

EXERCICE 1 : 4pts

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires d'une entreprise exprimé en millions de francs CFA, pendant les huit dernières années consécutives.

	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Numero de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires (y_i)	40	60	60	80	95	100	110	120

1.1. Représente le nuage de points associés à la série statistique ($x_i ; y_i$) dans le plan muni d'un repère orthonormé. (1cm pour une année en abscisse ; 1cm pour 20 millions en ordonnées). 0,5pt

1.2. Calcule les coordonnées du point moyen G et représente-le sur la figure précédente. 0,75

2.1. Calcule le coefficient de corrélation linéaire de la série ($x_i ; y_i$). Un ajustement affine peut-il être envisagé ? Justifie ta réponse. 1,25pt

2.2. Détermine par la méthode des moindres carrés l'équation de la droite de régression linéaire (Δ) de y en x . (on donnera les coefficients à 10^{-2} près). 0,5pt

2.3. Trace la droite dans le même repère que celui du nuage des points. 0,25pt

3. On suppose que la tendance constatée se maintient dans les années avenir.

3.2. Donne une estimation en millions de francs CFA du chiffre d'affaires de cette entreprise en 2030. 0,25pt

3.2. En quelle année le chiffre d'affaires de cette entreprise dépassera-t-il 350 millions. 0,5pt

Exercice 2 : 4pts

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1,1,1)$; $B(3,2,0)$. Le plan (P) passant par le point B et admettant le vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour vecteur normal ; le plan (Q) d'équation : $x - y + 2z + 4 = 0$; la sphère de centre A et de rayon AB.

1.1. Montre qu'une équation cartésienne du plan (P) est : $2x + y - z - 8 = 0$. 0,25pt

1.2. Détermine une équation cartésienne de la sphère (S). 0,5pt

2.1. Calcule la distance du point A au plan (Q). 0,5pt.

En déduis que le plan (Q) est tangent à la sphère (S). 0,25pt

2.2. Le plan (P) est-il tangent à la sphère (S) ? 0,25pt

3. On admet que le projeté orthogonal de A sur le plan (Q), noté C, a pour coordonnées $(0 ; 2 ; -1)$.

3.1. Prouve que les plans (P) et (Q) sont sécants. 0,25pt

3.2. Soit (D) la droite d'intersection des plans (P) et (Q). Montre qu'une représentation paramétrique de la droite (D) est :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad (0,75pt)$$

3.3. Vérifie que le point A n'appartient pas à la droite (D). 0,25pt

TSVP

d

On appelle (π) le plan défini par le point A et la droite (D). L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? « Tout point du plan (π) est équidistant des points B et C ». Justifie ta réponse. 1pt

PROBLEME : 12pts

A. Soit α , un nombre réel et f_α la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f_\alpha(x) = \frac{x^2 - 2x \cos \alpha - 3}{x \cos \alpha + 1}$. On désigne par (C_α) la courbe représentative de f_α dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Détermine suivant les valeurs de α , la condition d'existence D_α de f_α . 1pt
2. Montre que toutes les courbes (C_α) sauf deux familles passent par trois points fixes que l'on précisera. 0,75pt
3. Quelle est la nature des courbes (C_0) ; $(C_{\frac{\pi}{2}})$ et (C_π) . 0,75pt

Dans la suite on suppose $\alpha \in]0; \pi[- \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$.

- 4.1. Calcule les limites de f_α aux bornes de D_α . 1pt
- 4.2. Calcule la dérivée $f'_\alpha(x)$. 0,5pt
- 4.3. Etudie le signe de $f'_\alpha(x)$ suivant les valeurs de x et suivant les valeurs de α . 0,75pt
- 4.4. Déduis le sens de variation de f_α et dresse les tableaux de variation de f_α . 1,5pt
- 5.1. Détermine en fonction de α , les réels a , b et c tel que $\forall x \in D_\alpha; f_\alpha(x) = ax + b + \frac{c}{x \cos \alpha + 1}$. 0,75pt
- 5.2. Détermine α pour que (C_α) ait une asymptote oblique de coefficient directeur -2 . 0,5pt

B. On pose $\alpha = \frac{2\pi}{3}$

1. Dresse le tableau de variation de $f_{\frac{2\pi}{3}}$. 0,5pt
- 2.1. Précise l'équation des asymptotes et l'équation de la tangente au point d'abscisse 1.
- 2.2. Construire la courbe $(C_{\frac{2\pi}{3}})$. 1pt
3. Soit m un paramètre réel. Discute graphiquement suivant les valeurs de m , le nombre de solutions de l'équation $f_{\frac{2\pi}{3}}(x) = mx - 6$. 0,5pt
4. On considère h la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $h(x) = f_{\frac{2\pi}{3}}(1/x)$ et par (C_h) sa courbe.
- 4.1. Etudie la parité de la fonction h . 0,5pt
- 4.2. Explique comment on obtient (C_h) à partir de $(C_{\frac{2\pi}{3}})$. 0,5pt
- 4.3. Construis (C_h) . 1pt

d