

COMPOSITION DE LA DEUXIEME PERIODE 2013 - 2014

EPREUVE DE : MATHS

SERIE : 11^e S

DUREE : 03 H

COEF : 04

Exercice 1 : (4pts)

Démontrer les relations suivantes :

1. $1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} = 1 + \tan^2 x + \tan^2 x.$

2. $\frac{-4 \sin^2 x + 3 \sin x}{4 \cos^3 x - 3 \cos x} = \frac{3 \tan x - \tan^3 x}{1 - 3 \tan^2 x}$

3. Soit le système d'équations : $\begin{cases} \sin x + \sin y = \sqrt{3} \\ \cos x + \cos y = 1 \end{cases}$

a. Transformer en produit les expressions suivantes : $\sin x + \sin y$ et $\cos x + \cos y$.

En déduire une équation en $\tan \frac{x+y}{2}$.

b. Acheter la résolution.

Exercice 2 : (4pts)

4. 1. Etudier la dérivabilité de f au point d'abscisse x_0 dans les cas suivants :

a. $f(x) = x^2 + 3x$ et $x_0 = 0$;

b. $f(x) = |x - 2| + \frac{2}{x+1}$ et $x_0 = 2$.

5. Dans chacun des cas suivants, déterminer une équation de la tangente à sa représentation graphique au point d'abscisse x_0 .

a. $f(x) = 5x^3 - 7x^2 + 2x - 3$;

b. $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 5}{x - 2}$ et $x_0 = -2$.

Problème : (12pts)

I. g est la fonction numérique de la variable réelle définie par :

$$g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2.$$

Déterminer les nombres réels a , b et c sachant que $g(2) = 4$ et que g admet au point d'abscisse -1 un extremum de valeur 4.

II. Soit la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 1}$ où a , b et c sont des réels. On désigne par $(\mathcal{H})$ la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- Déterminer les réels a , b et c pour que :

- $(\mathcal{H})$ passe par le point $A\left(\frac{0}{-6}\right)$ et $B\left(\frac{2}{4}\right)$;

- La tangente à $(\mathcal{H})$ au point $B\left(\frac{2}{4}\right)$ admet -3 pour coefficient directeur.

2- Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$. Soit $(\mathcal{H})$ sa courbe.

a. Etudier les variations de la fonction f .

b. Montrer qu'il existe des réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$. en déduire l'équation de l'asymptote oblique (Δ) à la courbe $(\mathcal{H})$.

- c. Montrer que le point d'intersection des asymptotes est centre de symétrie de $(\mathcal{H})$.
- d. Donner une équation de la tangente à $(\mathcal{H})$ en $x_0=2$.
- e. Tracer $(\mathcal{H})$ et (Δ) dans le plan muni d'un repère orthonormé.
- f. Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m l'existence et le signe des racines de l'équation $x^2 - (3+m)x + m + 6 = 0$.

Le monde est fatigué de la haine