

BAC 1 2026	MATHEMATIQUES	SERIE C4
<i>Session normale</i>	<i>Durée : 04 heures</i>	<i>Coefficient : 5</i>

EXERCICE 1 : 8pts

Monsieur EKUME, agriculteur vivant dans une zone montagneuse, cultive du maïs et du sorgho deux fois par an. En raison des difficultés d'approvisionnement en eau, particulièrement pendant la saison sèche, il décide d'installer un système de collecte d'eau de pluie le long d'un mur afin d'alimenter un grand réservoir.

Ce dispositif est constitué de deux tuyaux obliques de même longueur reliés à une gouttière et d'un tuyau vertical qui conduit l'eau vers le réservoir.

Sur la figure ci-contre, les segments $[AM]$, $[MB]$ et $[MR]$ représentent les tuyaux du système.

On donne : $AB = 10 \text{ m}$; $AD = 6 \text{ m}$; $\text{mes} \widehat{BAM} = x$, $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$, $(AB) \parallel (DC)$.

Monsieur EKUME souhaite déterminer la longueur totale minimale de tuyaux à acheter pour réaliser cette installation. Son fils Kodjo, élève en classe de 1^{re}C, affirme que la longueur totale des tuyaux, exprimée en mètres, est donnée par la fonction f définie sur $]0; \frac{\pi}{2}[$ par $f(x) = \frac{6\cos x - 5\sin x + 10}{\cos x}$.

Par ailleurs, soucieuses de ce problème d'eau, les autorités municipales envisagent la construction d'un barrage dans la localité. Ce projet nécessite la destruction d'une partie de la forêt sacrée et ne sera réalisé que si au moins 60 % des ménages y sont favorables.

Un sondage est alors effectué, et l'équipe technique constate que :

- le nombre p de ménages interrogés est égal au nombre d'entiers naturels à trois chiffres multiples de 2 ou de 3 ;
- le nombre q de ménages opposés au projet est égal au nombre d'entiers naturels à trois chiffres multiples à la fois de 2 et de 3.

Consigne 1 : Justifie l'expression de la fonction f proposée par Kodjo, puis détermine la longueur totale minimale des tuyaux que doit prévoir Monsieur EKUME.

Consigne 2 : À l'aide d'un raisonnement rigoureux, vérifie si les ménages sont favorables à la construction du barrage.

Barème

	<i>Pertinence</i>	<i>Correction</i>	<i>Cohérence</i>	<i>Perfectionnement</i>
<i>Consigne1</i>	1,25pt	1,25pt	1pt	0,5pt
<i>Consigne2</i>	1,25pt	1,25pt	1pt	0,5pt

EXERCICE 2 : 6pts

I. Choisis la ou les bonne(s) réponse(s) : 0,5pt $\times$ 6

1. Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$. Quel est l'ensemble de définition de la fonction φ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $\varphi(x) = f[\tan^2(x)]$?

a. $D_\varphi = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k\pi \right\}$; b. $D_\varphi = \mathbb{R}$; c. $D_\varphi = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$; d. $D_\varphi = \mathbb{R} - \{k\pi\}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

2. Le parking d'un hôtel comprend sept places disponibles. Trois automobilistes se présentent au parking et doivent stationner au hasard l'un après l'autre. Chaque véhicule ne peut occuper qu'une seule place. Quel est le nombre de possibilités de disposer ces véhicules ?

a. C_7^3 ; b. A_7^3 ; c. 7^3 ; d. 210.

3. Si r_1 est une rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ et r_2 une rotation d'angle $\frac{2\pi}{5}$ alors $r_1 \circ r_2$ est une rotation d'angle
- a. $\frac{11\pi}{15}$; b. $\frac{\pi}{15}$; c. $-\frac{19\pi}{15}$; d. aucune bonne réponse.
4. Soit $(x_i, y_i)_{1 \leq i \leq 10}$ une série statistique à deux caractères. On appelle covariance de cette série statistique, le nombre réel noté $Cov(X, Y)$ tel que $Cov(X, Y) =$
- a. $\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i y_i + \bar{x} \cdot \bar{y}$; b. $\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i y_i$; c. $\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}$; d. $\frac{1}{10} [\sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i \sum_{i=1}^{10} y_i]$
5. Soit $(\Delta) \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ et $(\Delta') \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3t' + 4 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$. Les droites (Δ) et (Δ') sont
- a) parallèles ; b) sécantes ; c) orthogonales ; d) aucune bonne réponse.
6. La suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite constante et non nulle. On a alors :
- a. $V_n - V_0 = 0$; b. $\frac{V_3}{V_5} = 1$; c. $\frac{V_3}{V_5} = -1$; d. $V_4 + V_7 = 2V_1$.
- II. Remplace les lettres au niveau des pointillés par les expressions convenables : 0,5pt $\times$ 6
1. Soit $f_\theta(x) = (\theta - 1)x^2 + (2\theta - 1)x + 2\theta - 1$ où θ est un paramètre réel et (C_θ) sa courbe représentative dans un repère. Si (C_θ) est une parabole alors (C_θ) admet un axe de symétrie d'équation : ...a... et le sommet S_θ de cette parabole décrit la courbe d'équation : ...b...
2. Soit $p(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ un polynôme de degré 3 où α, β, γ sont des réels donnés. Si p admet trois racines m, q et r alors on a : $mr + mq + rq = \dots$ c...
3. Soit δ un entier naturel tel que $\delta = 23q + 1$ et $\delta = 17q + 13$. L'écriture en base 9 de δ est ...d...
4. Soit (Γ) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace vérifiant l'équation : $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 3x + 8y - 3z + 8 = 0$. (Γ) est la...e... dont les éléments caractéristiques sont le centre de coordonnées ...f... et de rayon...g...

EXERCICE 3 : 6pts

Les parties I et II sont indépendantes.

I. Dans le plan, on considère le triangle équilatéral ABC de côté a . On désigne par I le milieu du segment $[BC]$ et par O le centre de gravité du triangle ABC . Les points K et J sont tels que $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AC}$.

1. Démontre que les points O, A et I sont alignés. 0,5pt
2. On désigne par G le barycentre des points $(A; -1), (B; 2)$ et $(C; 2)$. 1pt
- a. Calcule AG^2, BG^2 et CG^2 en fonction de a . 0,5pt
- b. Démontre que le triangle AGC est rectangle en C .
3. On désigne par (d) l'ensemble des points M du plan tel que $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}), \overrightarrow{CG} = a^2$. 0,5pt
- a. Montre que le point A appartient à (d) . 0,75pt
- b. Détermine l'ensemble (d) .

II. Soit h une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ et u un réel non nul tels que pour tout réel x appartenant à l'ensemble de définition D_h de h , le produit ux appartient à D_h et on a : $h(ux) - h\left(-\frac{1}{u}x\right) = \left(\frac{1+u^2}{u}\right)h(x)$. (A)

1. On suppose que h est une fonction rationnelle dont le dénominateur est un polynôme du premier degré. 0,5pt
- a. Montre que $D_h = \mathbb{R} - \{0\}$. 0,5pt
- b. Démontre que h est impaire. 0,5pt
- c. Déduis-en que pour tout $x \in D_h, h'(x) + h'(-x) = 2h'(x)$.
2. On considère la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \frac{1}{x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) . 0,5pt
- a. Montre que g vérifie la condition (A). 0,75pt
- b. Démontre que (C) est symétrique par rapport à la droite : $y = -x$.