= -5*A2+28$

En D2 : $= -6*A2+32$

En E2 : $= -7*A2+36$

b)

	A	B	C	D	E
1 x	f(x)	g1(x)	g2(x)	g3(x)	
2	3,9	8,66666667	8,5	8,6	8,7
3	3,91	8,59340659	8,45	8,54	8,63
4	3,92	8,52173913	8,4	8,48	8,56
5	3,93	8,4516129	8,35	8,42	8,49
6	3,94	8,38297872	8,3	8,36	8,42
7	3,95	8,31578947	8,25	8,3	8,35
8	3,96	8,25	8,2	8,24	8,28
9	3,97	8,18556701	8,15	8,18	8,21
10	3,98	8,12244898	8,1	8,12	8,14
11	3,99	8,06060606	8,05	8,06	8,07
12	4	8	8	8	8
13	4,01	7,94059406	7,95	7,94	7,93
14	4,02	7,88235294	7,9	7,88	7,86
15	4,03	7,82524272	7,85	7,82	7,79
16	4,04	7,76923077	7,8	7,76	7,72
17	4,05	7,71428571	7,75	7,7	7,65
18	4,06	7,66037736	7,7	7,64	7,58
19	4,07	7,60747664	7,65	7,58	7,51
20	4,08	7,55555556	7,6	7,52	7,44
21	4,09	7,50458716	7,55	7,46	7,37
22	4,1	7,45454545	7,5	7,4	7,3

c) La fonction g_2 semblent être la meilleure approximation.

$$\mathbf{3.} \quad \frac{2x}{x-3} = -6x + 32 \Leftrightarrow 6x^2 - 48x + 96 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6(x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

4. C_g est la tangente à C_f au point $A(4 ; 8)$.

Let's do some math!

$$\mathbf{46} \quad \text{a)} \quad \frac{-1}{4} \quad \text{b)} \quad \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad \text{c)} \quad 3$$

$$\mathbf{47} \quad 2x = 12 \Leftrightarrow x = 6$$

$$\mathbf{48} \quad y = -2x - 1$$

$$\mathbf{49} \quad k = 4 \text{ or } k = -4$$

$$\mathbf{50} \quad x^3 = x \Leftrightarrow x = -1 \text{ or } x = 0 \text{ or } x = 1$$

Gradient at the point $A(-1 ; -1)$ or $B(1 ; 1) : 3$

Gradient at the point $O(0 ; 0) : 0$

Vers le bac p. 117

Exercice 1

1. c 2. a 3. b 4. a 5. c

Exercice 2

1. pH = 3,5

2. 6 mL

3. $f'(5) = 0,5$ $f'(6) = 4,5$ $f'(7) = 0,5$

4. Les tangentes en A et en B ont le même coefficient directeur car $f'(5) = f'(7) = 0,5$.

5. Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$\text{en abscisse : } \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{5 + 7}{2} = 6$$

$$\text{et en ordonnée : } \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4,5 + 9,5}{2} = 7$$

Or ce sont les coordonnées de E , le point d'équivalence.

Chapitre 5

Statistique

Prérequis

Ce chapitre reprend de nombreuses notions du programme de Seconde : représentation graphique d'une série statistique, moyenne, médiane, quartiles.

Les élèves ont probablement déjà rencontré dans leur scolarité (3^e ou 2^{de}) la notion de boîte à moustaches (ou diagramme en boîte) mais c'est la première fois que cette notion apparaît explicitement dans les programmes.

La notion d'écart type est nouvelle.

Ces deux dernières notions sont particulièrement utiles pour comparer deux séries.

Les élèves pourront utilement se reporter à la partie « Statistique » de la Boîte à outils page 184, aux pages calculatrices (187 ou 189) et tableur (191).

Avant de commencer p. 118

1.

nature de la dépense	montant en euros	angle en degrés
loisirs	600	90°
nourriture	1 200	180°
loyer	400	60°
essence	200	30°
total	2 400	360°

2. Liste A : 2 ; 5 ; 10 ; 8 ; 3 ; 2

Liste B : 1 ; 2 ; 7 ; 4 ; 10 ; 6 ; 5

$$a) \overline{x_A} = \frac{2 + 5 + 10 + 8 + 3 + 2}{6} = 5 ; \overline{x_B} = \frac{1 + 2 + 7 + 4 + 10 + 6 + 5}{7} = 5$$

b) On range les listes dans l'ordre croissant :

Liste A : 2 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 10

Liste B : 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10

La liste A comporte un nombre pair de valeurs : 6. La médiane est donc située entre la 3^e et la 4^e, soit 4.

La liste B comporte un nombre impair de valeurs : 7.

La médiane est donc la 4^e valeur, soit 5.

3. a)

nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	total
effectifs	6	10	8	6	3	33
effectifs cumulés croissants	6	16	24	30	33	

b) Le nombre moyen de frères et sœurs des élèves de cette classe :

$$\overline{x} = \frac{0 \times 6 + 1 \times 10 + 2 \times 8 + 3 \times 6 + 4 \times 3}{33} \approx 1,7$$

- c) Le nombre d'élèves ayant moins de deux frères et sœurs (*moins de 2 signifie strictement moins de 2, soit 0 ou 1*) : $6 + 10 = 16$.
- d) Le nombre d'élèves ayant au plus un frère ou une sœur (*0 ou 1*) : $6 + 10 = 16$
On pourra faire remarquer que « moins de 2 » signifie « au plus 1 ».
- e) Cette série comporte un nombre impair de valeurs : 33.
 La médiane est donc la 17^e valeur. À l'aide des effectifs cumulés croissants, on trouve que la 17^e valeur est le premier 2.

4.

a) L'effectif total est 20.

valeur	[420 ; 440[	[440 ; 450[	[450 ; 460[	[460 ; 465[	[465 ; 475]
effectif	2	6	5	4	3
effectifs cumulés croissants	2	8	13	17	20
fréquences cumulées croissantes	0,1	0,4	0,65	0,85	1

b) Pour calculer la moyenne de cette série on utilise le centre des classes.

$$\bar{x} = \frac{430 \times 2 + 445 \times 6 + 455 \times 5 + 462,5 \times 4 + 470 \times 3}{20} = 453,25$$

c) 8 valeurs sont entre 420 et 450 ; 65 % des valeurs sont entre 420 et 460.

d) La médiane correspond à une fréquence cumulée de 0,5 : elle appartient donc à l'intervalle [450 ; 460[.

e) Le 1^{er} quartile appartient à l'intervalle [440 ; 450[, le 3^e quartile appartient à l'intervalle [460 ; 465[.

Activités p. 120

1 Histoire vraie

Objectif : Cette activité a pour objectif de dépouiller une série statistique, de réactiver le vocabulaire statistique et de rappeler les différentes représentations possibles d'une série statistique.

Elle pourra être aussi l'occasion d'introduire la notion de diagrammes tige et feuilles.

1. Le tableau à obtenir est le suivant :

CA	240	260	280	300	320	360	420	440	480	520
effectifs	1	3	2	5	4	4	2	3	1	1

La population étudiée est les 26 jours « ouverts » ou « travaillés » du mois de juillet.

Le caractère étudié est le chiffre d'affaires journalier en milliers d'euros.

Laurie a manifestement confondu les jours « ouverts » et les jours du mois de juillet.

2. Le diagramme circulaire ou « camembert » de Juliette est assez illisible vu le grand nombre de valeurs du caractère. Le diagramme en barre de Nathan semble adapté à une représentation de cette série statistique.

Delphine a représenté un diagramme tige et feuilles : la tige est formée par les centaines de milliers d'euros, les feuilles sont les dizaines de milliers d'euros : 2|88 signifie que le nombre 280 apparaît deux fois.

2 À la maternité

Objectif : Cette activité permet de réactiver les connaissances des élèves sur la notion de médiane, quartiles et boîte à moustaches.

La dernière question permet de comparer deux séries à l'aide de leurs boîtes à moustaches respectives.

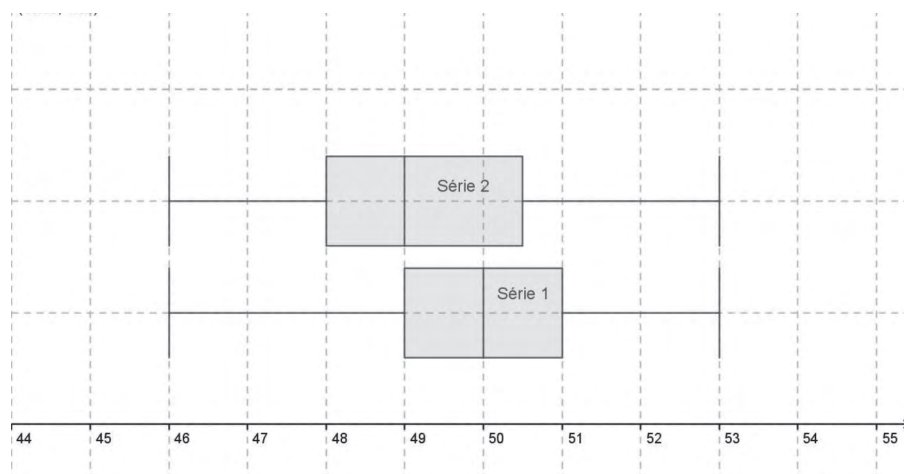
1. a)

taille	46	47,5	48	48,5	49	49,5	50	50,5	51	51,5	52	52,5	53
effectifs	1	2	3	5	5	7	9	8	7	5	2	2	1
effectifs cumulés	1	3	6	11	16	23	32	40	47	52	54	56	57

b)

minimum	maximum	moyenne	médiane	Q ₁	Q ₃
46	53	≈ 50	50	49	51

2.



3. La « boîte » de la série 2 est décalée vers la gauche : cette série comporte donc davantage de « petits » bébés. C'est donc la deuxième maternité qui possède un service pour prématurés.

3 Mesure d'une masse volumique

Objectif : Cette activité introduit la notion d'écart type comme paramètre de dispersion. L'écart type est obtenu à la machine.

Pour l'interpréter, on peut dire aux élèves que, pour une série répartie « normalement » (cas le plus fréquent), l'intervalle $\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma$ contient environ les deux tiers de l'effectif total et l'intervalle $\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma$ en contient environ 95 %.

On peut bien évidemment demander aux élèves d'obtenir l'écran de calculatrice fourni.

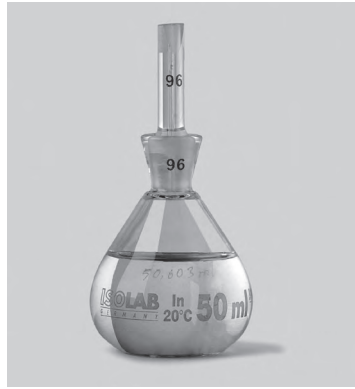


Photo d'un pycnomètre

1. La moyenne est $\bar{x} = 8,5073$.
2. a) $\bar{x} - \sigma \approx 8,3273$ et $\bar{x} + \sigma \approx 8,6873$.
b) 640 valeurs appartiennent à $]\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma[$ soit 68 %.
- c) $\bar{x} - 2\sigma \approx 8,1473$ et $\bar{x} + 2\sigma \approx 8,8673$: on a donc 946 valeurs qui appartiennent à $]\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma[$, soit 94,6 %.
- e) $8,4 \in]\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma[$, le professeur de Marc considèrera donc que sa mesure est satisfaisante.

4 Petit ou grand excès ?

Objectif : Cette activité réactive la notion de centre d'une classe ou d'un intervalle et rappelle la méthode pour calculer la valeur approchée d'une moyenne avec un regroupement par classes.

Elle permet également de débattre de la qualité de cette approximation.

$$1. \bar{x} \approx \frac{95 \times 10 + 105 \times 3 + 115 \times 2 + 125 \times 1}{10 + 3 + 2 + 1} \approx 101,25$$

$$2. \bar{x} = \frac{1591}{16} = 99,4375$$

Cette différence s'explique par le fait que dans le 1., on a considéré que les valeurs étaient équitablement réparties entre les bornes de chaque intervalle ou que leur moyenne était égale au centre de l'intervalle.

Or, par exemple, pour le premier intervalle la moyenne est de 92,7 et non 95, avec un écart type de 1,68.

Exercices d'application p. 123 à 129

1

poids (en kg)	[2,4 ; 2,8[	[2,8 ; 3,1[	[3,1 ; 3,3[	[3,3 ; 3,5[	[3,5 ; 3,7[	[3,7 ; 4,0[	[4,0 ; 4,4[	Total
effectif	48	72	102	120	90	63	24	519
fréquence en %	9 %	14 %	20 %	23 %	17 %	12 %	5 %	100 %

- 2 On regroupe les fréquences dans le tableau suivant :

poids (en g)	[2,4 ; 2,8[	[2,8 ; 3,1[	[3,1 ; 3,3[	[3,3 ; 3,5[	[3,5 ; 3,7[	[3,7 ; 4,0[	[4,0 ; 4,4[	total
maternité 1	9 %	14 %	20 %	23 %	17 %	12 %	5 %	100 %
maternité 2	2 %	8 %	12 %	22 %	22 %	19 %	15 %	100 %

On constate que les fréquences des nouveau-nés dont le poids est supérieur à 3,5 kg sont plus élevées pour la maternité 2. On peut donc conclure que les bébés de la maternité 2 ont un poids globalement supérieur à ceux de la maternité 1.

- 3 La boîte des hommes est plus large que celle des femmes donc les salaires des hommes sont plus dispersés. La médiane des hommes est la plus élevée donc le salaire des hommes est globalement plus élevé que celui des femmes.

4
$$\bar{x} = \frac{6 \times 70\,000 + 10 \times 28\,000 + 20 \times 19\,000}{6 + 10 + 20}$$
$$= \frac{1\,080\,000}{36} = 30\,000$$

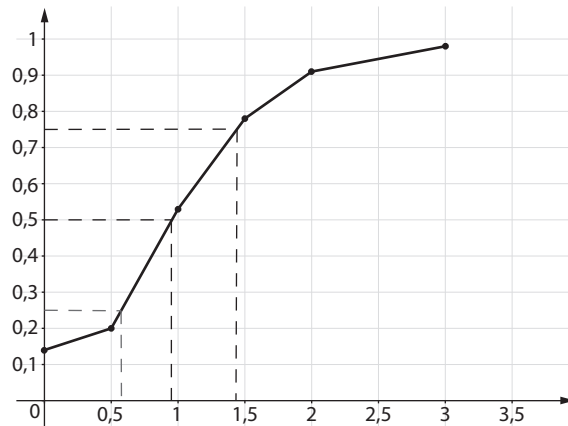
- 5 À l'aide de la calculatrice, on obtient :

Clinique A : $\bar{x} \approx 27\,958$ et $\sigma \approx 1,45$

Clinique B : $\bar{x} \approx 27\,917$ et $\sigma \approx 2,92$

Les moyennes sont sensiblement égales mais l'écart type des salaires de la clinique B est supérieur à celui de la clinique A : on peut en déduire que les salaires de la clinique B sont plus dispersés.

- 6 a) On obtient le graphique ci-dessous :



- b) À l'aide du graphique ci-dessus on lit :

$Me \approx 0,95$; $Q_1 \approx 0,58$; $Q_3 \approx 1,43$.

1 Simulation d'expériences aléatoires

Cette activité peut être réalisée en salle informatique ou à l'aide d'un vidéoprojecteur.

1. Pour copier la formule **=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)** dans la plage de cellule A2:B1001, le plus rapide est de l'entrer dans la cellule A2 puis de sélectionner la cellule A2, presser CTRL+C pour copier la formule, entrer dans la zone nom A2:B1001 (suivi de la touche entrée) comme indiqué sur le graphique ci-dessous, puis presser CTRL-V pour coller la formule.

A2:B1001		=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)			
	A	B	C	D	E
1	Dé n°1	Dé n°2	Somme	Boule n°2	
2					
3					

On procède de même pour entrer **=ALEA.ENTRE.BORNES(2;12)** dans la plage de cellule D2:D1001.

2. On entre **=A2+B2** ou bien **=SOMME(A2:B2)**.

On procède de même que précédemment pour la recopier dans la plage de cellules C2:C1001.

Certains élèves, plus autonomes et ayant déjà manipulé le tableur, pourront faire les questions 3 et 4 sans aide. Pour d'autres, il faudra leur donner les formules permettant les calculs de moyenne et d'écart type.

3. On entre dans la cellule C1002 par exemple : **=MOYENNE(C2:C1001)** et on recopie cette formule dans la cellule D1002. Elle deviendra alors : **=MOYENNE(D2:D1001)**.

On effectue alors plusieurs simulations en appuyant sur la touche F9.

Les moyennes fluctuent légèrement autour de 7. Aucun des deux joueurs ne semble avanta

4. On entre en C1003 par exemple : **=ECARTYPEP(C2:C1001)**, et on recopie cette formule en D1003. Attention, la fonction ECARTYPE n'utilise pas toutes les données. Il faut utiliser la fonction ECARTYPEP.

On constate que l'écart type de la série de la colonne C est plus faible que celui de la colonne D.

Lorsqu'on lance deux dés, plus une valeur est éloignée de 7, plus sa probabilité d'appari

Valeurs théoriques : si on nomme X la variable aléatoire correspondant à la somme des nombres obtenus sur les deux dés et Y la variable aléatoire correspondant au numéro obtenu sur la boule, on a :

$$E(X) = 7 \text{ et } \sigma(X) \approx 2,415 ;$$

$$E(Y) = 7 \text{ et } \sigma(Y) \approx 3,162.$$

Plutôt que de répéter, en appuyant sur F9, ces expériences, on peut également recopier les 4 premières colonnes cent fois par exemple et calculer la moyenne des moyennes et des écarts types sur ces cent expériences. On obtiendra alors des résultats plus proches des valeurs théoriques données ci-dessus, mais cela devient plus complexe à mettre en œuvre et ne s'impose pas dans cette filière.

2 Temps de trajet (ou attention aux machines !)

Cette activité peut être réalisée dans une salle de classe munie d'un vidéoprojecteur. Les élèves traitent la question 1. a) à la calculatrice, le professeur la corrige avec le tableur, et un élève peut venir manipuler l'ordinateur pour la question 2. c).

1. a) On entre dans les cellules de son choix =MOYENNE(B1:L1) et =ECARTYPEP(B1:L1) pour le trajet n°1, =MOYENNE(B2:M2) et =ECARTYPEP(B2:M2) pour le trajet n°2.

On obtient :

	Moyenne	Ecart type
Trajet n°1	25,36	6,60
Trajet n°2	28,50	2,06

b) Pour passer le moins de temps possible sur les routes, Marie doit prendre le trajet n°1 (moyenne 25,36 contre 28,50 pour le trajet n°2).

c) Même si le trajet n°2 est en moyenne un peu plus long, son temps de parcours est beaucoup plus régulier. Aussi, si Marie veut être sûre de ne pas arriver en retard, il est préférable qu'elle choisisse le trajet n°2 (elle a déjà mis 40 minutes sur le trajet n°1 alors qu'elle n'a jamais dépassé 31 minutes sur le trajet n°2). On peut penser que le temps de parcours sur le trajet n°1 est beaucoup plus dépendant des conditions de circulation que sur le n°2.

2. a) **Trajet n°1** : nombre de valeurs : $n = 11$.

$$\frac{11}{2} = 5,5 \text{ donc la médiane est la 6}^{\text{e}} \text{ valeur : } Me = 27.$$

$$\frac{11}{4} = 2,75 \text{ donc le premier quartile est la 3}^{\text{e}} \text{ valeur : } Q_1 = 18.$$

$$\frac{11 \times 3}{4} = 8,25 \text{ donc le troisième quartile est la 9}^{\text{e}} \text{ valeur : } Q_3 = 28.$$

Trajet n°2 : nombre de valeurs : $n = 12$.

$$\frac{12}{2} = 6 \text{ donc la médiane est la moyenne de la 6}^{\text{e}} \text{ et de la 7}^{\text{e}} \text{ valeur : } Me = 28,5.$$

$$\frac{12}{4} = 3 \text{ donc le premier quartile est la 3}^{\text{e}} \text{ valeur : } Q_1 = 27.$$

$$\frac{12 \times 3}{4} = 9 \text{ donc le troisième quartile est la 9}^{\text{e}} \text{ valeur : } Q_3 = 30.$$

b) On obtient à la calculatrice pour le **trajet n°1** : $Me = 27$, $Q_1 = 18$, $Q_3 = 28$.

On retrouve les mêmes valeurs qu'« à la main ».

On obtient à la calculatrice pour le **trajet n°2** : $Me = 28,5$, $Q_1 = 27,5$, $Q_3 = 30,5$.

On ne retrouve pas les mêmes valeurs des quartiles qu'« à la main ».

On doit donc se méfier des résultats donnés par la calculatrice.

c) On entre dans les cellules de son choix pour le trajet n°1 =QUARTILE(B1:L1;1) pour déterminer le premier quartile, =MEDIANE(B1:L1) pour la médiane et =QUARTILE(B1:L1;3) pour le troisième quartile.

De même pour le trajet n°2. On obtient :

	Moyenne	Ecart type	Q ₁	Me	Q ₃
Trajet n°1	25,36	6,60	20,5	27	27,5
Trajet n°2	28,50	2,06	27,75	28,5	30,25

On obtient des résultats encore différents. En effet, il existe plusieurs manières de définir la médiane et les quartiles. Les définitions utilisées au lycée ne sont pas celles utilisées par

les calculatrices ni par les tableurs. Les différentes définitions sont bien sûr toutes valables et donnent des résultats très similaires sur un grand nombre de données.

3. Il faut d'abord associer à chaque diagramme son trajet. Le diagramme du haut correspond au trajet n°1 (on peut regarder par exemple la plus grande valeur).

b) Si Marie veut passer le moins de temps possible sur les routes, le trajet n°1 semble plus intéressant puisque le premier quartile, la médiane et le troisième quartile sont clairement inférieurs dans le diagramme du haut.

c) Si Marie veut être sûre de ne pas arriver en retard, il est préférable qu'elle choisisse le trajet n°2 puisque le temps de trajet le plus long est atteint sur le trajet n°1.

3 Travail de statisticien

Cette activité doit se dérouler en salle informatique. Le fichier recensant les professionnels de santé doit être mis à la disposition des élèves. L'objectif est de faire travailler les élèves sur un véritable fichier de données statistiques.

Ce fichier est une version allégée du fichier equip-serv-medical-para-com-10 issu du site de l'Insee.

1. On entre **=SOMME(L7:W7)** dans la cellule A17, puis on copie cette formule dans la plage de cellules A17:A19490.

2. On ajoute les nombres de généralistes (omnipraticiens) et de spécialistes, puis on divise par le nombre d'habitants. On entre donc dans la cellule AJ7 : **=(K7+A17)/J7**, puis on recopie cette formule dans la plage de cellules AJ7:AJ9490.

Pour le nombre d'habitants, on a le choix entre la population municipale et la population sans double compte (qui ne compte pas les personnes ayant leur résidence officielle dans une autre commune, définition plus précise sur le site de l'Insee). Dans la formule précédente, on a choisi la population municipale. Ce choix n'est pas vraiment important pour notre exercice.

Ces chiffres n'étant pas toujours très lisibles, on peut les multiplier par 1 000, obtenant alors le nombre de médecins pour 1000 habitants.

3. Pour savoir combien de communes n'ont aucun médecin, on peut utiliser la fonction NB.SI ou trier les valeurs.

La formule **=NB.SI(AJ7:AJ9490;0)** entrée dans une cellule quelconque renvoie 1 325.

1 325 communes de plus de 1 000 habitants n'ont donc aucun médecin.

Pour savoir dans quelle commune le nombre de médecins par habitants est le plus important, le plus simple est de trier les valeurs. On sélectionne les colonnes A à AJ, puis on trie les valeurs par colonne AJ du plus petit au plus grand.

La commune de Nangy a le plus grand nombre de médecins par habitants, avec 0,03 médecins par habitants.

4. Pour déterminer la moyenne, on utilise la formule **=MOYENNE(AJ7:AJ9490)** dans le fichier de départ ou **=MOYENNE(AJ1:AJ9484)** si les données ont été triées dans la question 3.

On obtient environ 0,00127, soit 1 médecin pour 1 000 habitants.

Pour l'écart type, on entre **=ECARTYPEP(AJ1:AJ9484)** (données triées). On obtient 0,00119 environ.

Pour la médiane et les quartiles, on peut utiliser les fonctions du tableur ou les déterminer à la main avec la définition habituelle.

• À la main : $n = 9\,484$

La médiane est la moyenne de la 4 742^e et 4 743^e valeurs : $Me \approx 0,00101$.

Q_1 est la 2 371^e valeur : $Q_1 \approx 0,00062$.

Q_3 est la 7 113^e valeur : $Q_3 \approx 0,00170$.

• Les fonctions correspondantes du tableur donnent les mêmes valeurs (avec la précision choisie).

5. Il faut d'abord regrouper les résultats du département. Pour cela, on peut trier les valeurs par département. On sélectionne les colonnes A à AJ, puis on trie les valeurs par colonne D (la colonne des départements) du plus petit au plus grand. On repère ensuite la plage de cellules correspondant au département choisi et on utilise les fonctions du tableur pour déterminer les paramètres statistiques.

6. Les résultats vont dépendre du département. Le nombre moyen de médecins par habitants dans le département considéré peut être plus bas ou plus élevé que la moyenne nationale.

QCM p. 133

1. c 2. c 3. c 4. c 5. b 6. c 7. b 8. a
9. b 10. b 11. a

À l'oral p. 134

7. $Me = 30$ $Q_1 = 20$ $Q_3 = 50$
 $D_1 = 10$ $D_9 = 75$

8. 1. Un carreau représente 2 lycéens.

2. $\frac{16}{50} = 0,32$ soit 32 %.

9. 1. $Me = 16$ $Q_1 = 14$ $Q_3 = 25$

2. $\bar{x} \approx 18,2$ $\sigma \approx 7,1$

10. 1. $\frac{4 \times 12,5 + 16}{5} = 13,2$

2. 14

3. 10,5

11. 1. Oui car c'est 76 %.

2. 16 % de 13 110 000 donc 2 097 600.

12. La comparaison des médianes et des moyennes montre que la Terminale 1 est globalement plus faible que la 2.

L'écart interquartile de la Term.1 est de 4 alors que celui de la Term. 2 est de 6. La Term.1 est donc plus homogène et ceci est confirmé par la comparaison des écarts types.

13. 1. $Me = 48$ $Q_1 = 43$ $Q_3 = 53$

2. 13 points de vente.

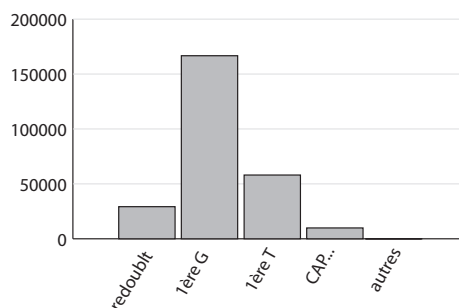
Pour s'entraîner p. 135

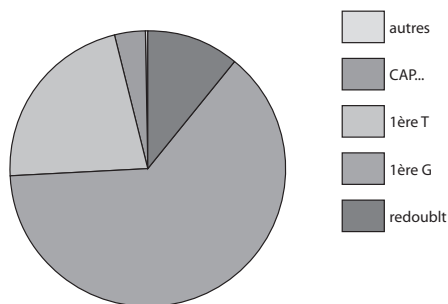
1 – Représentations graphiques

14. 1. En 2002 l'Italie, en 2007 les Émirats arabes.

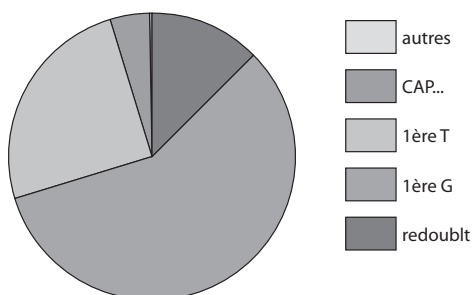
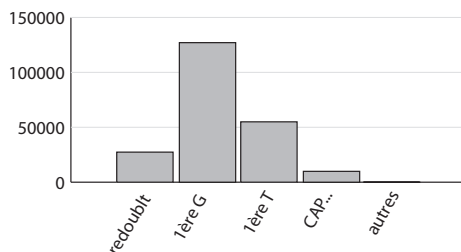
2. La France. 3. La Hongrie.

15. Filles





Garçons



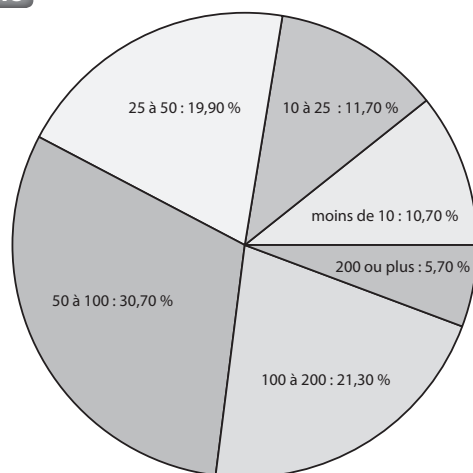
16 Oui et non. De même le Canada émet globalement moins de CO₂ que l'Inde mais, rapporté à leurs populations, on voit qu'un canadien émet beaucoup plus de CO₂ qu'un indien.

17 1.

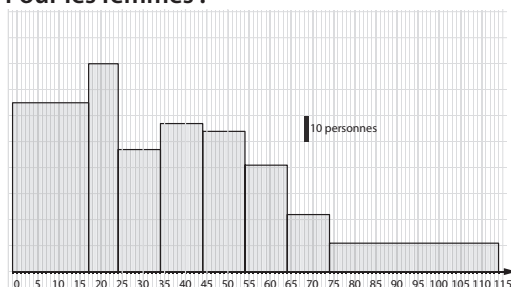
nature de la dépense	montant (en milliers d'euros)	angle en degrés
salaires	180 000	180 °
frais de fonctionnement	90 000	90°
remboursements d'emprunts	70 000	70°
impôts	20 000	20°
total	360 000	360 °

2. 90 000 000 euros

18



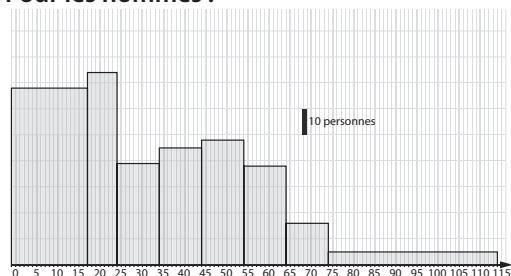
19 1. On obtient les histogrammes suivants : Pour les femmes :



Le premier rectangle correspond à la classe [0 ; 18], sa largeur est de 18, il représente 1169 personnes et l'unité d'aire est de 10 personnes. Sa hauteur est donc de $(1169 \div 18) \div 10 \approx 6,5$. On obtient de même les hauteurs suivantes :

< 18	< 25	< 35	< 45	< 55	< 65	< 75	≥ 75
6,5	8	4,7	5,7	5,4	4,1	2,2	1,1

Pour les hommes :

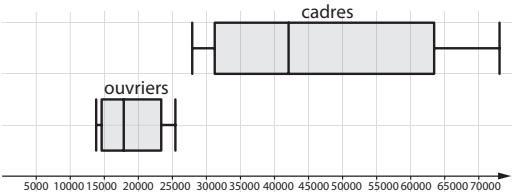


Les hauteurs sont :

< 18	< 25	< 35	< 45	< 55	< 65	< 75	≥ 75
6,8	7,4	3,9	4,5	4,8	3,8	1,6	0,5

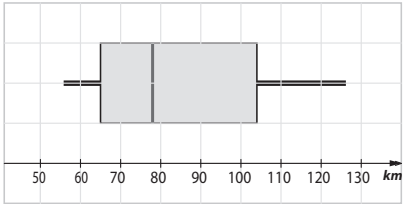
2. La comparaison des deux histogrammes montre que, en avançant en âge, il y a davantage de femmes sous le seuil de pauvreté.

20 On obtient les diagrammes en boîte suivants :



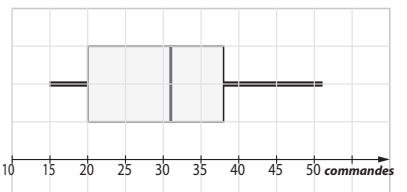
2 – Médiane, quartiles

21 1. Non car la série n'est pas ordonnée.
 2. La série ordonnée est : 56 ; 59 ; 65 ; 65 ; 68 ; 72 ; 73 ; 78 ; 84 ; 95 ; 103 ; 104 ; 112 ; 112 ; 126.
 Alors : $Me = 78$; $Q_1 = 65$; $Q_3 = 104$.
 3. Diagramme en boîte :



22 1. L'effectif total est de 27 valeurs, la médiane est donc la 14^e valeur : soit 83 879 (Autriche).
 $\frac{1}{4} \times 27 = 6,75$: le premier quartile est donc la 7^e valeur soit : 43 098 (Danemark).
 $\frac{3}{4} \times 27 = 20,25$: le troisième quartile est donc la 21^e valeur soit : 301 336 (Italie).
 2. Malte, Luxembourg, Chypre, Slovénie, Belgique, Pays-Bas et Pologne, Finlande, Allemagne, Suède, Espagne, France.

23 1. La série ordonnée est :
 15 ; 16 ; 18 ; 18 ; 19 ; 20 ; 20 ; 20 ; 21 ; 23 ; 25 ; 26 ; 26 ; 27 ; 31 ; 31 ; 32 ; 33 ; 34 ; 35 ; 35 ; 37 ; 38 ; 39 ; 42 ; 43 ; 44 ; 44 ; 45 ; 51.
 Alors : $Me = 31$; $Q_1 = 20$; $Q_3 = 38$.
 2. Diagramme en boîte :



3. « Un jour sur deux je reçois au moins 31 commandes, un jour sur quatre j'en reçois plus de 38. »

24 a) L'effectif total est 8.
 $Me = \frac{14 + 16}{2} = 15$; $Q_1 = 6$; $Q_3 = 20$.

b) $Me = 15$; $Q_1 = 8$ et $Q_3 = 21$.
 Les quartiles sont différents : la calculatrice utilise une autre définition des quartiles.

25 1.

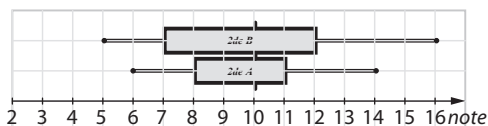
nombre de malades	effectif (nombre de jours)	effectif cumulé
28	2	2
30	6	8
31	7	15
33	12	27
35	2	29
36	1	30

2. $Me = 32$; $Q_1 = 30$; $Q_3 = 33$
 3. Par exemple : « Mon service est en dépassement d'effectif trois jours sur quatre ... »

26 1.

notes	effectifs 2 ^{nde} A	effectifs cumulés 2 ^{nde} A	effectif 2 ^{nde} B	effectifs cumulés 2 ^{nde} B
5	0	0	2	2
6	3	3	4	6
7	4	7	3	9
8	4	11	3	12
9	5	16	3	15
10	7	23	4	19
11	3	26	3	22
12	4	30	2	24
13	2	32	2	26
14	1	33	3	29
15	0	33	1	30
16	0	33	2	32

2. Pour la 2^{nde} A la médiane est la 17^e valeur, soit 10. Pour la 2^{nde} B c'est la demi-somme de la 16^e et de la 17^e donc 10 aussi.
3. Pour la 2^{nde} A : $Q_1 = 8$ et $Q_3 = 11$.
Pour la 2^{nde} B : $Q_1 = 7$ et $Q_3 = 12$.
- 4.



5. Pour la 2^{nde} A : $[8 ; 11]$ et 3.
Pour la 2^{nde} B : $[7 ; 12]$ et 5.
On en conclut que la 2^{nde} A est plus homogène.

27 On peut conclure à une certaine efficacité du médicament puisque les malades du groupe 1 sont globalement guéris plus vite et de façon plus homogène que ceux du groupe 2.

- 28** 1. On obtient le diagramme ci-dessous :

1,8	5	2. Me est la 13 ^e valeur : 2,35 Q_1 est la 7 ^e valeur : 2,15 Q_3 est la 19 ^e valeur : 2,55
1,9	0	
2,0	55	
2,1	0555	3. 16 valeurs sont dans l'intervalle soit 64 %.
2,2	05	
2,3	0555	
2,4	0055	
2,5	5	
2,6	55	
2,7	0	
2,8	0	
2,9	0	
3,0	5	

3 – Moyenne, écart type

- 29** La calculatrice donne :

$$\bar{x} \approx 84,8 \text{ et } \sigma \approx 21,4.$$

- 30** La calculatrice donne :

$$\bar{x} \approx 30,3 \text{ et } \sigma \approx 9,9.$$

- 31** À l'aide d'une calculatrice, on obtient :

1. $\bar{x} = 10,5$

2. $\sigma = 2,81$

3. $\bar{x} - 2\sigma \approx 4,88$ et $\bar{x} + 2\sigma \approx 16,12$

23 valeurs sont dans cet intervalle soit environ 95,83%.

- 32** 1. La somme des fréquences doit être égale à 1 donc : $a + b = 0,18$

$$\bar{x} = 4a + 5 \times 0,16 + 6 \times 0,18 + 7 \times 0,2 + 8 \times 0,16 + 9 \times 0,12 + 10b$$

Donc $4a + 10b = 0,96$

On obtient alors : $a = 0,14$ $b = 0,04$

2. $\sigma \approx 1,7$

- 33** La nouvelle moyenne est :

$$\bar{x} = \frac{35 \times 3,2 - 6 + 105}{35} \approx 6.$$

La médiane est inchangée.

- 34** 1. Formule en C30 : =MOYENNE(C2:C26)

Et en C31 : =ECARTYPEP(C2:C26)

On obtient : $\bar{x} \approx 1,35$ et $\sigma \approx 0,23$.

2. L'intervalle est $[0,89 ; 1,81]$.

3. Seule la Russie.

35 1. $\bar{x} = \frac{18 \times 12,2 + 14 \times 10,6}{32} = 11,5$

2. $\frac{18 \times 11,5 + 14 \times x}{32} = 12,2$

$$207 + 14x = 12,2 \times 32$$

soit $x = \frac{390,4 - 207}{14} = 13,1$

36 $0,325 \times 39,5 + 0,675 \times 51,3 = 47,465$ k€

- 37** Soit x le nombre de femmes et y le nombre d'hommes :

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ \frac{1600x + 1800y}{80} = 1695 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 16x + 18y = 1356 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 42 \\ y = 38 \end{cases}$$

4 – Cas d'un regroupement par classes

- 38**

$$\frac{6 \times 30 + 8 \times 50 + 10 \times 70 + 6 \times 90}{30} \approx 60,7 \text{ m}^2$$

39 1. Tumeur du sein : $\bar{x} \approx 7,9$ $\sigma \approx 6,3$

Tumeur de la prostate : $\bar{x} \approx 8,9$ $\sigma \approx 8,3$

2. Pour les tumeurs de la prostate, la durée d'hospitalisation est en moyenne d'un jour de plus et elle fluctue davantage que pour les tumeurs du sein.

40 1. En B9 : =SOMME(B4:B8)

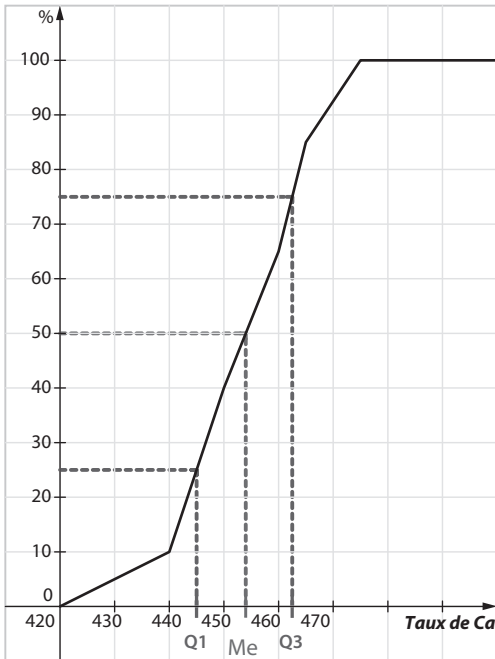
2. En C4 : =B4/20 ou =B4/\$B\$9

3. En D5 : =D4+C5

4. On obtient le tableau complété :

	A	B	C	D
1	Taux de			
2	calcium en	Effectif	Fréquence	Fréquences
3	mg.L ⁻¹			Cumulées
4	[420;440[	2	0,1	0,1
5	[440;450[	6	0,3	0,4
6	[450;460[	5	0,25	0,65
7	[460;465[	4	0,2	0,85
8	[465;475[	3	0,15	1
9	Total	20	1	

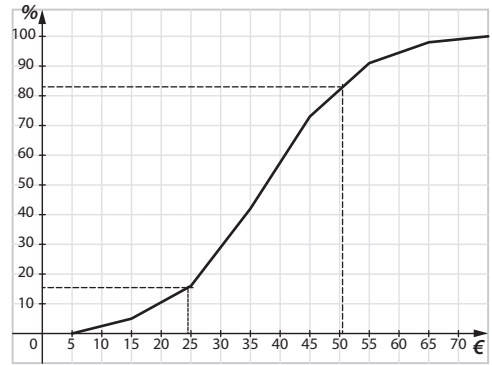
5. D'où le graphique :



6. On lit $Me \approx 454$, $Q_1 \approx 445$ et $Q_3 \approx 462$.

41 1. $\bar{x} = 37,5$ $\sigma \approx 13$

2.

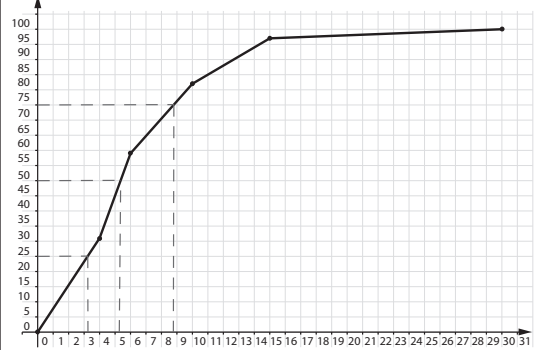


3. $\bar{x} - \sigma = 24,5$ correspond à 16 % environ.

$\bar{x} + \sigma = 50,5$ correspond à 83 % environ.

On peut estimer le pourcentage cherché à 67 %.

42 1. On obtient le polygone suivant :



2. On lit $Me \approx 5,2$; $Q_1 \approx 3,2$ et $Q_3 \approx 8,9$.

3. « Pour guérir de cette maladie, les trois quarts des patients nécessitent une hospitalisation de moins de 9 jours ».

43 1. On obtient le tableau suivant :

classe	effectif en %	fréquence cumulée en %
[60 ; 70]	3	3
[70 ; 80]	5	8
[80 ; 90]	10	18
[90 ; 100]	12	30
[100 ; 110]	18	48
[110 ; 120]	30	78
[120 ; 130]	8	86
[130 ; 140]	6	92
[140 ; 150]	8	100

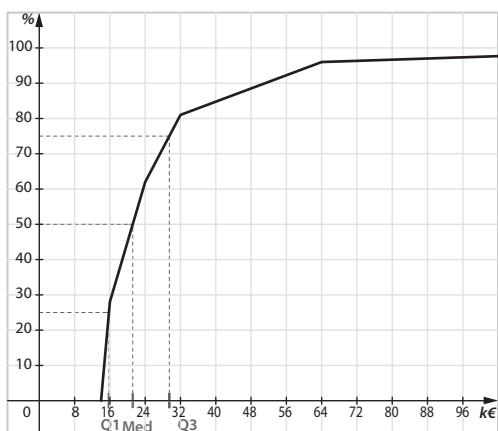
2. a) $\bar{x} = 108,7 \text{ km/h}$

b) La médiane correspond à la fréquence cumulée 50 %, elle est donc légèrement supérieure à 110 km/h.

44 1.

salaires annuels net (en k€)	nombre de salariés	effectifs cumulés
[14 ; 16[	28	28
[16 ; 24[	34	62
[24 ; 32[	19	81
[32 ; 64[	15	96
[64 ; 160[	4	100

2.



3. On lit : $Me \approx 21$; $Q_1 \approx 16$; $Q_3 \approx 30$.

4. « Dans cette entreprise, la moitié des salariés gagne moins de 21 000 € net par an et, à l'opposé, un quart gagne plus de 30 000 €. »

5. $\bar{x} = 28$; $\sigma \approx 20$

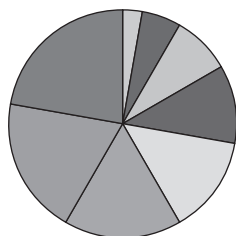
6. $\bar{x} - \sigma = 8$ correspond à 0 %.

$\bar{x} + \sigma = 48$ correspond à 88 % environ.

On peut estimer le pourcentage cherché à 88 %.

Pour approfondir p. 140

45 1.



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8

2. $\bar{x} = 4,51$

3.

durée	1	2	3	4	5	6	7	8
nombre	30	50	80	190	90	130	40	30
ECC	30	80	160	350	440	570	610	640

440 personnes regardent la télévision cinq heures au plus par jour.

4. Me est comprise entre la 320^e et la 321^e valeur donc $Me = 4$.

46 1. Revenu moyen : 9,98 € ; $\sigma \approx 5,24$ €

2. En ordonnant la série des 30 valeurs on obtient : 4,37 ; 4,78 ; 4,87 ; 5,46 ; 5,73 ; 6,40 ; 6,73 ; 6,80 ; 7,04 ; 7,20 ; 7,27 ; 7,35 ; 7,46 ; 7,51 ; 7,82 ; 8,35 ; 8,64 ; 8,73 ; 9,09 ; 9,44 ; 9,97 ; 11,39 ; 11,73 ; 12,40 ; 12,88 ; 14,14 ; 16,71 ; 19,96 ; 22,58 ; 26,47.

La médiane est la demi-somme des 15^e et 16^e valeurs, soit $\frac{7,82 + 8,35}{2} \approx 8,09$.

Q_1 est la 8^e valeur soit 6,80 et $Q_3 = 11,73$.

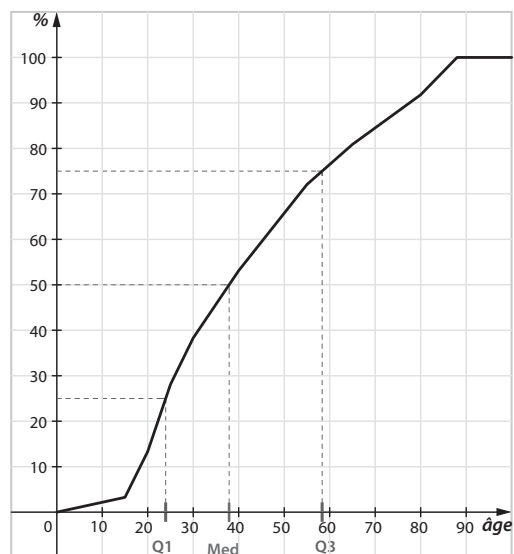
3. Les nouvelles valeurs sont :

$Me = 8,35$; $Q_1 = 6,80$; $Q_3 = 12,40$.

47 1. Pour calculer la moyenne, on doit calculer les centres des classes. Or on ne peut pas déterminer celui de la dernière qui est « 80 ans ou plus ».

2. On obtient : $\bar{x} \approx 42,4$; $\sigma \approx 21,6$

3.



On lit : $Me \approx 38$; $Q_1 \approx 24$; $Q_3 \approx 58$.

4.

- La moitié des personnes décédées sur les routes en 2010 avait moins de 38 ans.
- Un quart des personnes décédées sur les routes en 2010 avait moins de 24 ans.
- Un quart des personnes décédées sur les routes en 2010 avait plus de 58 ans.
- 3,3 % des personnes tuées sur les routes en 2010 avaient moins de 15 ans.
- Les personnes de 80 ans et plus représentent 8,2 % des morts sur les routes en 2010.

48 1. L'effectif total est 40, donc :

$$2 + 3 + 10 + a + 6 + b + 4 + 1 = 40$$

D'où : $a + b = 14$.

La moyenne est 10,625, donc :

$$12 + 24 + 90 + 10a + 72 + 13b + 56 + 16 = 40 \times 10,625$$

D'où : $10a + 13b = 155$.

2. $a = 14 - b$

D'où $10(14 - b) + 13b = 155$ et $3b = 15$

Donc $b = 5$ et $a = 9$.

3. $Me = 10$

4. $\sigma \approx 2,28$

49 1. La série ordonnée est :

960 ; 960 ; 980 ; 990 ; 1010 ; 1020 ; 1020 ; 1040 ; 1060 ; 1100 ; 1100 ; 1100 ; 1130 ; 1140 ; 1140 ; 1150 ; 1160 ; 1240 ; 1280 ; 1280 ; 1310 ; 1360 ; 1370 ; 1400 ; 1450 ; 1460 ; 1560 ; 1620 ; 1640 ; 1710 ; 1860.

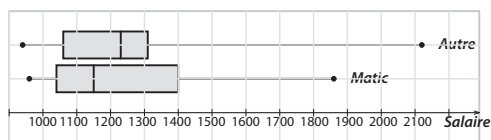
2. $Me = 1150$ $Q_1 = 1040$ $Q_3 = 1400$

3. Écart interquartile : 360

4. Voir ci-dessous.

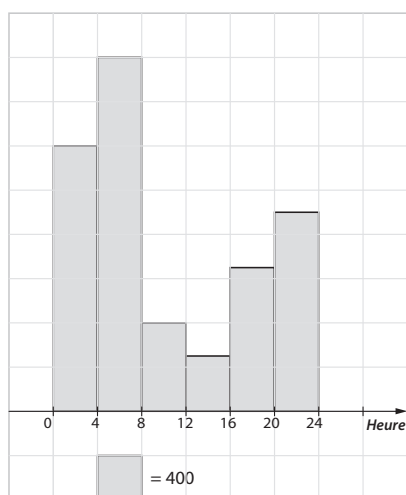
5. a) Écart interquartile : 250

b)



c) La comparaison des boîtes montre que les salaires sont globalement plus élevés et plus homogènes dans la deuxième entreprise.

50 1.



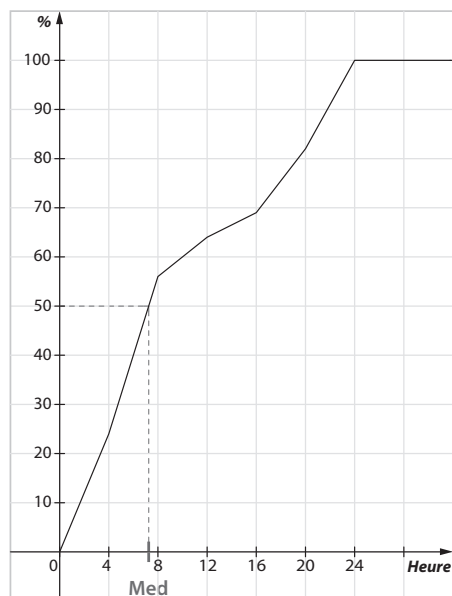
2. Dans D2 : $=B2/10000$

Dans E3 : $=E2+D3$

3.

	A	B	C	D	E
1	Heure de départ	Effectif	Centre de classe	Fréquence	Fréquence cumulée
2	[0 ; 4[	2400	2	0,24	0,24
3	[4 ; 8[	3200	6	0,32	0,56
4	[8 ; 12[	800	10	0,08	0,64
5	[12 ; 16[	500	14	0,05	0,69
6	[16 ; 20[	1300	18	0,13	0,82
7	[20 ; 24[	1800	22	0,18	1
8	Total	10000		1	

4.



5. 50 % des départs ont lieu avant 7h (environ).

6. $\bar{x} = 10,2$ soit 10h 12min

$\sigma \approx 7,45$ soit 7h 27min

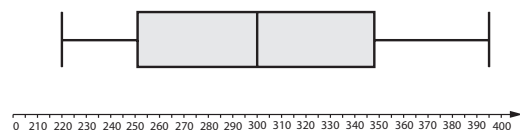
51 1. $\bar{x} = 306,65$ 2. $\frac{10}{20} = 0,5 = 50\%$

3. $Me = \frac{293 + 313}{2} = 303$

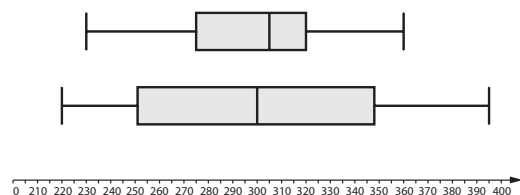
$Q_1 = 251 ; Q_3 = 348 ; D_1 = 220 ; D_9 = 395$

4. « 25% des élèves ont dépensé moins de 251 €. 10% des élèves ont dépensé plus de 395 €. La moitié des élèves a dépensé moins de 303 €. »

5.



6.



Les médianes des deux séries sont sensiblement égales mais le 3^e quartile (et le 9^e décile) de la série des secondes est plus grand que celui des premières, on peut donc en conclure que c'est en seconde que les dépenses ont été les plus importantes.

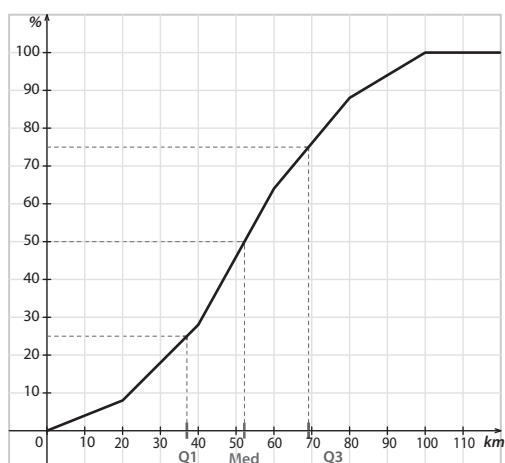
La largeur de la boîte (écart interquartile) est plus petite en première : c'est donc dans cette classe que les dépenses sont les plus homogènes.

52 1. On obtient le tableau complété :

distance (en km)	nombre de jours	fréq.	fréq. cumu- lée	centre de classe
[0 ; 20[	2	0,08	0,08	10
[20 ; 40[	5	0,20	0,28	30
[40 ; 60[	9	0,36	0,64	50
[60 ; 80[	6	0,24	0,88	70
[80 ; 100[	3	0,12	1	90
total	25	1		

2. Distance moyenne : 52,4 km

3.



4. a) $Me \approx 52$; $Q_1 \approx 37$; $Q_3 \approx 69$

b) 76 % c) 82 %

5. « Un jour sur deux je parcours plus de 52 km, un jour sur quatre j'en parcours plus de 69. A l'inverse, un jour sur dix je fais moins de 22 km, cependant je parcours en moyenne 52,4 km par jour. »

53 1. On obtient le tableau complété :

mode de paiement montant	espèces	chèque	carte bancaire	total
[0 ; 200[	58	203	196	457
[200 ; 500[	3	64	28	95
[500 ; 1000[	0	21	12	33
total	61	288	236	585

2. a) 49,2 % b) 78,1 %

3. $\bar{x} \approx 177,26$

4. $\bar{x}_1 \approx 112,30$ $\bar{x}_2 \approx 202,95$ $\bar{x}_3 \approx 162,71$

5. On peut vérifier que :

$$\bar{x} = \frac{61 \times \bar{x}_1 + 288 \times \bar{x}_2 + 236 \times \bar{x}_3}{585}$$

54 1. 18 % de 150 égale 27 et 64 % de 150 égale 96 d'où le tableau complété :

moyen de transport durée du trajet	bus	auto	deux roues	autre
[0 ; 10 [	30	9	4	0
[10 ; 20 [	35	11	3	1

moyen de transport \ durée du trajet	bus	auto	deux roues	autre
[20 ; 40 [	19	4	5	2
[40 ; 60]	12	5	7	3

2. 93 sur 150 soit 62 %.
3. 84 sur 123 soit environ 68,3 %.
4. $\bar{x} \approx 21,4$ $\sigma \approx 15,9$
5. Intervalle « normal » : [5,5 ; 37,3]

55 1. Pour Perros-Guirec, $\bar{x} \approx 1,20$ $\sigma \approx 0,48$
 Pour Biscarrosse, $\bar{x} \approx 1,19$ $\sigma \approx 0,70$
 Pour Abdel la destination est indifférente car les moyennes sont quasiment égales mais pour Boris c'est Perros-Guirec.
 2. Pour Perros-G. : Me = 1,1 ; $Q_1 = 0,9$; $Q_3 = 1,5$.
 Pour Biscarrosse : Me = 1 ; $Q_1 = 0,7$; $Q_3 = 1,2$.
 Pour Abdel, léger avantage à Perros-Guirec, pour Boris léger avantage à Biscarrosse (écart interquartile plus faible).

56 2. On utilise les formules :
 =MOYENNE(A1:A10000)
 et =ECARTYPEP(A1:A10000)

3. On utilise la formule =MAX(A1:A10000).
 Un spermatozoïde va atteindre l'ovule si le résultat obtenu est supérieur à 15. C'est très improbable avec seulement 10 000 spermatozoïdes puisqu'environ un spermatozoïde sur un million atteint l'ovule.

4. On utilise les formules :
 =MEDIANE(A1:A10000),
 =QUARTILE(A1:A10000;1)
 et =QUARTILE(A1:A10000;3).

Sur les 10 000 spermatozoïdes considérés, seulement la moitié parcourt plus de la médiane, un quart parcourt moins du premier quartile et seulement un quart parcourt plus du troisième quartile.

57 1. $m = \frac{n}{2}$ n'est pas nécessairement un entier.

La variable m doit donc être déclarée comme un nombre réel.

2. Avec $n = 15$, on obtient $p = 4$, $q = 12$ et $m = 7,5$.

m n'est pas égal à son arrondi (ce qui signifie que m n'est pas un nombre entier, et donc que n est impair), donc l'algorithme va afficher : « La médiane est la 8^e valeur. », puis « Q1 est la 4^e valeur. » et « Q3 est la 12^e valeur. »

Avec $n = 20$, on obtient $p = 5$, $q = 15$ et $m = 10$ m est égal à son arrondi (ce qui signifie que m est un nombre entier, et donc que n est pair), donc l'algorithme va afficher : « La médiane est la moyenne de la 10^e et de la 11^e valeurs. », puis « Q1 est la 5^e valeur. » et « Q3 est la 15^e valeur. »

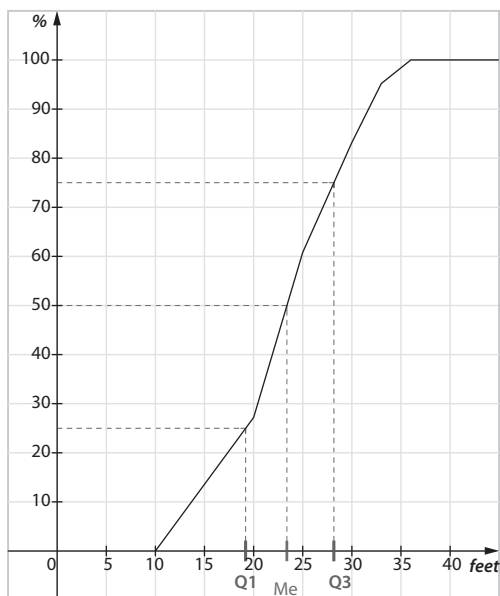
Let's do some math!

58 Mean age today 27.4 years; three years from now 30.4 and four years ago 23.4.

59 $238 - (28 + 26) + (17 + 20) = 221$
 The new mean age is 22.1 years.

60 1. Mean height: 23.2 feet.

2.



Me $\approx$ 23 $Q_1 \approx$ 19 $Q_3 \approx$ 28

The interquartile range is 9.

3. About 90% of trees are higher than 32 feet.

61 1. Mean is 2.6 and standard deviation 1.3.

2. Mean is 2.6 and standard deviation 0.9.

In the second test the results are more homogeneous.

62 In the first test, Me = 2.5 and the interquartile range is 2.

In the second, Me = 3 and the interquartile range is 1.

So we find again that the results are more homogeneous in the second test.

Vers le bac p. 145

Exercice 1 :

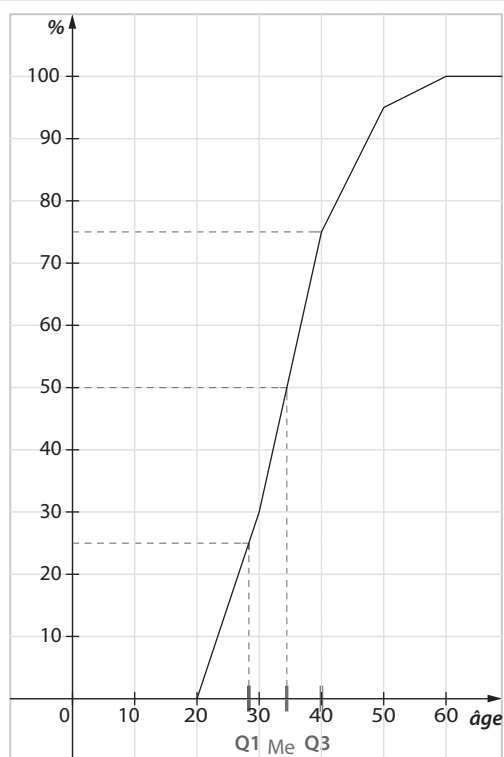
1. b 2. c 3. a 4. c 5. b 6. a

Exercice 2 :

1. a)

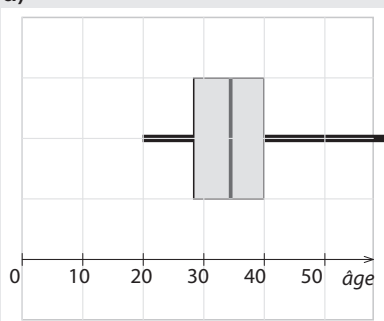
âge	effectif	fréquence	fréquence cumulée	centre de classe
[20 ; 30 [	54	0,30	0,30	25
[30 ; 40 [	81	0,45	0,75	35
[40 ; 50 [	36	0,20	0,95	45
[50 ; 60 [	9	0,05	1	55
total	180	1		

b)



c) On lit : $Me \approx 34$; $Q_1 \approx 28$; $Q_3 \approx 40$

d)



e) $\bar{x} = 35$; $\approx 8,4$.

2. Dans cette deuxième entreprise, les employés sont globalement plus âgés (médiane et moyenne plus élevées) avec une plus grande disparité (écart interquartile et écart type plus élevés).

Chapitre 6

Probabilités

Prérequis

Cette partie du programme traitée est une reprise à l'identique de celui de Seconde, la seule nouveauté est l'étude de cas où les événements élémentaires ne sont pas équiprobables : les élèves ont cependant probablement déjà rencontré ces cas l'année dernière.

Les élèves connaissent les probabilités depuis la classe de 3^e.

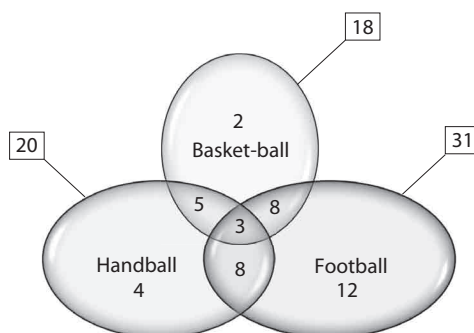
Nous avons fait le choix dans les activités de revenir sur le lien entre probabilités et fréquences.

Avant de commencer p. 146

1.

section \ sexe	garçon	filles	total
seconde	42	60	102
première	53	27	80
terminale	80	108	188
BTS	78	52	130
total	253	247	500

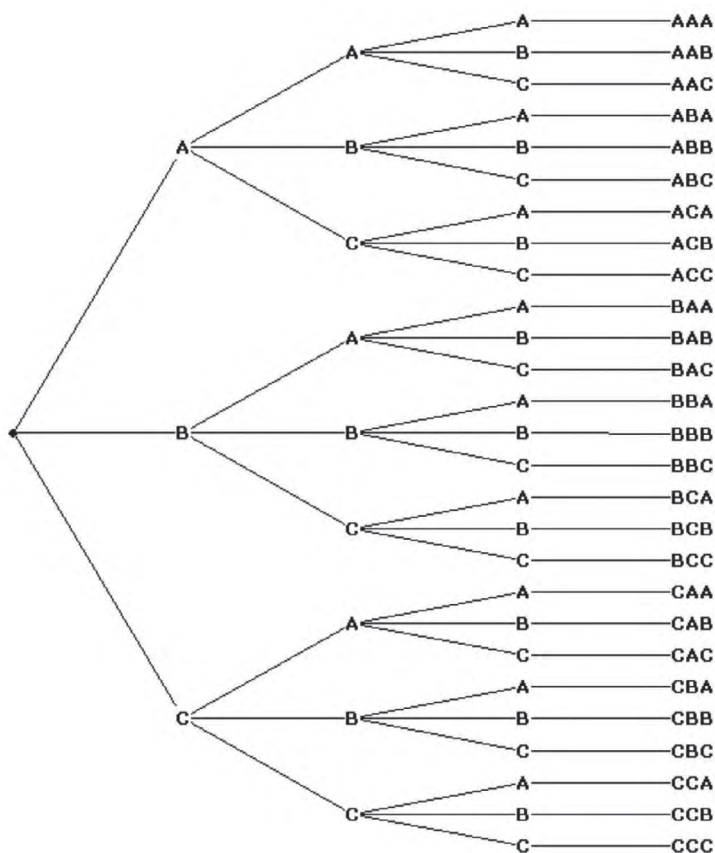
2. a)



b) $4 + 8 + 3 + 5 + 8 + 12 + 2 = 42$

Donc 8 des 50 élèves ne pratiquent aucun de ces trois sports.

3. a)



b) On peut donc construire 27 codes, soit 3^3 .

Activités p. 148

1 Les joies du hasard

Objectif : Cette activité a pour but :

- dans le 1. : de réactiver le vocabulaire des probabilités : expérience aléatoire, univers, événement ;
- dans le 2. : de rappeler le lien entre fréquences et probabilité, mais surtout d'utiliser un tableau à double entrée pour calculer des fréquences et de réactiver le vocabulaire concernant l'intersection et la réunion d'événements.

La question d) sera l'occasion de rappeler la formule : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

1. a) Le spectateur sort un perroquet, le spectateur sort une colombe, le spectateur sort un animal noir...

b) Oui. En effet, pour chacune des trois expériences on peut écrire l'univers sous la forme : $\Omega = \{PV ; LN ; LN ; LB ; CB ; CB\}$.

L'expérience aléatoire initiale correspond donc bien au fait de choisir au hasard un élément parmi les six que comporte Ω .

2. a) Proportion de lapins extraits par les spectateurs : $\frac{242}{480} = \frac{121}{240} \approx 0,504$.

L'organisateur peut estimer que la moitié des animaux à l'intérieur du chapeau sont des lapins et qu'alors, $p(L) = \frac{1}{2}$. Ce résultat est cohérent puisque le chapeau comporte 3 lapins parmi les 6 animaux soit :

$$p(L) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

b) Proportion d'animaux blancs extraits du chapeau par l'ensemble des spectateurs :

$$\frac{240}{480} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

L'organisateur peut estimer que la moitié des animaux à l'intérieur du chapeau sont blancs et qu'alors, $p(B) = \frac{1}{2}$. Ce résultat est cohérent puisque le chapeau comporte 3 animaux blancs parmi les 6 animaux soit :

$$p(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

c) $L \cap B$: « l'animal extrait est un lapin **et** est un animal blanc » c'est-à-dire « l'animal extrait est un lapin blanc ».

$$\frac{81}{240} = \frac{27}{160} = 0,16875$$

Or, $p(L \cap B) = \frac{1}{6} \approx 0,167$.

d) $L \cup B$: « l'animal extrait est un lapin **ou** est un animal blanc ».

$$\frac{242 + 240 - 81}{480} = \frac{401}{480} \approx 0,835$$

Or, $p(L \cup B) = p(L) + p(B) - p(L \cap B)$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \approx 0,833$$

2 Une ou deux urnes

Objectif : Cette activité est basée sur une expérience aléatoire dont les issues ne sont pas équiprobables.

Elle permet progressivement d'amener cette notion. Elle permet également d'introduire la notion de loi de probabilité.

1. Répartition 1 : Cette répartition correspond à un cas d'équiprobabilité entre les issues 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4.

Elle ne peut convenir car il manque par exemple l'issue correspondant à la somme 5 (2 + 3) ou à la somme 6 (2 + 4).

Répartition 2 : Cette répartition correspond à un cas d'équiprobabilité entre les issues 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.

Elle ne peut convenir car il devrait être deux fois plus fréquent d'obtenir par exemple la somme 4 (0 + 4 ou 1 + 3) que la somme 0 (0 + 0).

Répartition 3 : Cette répartition semble convenir.

2. Cette simulation confirme la réponse du 1. En effet, la fréquence des sommes 4 et 5 est le double de celle des autres sommes.

3. a)

	0	3	4
0	0	3	4
1	1	4	5
2	2	5	6

b) La loi de probabilité de cette expérience aléatoire est donc la suivante :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	total
p_i	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

Chaque événement élémentaire n'est pas équiprobable. On peut constater que la somme des probabilités des événements élémentaires est bien égale à 1.

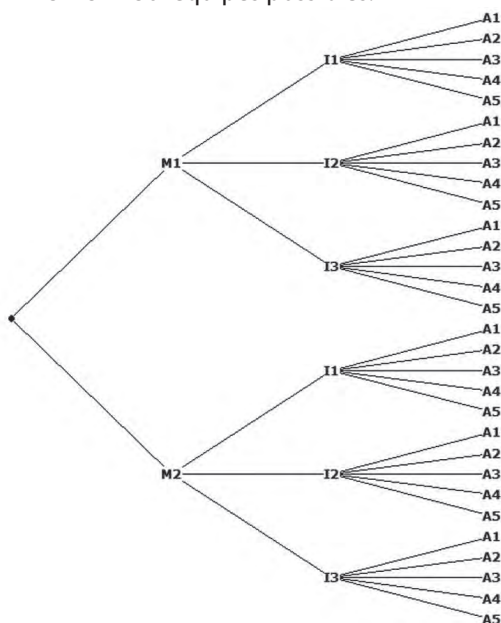
4. En fait, tout se passe comme si on tirait une seule boule dans une urne en comportant 9 : une boule portant le numéro 0 ; une boule portant le numéro 1 ; une boule portant le numéro 2 ; une boule portant le numéro 3 ; une boule portant le numéro 6 ; deux boules portant le numéro 4 et deux boules portant le numéro 5.

Exercices d'application p. 151 à 153

1 Soit 37 personnes.



2 Il y a donc $2 \times 3 \times 5 = 30$ équipes possibles.



3 1. $p(S) = \frac{2788}{31627} \approx 0,088$ et $p(F) = \frac{16662}{31627} \approx 0,527$

2. a) $\bar{S}$: « la fiche est celle d'un enfant qui n'a pas été exposé à un danger de violence sexuelle »

$$p(\bar{S}) = 1 - p(S) = 1 - \frac{2788}{31627} \approx 0,912$$

b) $S \cap F$: « la fiche est celle d'une fille qui a été exposée à un danger de violence sexuelle »

$$p(S \cap F) = \frac{1930}{31627} \approx 0,061$$

c) $S \cup F$: « la fiche est celle d'une fille ou d'un enfant qui a été exposé à un danger de violence sexuelle »

$$p(S \cup F) = p(F) + p(S) - p(S \cap F) \approx 0,554$$

3. $p(\bar{F} \cap S) = \frac{858}{31627} \approx 0,027$

Laboratoire TICE p. 154

1 Simulation de lancers de dés

Les élèves ont probablement rencontré ce type d'activités les années précédentes. Cette activité est donc prévue pour être réalisée par les élèves en autonomie en salle informatique. L'aide du professeur sera vraisemblablement nécessaire pour déterminer la formule recopiable dans la question 2. a) par exemple.

A. Lancer d'un dé à 6 faces

2. a) =NB.SI(\$A:\$A;D2) peut être entrée dans la cellule D3 et recopiée vers la droite.

b) =SOMME(D3:I3)

c) =D3/\$J3 ou =D3/\$J\$3

d) Un clic droit sur l'axe, puis mise en forme de l'axe, permet de fixer les valeurs minimales et maximales.

e) Tout est bien sûr relatif, mais on peut considérer que les fréquences fluctuent beaucoup avec 100 lancers.

f) Les fréquences fluctuent moins avec 1 000 lancers, et beaucoup moins avec 10 000 lancers. Elles se rapprochent de $\frac{1}{6} = 0,166\dots$

B. Lancer de deux dés à 6 faces

1. On utilise la formule =ALEA.ENTRE.BORNES(1;6).

2. = A2+B2 ou =SOMME(A2:B2)

3. En E3 : =NB.SI(\$C:\$C;E2) à recopier vers la droite

En P3 : =SOMME(E3:O3)

En E4 : =E3/\$P3 à recopier vers la droite

4. Les fréquences fluctuent beaucoup.

5. Même constatation que dans l'activité précédente. Plus le nombre de lancers est grand, moins les fréquences fluctuent.

6.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

résultat	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	total
probabilité	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

Les fréquences obtenues dans la dernière simulation (avec 10 000 lancers) sont bien sûr très proches des probabilités.

2 Allergies alimentaires

La formulation des questions sous-entend que cet exercice doit être réalisé sur tableur en salle informatique mais il est tout à fait possible de le transformer en exercice « tableur sur papier » en remplaçant « Entrer une formule ... » par « Quelle formule doit-on entrer... ».

1. =G2*D4

2. En B3 : =B4-B2 En C2 : =D2-B2

En C4 : =D4-B4 En C3 : =C4-C2

En D3 : =D4-D2

3. En G1 : =D2/D4

4. En G3 : =B2/D4 En G4 : =G1+G2-G3

5. Par exemple, 1 632 enfants sont allergiques au gluten mais pas aux fruits secs, 6 000 enfants ne sont pas allergiques au gluten...

La probabilité que l'enfant soit allergique aux fruits secs est 0,23 ou, dans cette étude, 23 % des enfants sont allergiques aux fruits secs.

La probabilité que l'enfant soit allergique aux fruits secs et au gluten est 0,046.

La probabilité que l'enfant soit allergique aux fruits secs ou au gluten est 0,434.

QCM p. 157

1. c 2. c 3. a 4. c 5. a 6. b 7. a
8. c 9. b 10. a

À l'oral p. 158

4 1. $\Omega = \{FFF; FFP; FPF; FPP; PFF; PFP; PPF; PPP\}$

2. $A = \{PPF; PFP; FPP; PPP\}$
 $B = \{PFF; FPF; FFP; FFF\}$

3. B est l'événement contraire de A.

4. $A \cup B = \Omega$.

5 $9^5 = 59\,049$

6 $1.8^4 = 4\,096$

2. a) $7^4 = 2\,401$ b) $4\,096 - 2\,401 = 1\,695$

7 $1.3^5 = 243$

2. Probabilité d'avoir tout faux : $\frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$
Probabilité d'avoir au moins une réponse juste :

$$1 - \frac{32}{243} = \frac{211}{243}$$

8 1. Soit x le nombre de boules blanches.
 $9 + x + 3x = 25$ donc $x = 4$.
Il y a 4 boules blanches et 12 boules noires.

2. $\frac{12}{25} = 0,48$

9 $1. 200 - (32 + 45 + 17) = 106$

2. a) $\frac{62}{200} = 0,31$ b) $\frac{17}{200} = 0,085$

c) $\frac{94}{200} = 0,47$

10 1.

catégorie \ sexe	A	B	total
femme	31	41	72
homme	36	12	48
total	67	53	120

2. a) $p(A) = \frac{67}{120}$ $p(F) = \frac{72}{120} = \frac{3}{5}$

b) $A \cap F$: « l'employé choisi est une femme de la catégorie A »

$$p(A \cap F) = \frac{31}{120}$$

$$c) p(A \cup F) = \frac{108}{120} = \frac{9}{10}$$

11 a) Si A et B étaient incompatibles, on aurait :

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) = 1,05$ or ceci est impossible.

b) $p(A \cap B) = 0,2$

c) $p(\bar{A} \cap B) = 0,28$ $p(A \cap \bar{B}) = 0,37$

Pour s'entraîner p. 159

1 – Vocabulaire des probabilités

12 1. $\bar{A} = \{a, d, f\}$; $A \cap B = \{b, g\}$

$$A \cup B = \{b, c, d, e, g\}$$

2. $A \cap B \neq \emptyset$ donc A et B ne sont pas incompatibles.

3. $C = \{a, d\}$

13 1. A et R sont incompatibles.

A et C ne sont pas incompatibles car l'as de cœur appartient à ces deux événements.

2. $R \cap C = \{RC\}$

$$A \cap \bar{C} = \{AP; AK; AT\}$$

$$A \cap F = \emptyset$$

$$A \cup R = \{AP; AC; AK; AT; RP; RC; RK; RT\}$$

$$R \cup F = \{RP; RC; RK; RT; DP; DC; DK; DT; VP; VC; VK; VT\}$$

14 1. 36

2. $T = \{(3; 6), (4; 5), (4; 6), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)\}$

$$D = \{(2; 1), (4; 2), (6; 3)\}$$

$$T \cap M = \{(5; 5), (6; 6)\} \quad D \cap T = \{(6; 3)\}$$

$$D \cap M = \emptyset$$

3. a) D et M sont incompatibles.

b) $D \cap T$ est un événement élémentaire.

15 1.

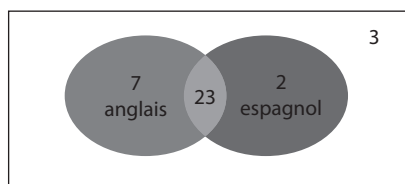
$A \cap E$: « il étudie l'anglais et l'espagnol »

$A \cup E$: « il étudie l'anglais ou l'espagnol »

$\bar{A}$: « il n'étudie pas l'anglais »

$A \cap \bar{E}$: « il étudie l'anglais et il n'étudie pas l'espagnol ».

2. 3 élèves n'étudient ni l'anglais ni l'espagnol.



16 1. $A = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24\}$
 $B = \{4; 8; 12; 16; 20; 24\}$
 $C = \{5; 10; 15; 20; 25\}$

2. $A \cap B = \{12; 24\}$

$A \cap C = \{15\}$

$B \cap C = \{20\}$

$A \cap \bar{B} = \{3; 6; 9; 15; 18; 21\}$

3. $A \cap B \cap C = \emptyset$

17 1. $2^4 = 16$

2. a) 4 b) $16 - 1 = 15$

18 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

19 38 personnes sont abonnées à la revue A ou à la revue B.

$30 + 25 - 38 = 17$ personnes sont abonnées aux deux revues.

20 1. Toutes les formules proposées fonctionnent à part $=SI(A2=2;A2;0)$.

2. $=ALEA.ENTRE.BORNES(0;2)$

3. $=B2+C2$

4. $=NB.SI(\$D:\$D;G1)/10000$

2 – Probabilité d'un événement

21 1. a) $3 \times 0,16 + 2 \times 0,26 = 1$: proposition possible

b) $2 \times 0,3 + 0,25 + 2 \times 0,15 = 1,15$: proposition impossible

c) $2 \times \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{12}{12} = 1$: proposition possible

2. $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = \frac{1}{5}$

22 1. $2 \times 0,1 + 0,35 + 3x = 1 \Leftrightarrow x = 0,15$

2. a) $C = \bar{A}$

b) $p(A) = p_3 + p_5 = 0,3$

$p(B) = p_1 + p_3 + p_6 = 0,6$;

$p(C) = p_1 + p_2 + p_4 + p_6 = 0,7$

c) $A \cap B = \{e_3\}$; $p(A \cap B) = p_3 = 0,15$

$A \cup B = \{e_1; e_3; e_5; e_6\}$; $p(A \cup B) = 0,75$

23 1. 9 résultats possibles :

11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33.

2. Ces résultats ne sont pas équiprobables.

Par exemple, le résultat 11 a une probabilité de $\frac{1}{15}$ alors que le résultat 12 a une probabilité de $\frac{2}{15}$.

24 1. Résultats possibles : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.

2.

	1	1	1	2	2	3
1	2	2	2	3	3	4
1	2	2	2	3	3	4
1	2	2	2	3	3	4
2	3	3	3	4	4	5
2	3	3	3	4	4	5
3	4	4	4	5	5	6

résultat	2	3	4	5	6	total
probabilité	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{36}$	1

25 1. Le nombre de cas possibles est $32 \times 32 = 1024$. On peut représenter la situation par un arbre avec 32 possibilités pour la première branche et 32 pour la deuxième. Le nombre de cas favorables est $28 \times 28 = 784$. Ce sont tous les chemins qui ne contiennent pas d'As sur l'arbre.

Alors $p = \frac{784}{1024} = \frac{49}{64}$.

2. Le nombre de cas possible est : $64 \times 63 = 4032$.

Arbre avec 64 possibilités pour la première branche et 63 pour la deuxième. Le nombre de cas favorables est $56 \times 55 = 3080$.

Alors $p' = \frac{3080}{4032} = \frac{55}{72}$.

3. Ces deux expériences ne sont donc pas équivalentes.

26 1.

	A	B	total
pulls	6	42	48
sweat-shirts	24	28	52
total	30	70	100

2. a) $p(P) = 0,48$ $p(S) = 0,52$

b) $P \cap A$: « c'est un pull et il provient de l'atelier A ». On a : $p(P \cap A) = 0,06$.

$S \cap B$: « c'est un sweat-shirt et il provient de l'atelier B ». On a : $p(S \cap B) = 0,28$.

3. $\frac{6}{48} = 0,125$

27 1.

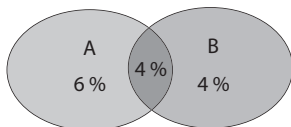
	au foyer	salariée	total
moins de 30 €	98	21	119
entre 30 et 100 €	196	28	224
plus de 100 €	0	7	7
total	294	56	350

2. a) $\frac{56}{350} = 0,16$ $p(B) = 0,34$

$p(A \cap B) = \frac{21}{350} = 0,06$

$p(A \cup B) = 0,16 + 0,34 - 0,06 = 0,44$

28 1.



2. a) $100\% - 14\% = 86\%$

b) 6% c) 4%

29 La probabilité de tirer une boule rouge est donc $0,3 = \frac{9}{n}$ où n est le nombre total de boules.

Donc $n = \frac{9}{0,3} = 30$.

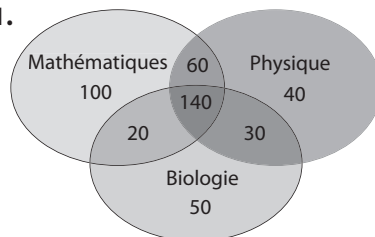
Il y a 6 boules blanches et 15 boules noires.

30 On peut utiliser un tableau de fréquences ou d'effectifs.

	B	C	L	total
satisfait	12%	45%	8%	65%
pas satisfait	18%	15%	2%	35%
total	30%	60%	10%	100%

a) 8% b) 45% c) 12%

31 1.



2. a) $\frac{60}{800} = 0,075$

b) $\frac{50}{800} = 0,0625$

c) $\frac{360}{800} = 0,45$ car 440 élèves aiment au moins une de ces trois matières (on additionne tous les nombres du diagramme).

32 1.

	Alpha	Bêta	Gamma	total
défectueuse	1,2	0,9	0,4	2,5
non défectueuse	58,8	29,1	9,6	97,5
total	60	30	10	100

2. a) $p(A \cap D) = 0,012$; $p(B \cap D) = 0,009$;

$p(G \cap D) = 0,004$ et $p(D) = 0,025$.

b) $p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) + p(G \cap D)$

En effet les événements $A \cap D$, $B \cap D$ et $G \cap D$ sont disjoints et leur réunion est égale à D .

33 1.

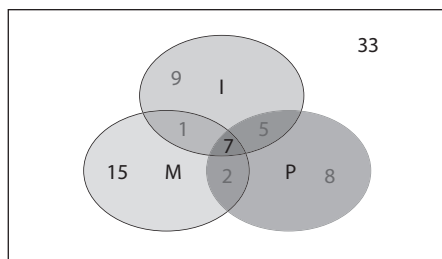
	A	G	M	total
S	30	24	18	72
$\bar{S}$	20	6	2	28
total	50	30	20	100

2. $p(M) = 0,2$ $p(\bar{M}) = 0,8$ $p(G \cap S) = 0,24$

$p(M \cap \bar{S}) = 0,02$.

3. $\frac{24}{72} = \frac{1}{3}$

34 1. a) On obtient le diagramme suivant :



b) Alors, $n = 80$.

2. a) $\frac{8}{80} = 0,1$ b) $\frac{2}{80} = 0,025$

35 1.

	intéressé	pas intéressé	total
moins de 25 ans	560	140	700
de 25 à 50 ans	150	550	700
plus de 50 ans	90	510	600
total	800	1 200	2 000

2. a) $p(A) = 0,4$ $p(B) = 0,35$

b) $\bar{B}$: « la personne interrogée a moins de 25 ans ou plus de 50 ans »

$p(\bar{B}) = 0,65$

c) $A \cap B$: « la personne interrogée est intéressée par internet et a entre 25 et 50 ans »

$p(A \cap B) = 0,075$

$p(A \cup B) = 0,4 + 0,35 - 0,075 = 0,675$

3. $\frac{140}{1200} = \frac{7}{60}$

36 1.

1 ^{er} jeton \ 2 ^e jeton	1	2	3	4	5
jaune	1	2	3	4	5
rouge	2	3	4	5	6
bleu	0	1	2	3	4
noir	0	0	0	0	0

2.

x	0	1	2	3	4	5	6
$p(G=x)$	$\frac{6}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

3. $\frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{2}{20} + \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$

37 1.

	malade	non malade	total
test positif	891	582	1473
test négatif	9	28518	28527
total	900	29100	30 000

2. a) $p(T) = \frac{1473}{30000} \approx 0,049$; $p(M) = 0,03$.

b) $\bar{T}$: « le test est négatif pour l'individu choisi » ; $p(\bar{T}) \approx 0,951$.

c) $M \cup T$: « l'individu choisi est malade ou son test est positif ».

$M \cap T$: « l'individu choisi n'est pas malade et son test est positif ».

d) $p(M \cup T) \approx 0,049$; $p(M \cap T) \approx 0,019$

3. $\frac{891}{1473} \approx 0,605$ soit environ 60,5 %.

Donc 39,5 % des personnes hospitalisées l'ont été pour rien !

38 1. $p(\bar{I}) = 1 - x$.

2.

	C	$\bar{C}$	total
I	$0,1x$	$0,9x$	x
$\bar{I}$	$0,8(1-x)$	$0,2(1-x)$	$1-x$
total	$0,8 - 0,7x$	$0,2 + 0,7x$	1

3. $0,8 - 0,7x = 0,625 \Leftrightarrow x = 0,25$

Le tableau devient alors :

	C	$\bar{C}$	total
I	0,025	0,225	0,25
$\bar{I}$	0,6	0,15	0,75
total	0,625	0,375	1

4. $\frac{0,025}{0,625} = 0,04$

5. On ajoute (la probabilité que la personne soit coupable et pas condamnée) et (la probabilité que la personne soit innocente et condamnée) :

$0,15 + 0,025 = 0,175$.

39 1. a) $9 = 6 + 2 + 1 = 5 + 3 + 1$

$= 5 + 2 + 2 = 4 + 3 + 2 = 4 + 4 + 1 = 3 + 3 + 3$

$10 = 6 + 3 + 1 = 6 + 2 + 2 = 5 + 4 + 1$

$= 5 + 3 + 2 = 4 + 4 + 2 = 4 + 3 + 3$

b) Les totaux possibles vont de 3 à 18, il y en a donc 16.

c) Les probabilités d'obtenir 9 et 10 seraient donc égales à $\frac{6}{16} = 0,375$.

d) En fait les différents totaux possibles ne sont pas des événements équiprobables comme va le montrer le 2.

2. a) Il y a 6 résultats possibles pour chacun des 3 dés donc $6 \times 6 \times 6 = 216$ issues (équiprobables).

b)

1 ^{er} dé	2 ^e dé	3 ^e dé
6	2	1
6	1	2
2	6	1
2	1	6
1	6	2
1	2	6
5	3	1
5	1	3
3	5	1
3	1	5
1	5	3
1	3	5
5	2	2
2	5	2
2	2	5
4	3	2
4	2	3
3	4	2
3	2	4
2	4	3
2	3	4
4	4	1
4	1	4
1	4	4
3	3	3

On trouve bien 25 issues correspondant à un total de 9.

c) Pour le total de 10, on trouve 27 issues.

d) $p(A) = \frac{25}{216}$ $p(B) = \frac{27}{216}$

Il est donc « normal » que le total 10 apparaisse un peu plus souvent.

40 1.

	voiture	bus	vélo	à pied	total
favorable	208	60	30	0	298
défavorable	52	12	10	28	102
total	260	72	40	28	400

2. a)

$$p(E) = \frac{260}{400} = 0,65 \quad p(F) = \frac{298}{400} = 0,745$$

$$p(G) = \frac{208}{400} = 0,52$$

b) $\bar{E}$: « il ne vient pas en voiture »

$E \cup F$: « il vient en voiture ou il est favorable au projet »

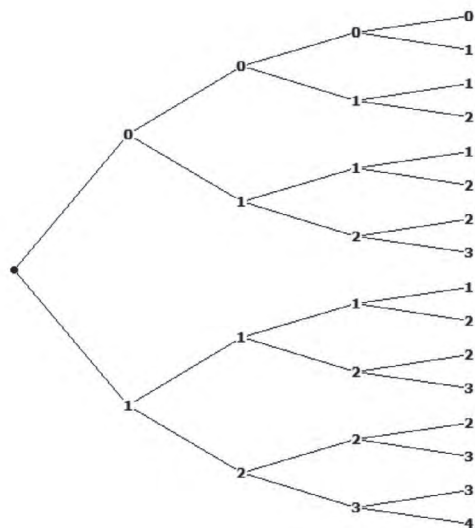
$$p(\bar{E}) = 0,35$$

$$p(E \cup F) = 0,65 + 0,745 - 0,52 = 0,875$$

41 1. a) 5 résultats possibles (de 0 à 4)

b) On peut faire un arbre en indiquant à chaque nœud 0 ou 1 et sommer les 1 pour chaque chemin ou bien indiquer directement à chaque nœud les valeurs prises par p comme dans l'arbre suivant : au départ, $p = 0$, puis à chaque tirage, p peut augmenter de 1 ou pas. Tous les tirages sont équiprobables, donc la probabilité de chaque résultat s'obtient par

$\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas total}}$.



valeur	0	1	2	3	4
probabilité	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

2. On lance 4 fois une pièce de monnaie et on compte le nombre de fois où la pièce tombe sur pile.

3. On peut espérer $p \approx 5\,000$ (sur 10 000 lancers de pièce, on obtient environ 5 000 piles).

42 1.

	a un ordinateur	n'a pas d'ordinateur	total
a un piano	44	9	53
a une guitare	66	27	93
n'a ni piano ni guitare	110	144	254
total	220	180	400

$$2. p(O) = 0,55 \quad p(P) = \frac{53}{400} = 0,1325 \\ p(G) = 0,2325$$

3. $O \cap P$: « l'élève a un ordinateur et un piano »
 $O \cup P$: « l'élève a un ordinateur ou un piano »
 $\bar{O} \cap \bar{G}$: « l'élève n'a pas d'ordinateur et a une guitare »

$\bar{O} \cup \bar{G}$: « l'élève n'a pas d'ordinateur ou a une guitare »

$\bar{P} \cap \bar{G}$: « l'élève n'a pas de piano et l'élève n'a pas de guitare », donc « l'élève n'a ni piano ni guitare »

$$p(O \cap P) = \frac{44}{400} = 0,11$$

$$p(O \cup P) = 0,55 + 0,1325 - 0,11 = 0,5725$$

$$p(\bar{O} \cap G) = \frac{27}{400} = 0,0675$$

$$p(\bar{O} \cup G) = 0,45 + 0,2325 - 0,0675 = 0,615$$

$$p(\bar{P} \cap \bar{G}) = \frac{254}{400} = 0,635$$

43 1. =SOMME(B5:E5)

$$2. =B5*100/\$F5$$

$$3. a) p(A) = \frac{389005}{784974} \approx 0,50$$

$$p(B) = \frac{38080}{784974} \approx 0,05$$

b) $A \cap B$: « la fiche choisie est celle d'une fille en retard de deux ans ou plus »

$$c) p(A \cap B) = \frac{17229}{784974} \approx 0,02$$

d) $A \cup B$: « la fiche choisie est celle d'une fille ou d'un élève en retard de deux ans ou plus »

$$e) p(A \cup B) \approx 0,50 + 0,05 - 0,02 \approx 0,53$$

$$f) \frac{12088}{395969} \approx 0,03$$

$$44 1. \frac{3000}{50000} = 0,06 = 6\%$$

2.

	femmes	hommes	total
0-12 ans	3 000	2 500	5 500
13-24 ans	2 000	2 500	4 500
25-44 ans	5 000	5 000	10 000
45-69 ans	9 500	6 500	16 000
70 ans ou plus	8 000	6 000	14 000
total	27 500	22 500	50 000

$$3. a) p(A) = \frac{27500}{50000} = 0,55$$

$$p(B) = \frac{14000}{50000} = 0,28$$

b) $A \cap B$: « la patient choisi est une femme et est âgé de plus de 70 ans »

$$p(A \cap B) = \frac{8000}{50000} = 0,16$$

$$c) p(C) = 0,55 + 0,28 - 0,16 = 0,67$$

$$4. \frac{8000}{27500} \approx 0,29$$

45 Partie A

$$1. E2 : =SOMME(B2:D2)$$

$$2. B5 : =SOMME(B2:B4)$$

$$3. B6 : =B5/\$E\$5$$

Partie B

$$1. p(N) = 0,36 ; p(C) = \frac{297}{675} = 0,44$$

$$2. p(C \cap N) = \frac{108}{675} = 0,16$$

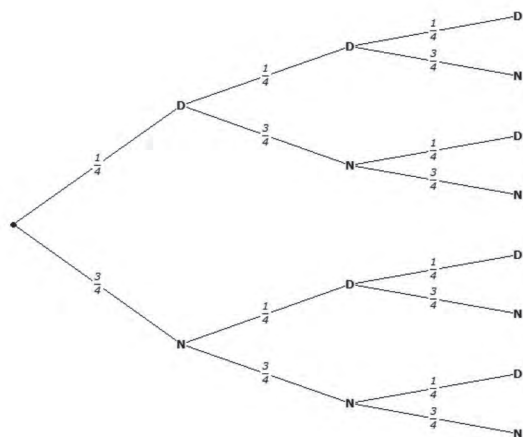
$$3. p(C \cup N) = p(C) + p(N) - p(C \cap N) = 0,64$$

Let's do some math!

46 (i) $\frac{2}{6-5} = \frac{1}{15}$ (ii) $\frac{2-4+4-2}{6-5} = \frac{8}{15}$

(iii) $\frac{4-3}{6-5} = \frac{6}{15}$

47 1.

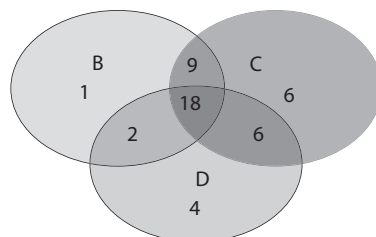


2. (i) $\frac{1}{64}$ (ii) $\frac{3}{64} \times 3 = \frac{9}{64}$

(iii) $\frac{9}{64} \times 3 = \frac{27}{64}$ (iv) $\frac{27}{64}$

3. $\frac{1}{64} + \frac{9}{64} + \frac{27}{64} + \frac{27}{64} = \frac{64}{64} = 1$

48



(i) 6 (ii) 4 (iii) $60 - 46 = 14$

Vers le bac p. 167

Exercice 1

1. c 2. b 3. b 4. c 5. a

Exercice 2

1.

	B	$\bar{B}$	total
R	1 280	1 600	2 880
$\bar{R}$	200	920	1 120
total	1 480	2 520	4 000

2. $p(B) = \frac{1480}{4000} = 0,37$ $p(R) = 0,72$

$p(B \cap R) = \frac{1280}{4000} = 0,32$

3. $\bar{B}$: « la fiche est celle d'un enfant qui n'a pas reçu le BCG »

$p(\bar{B}) = 0,63$

$B \cup R$: « la fiche est celle d'un enfant ayant reçu le BCG ou le ROR »

$p(B \cup R) = 0,37 + 0,72 - 0,32 = 0,77$

