

POSITIONS DU 1^{ER} TRIMESTRE 2016-2017
EPREUVES DE MATHÉMATIQUES

SERIE 1^{ER} Sciences

DUREE : 03H

COEFF 1

Exercice 1

f et g sont les fonctions définies par :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} & g: \mathbb{R} - \{2\} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto 1 - 2x & x &\mapsto \frac{3+4x}{x-2} \end{aligned}$$

- 1) Démontrer que f et g sont des applications bijectives
- 2) Déterminer les bijections f^{-1} et g^{-1}

Exercice 2

Le but de ce exercice est de calculer les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{5}$; $\sin \frac{\pi}{5}$; $\cos \frac{2\pi}{5}$ et $\sin \frac{2\pi}{5}$

- 1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_1): 4x^2 - 2x - 1 = 0$
b) Résoudre dans $]-\pi; \pi[$ l'équation $(E_2): \sin x = \sin \frac{2\pi}{5}$ puis représenter les points images des solutions sur le cercle trigonométrique à l'aide du rapporteur.
- 2) En posant $\cos \frac{\pi}{5} = x$ et $\sin \frac{\pi}{5} = y$, démontrer que :
a) $\cos \frac{2\pi}{5} = 1 - y^2$
b) $\sin \frac{2\pi}{5} = 2xy$
c) $\sin \frac{3\pi}{5} = y(4x^2 - 1)$
- 3) a) Sachant que $\sin \frac{2\pi}{5} = \sin \frac{3\pi}{5}$, démontrer que $4x^2 - 2x - 1 = 0$
b) Enduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{5}$; $\sin \frac{\pi}{5}$; $\cos \frac{2\pi}{5}$ et $\sin \frac{2\pi}{5}$

INDICATION : $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$; $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$; $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$;

$$\sin \frac{3\pi}{5} = \left(\frac{2\pi}{5} + \frac{\pi}{5} \right)$$

Exercice 3

- 1) Résoudre
a) $x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 - 12 = 0$
b) $x \in \mathbb{R}, \frac{x+5}{x+1} \leq \frac{4}{x-1}$
c) $x \in \mathbb{R}, \sqrt{2-x} > x+2$
d) $x \in \mathbb{R}, (x-5)\sqrt{3-x} = 2x-10$
- 2) Soit $g(x) = 7x^2 + bx + 2$
Pour quelles valeurs de b , g n'admet-elle pas de racines

Exercice 4

On considère l'équation $(E): (1-m)x^2 + 2(2+m)x - 4m + 4 = 0$ où m est un paramètre réel

- 1) Pour quelles valeurs de m , 1 est une solution de (E) . En déduire l'autre solution
- 2) Discutez suivant les valeurs de m , l'existence et le signe des solutions de (E)
- 3) Trouver s'ils existent une relation indépendante de m entre les racines de (E)

On suppose que (E) admet des racines x_1 et x_2 différentes de -1 , calculer en fonction de m

le réel $Y = \frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1}$