

COMPOSITION DE LA 1^{ère} PERIODE

SERIE : 11^{ème} S

DUREE : 3 heures

Année scolaire 2017/2018

EXERCICE (9 points)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $4x^2 + 10x - 6 = 0$

b) $2x^2 - 3x + 1 < 0$

c) $\frac{4x^2+10x-6}{2x^2-x-1} \leq 0$

d) $\sqrt{3x-2} \geq x-1$

2) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système :

$$\begin{cases} xy = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

3) Soit le polynôme P tel que $P(x) = ax^3 + bx + c$

Déterminer a ; b ; et c tels que : $P(-1) = 10$; $P(2) = 1$; $P(1) = 0$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ $P(x) \geq 0$

4) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \cos\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{13\pi}{2} + x\right) - \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x)$$

$$B = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

5) Résoudre :

a) $2 \sin x = \sqrt{3}$ dans $]0; \pi[$

b) $\cos x > \frac{-1}{2}$ dans $\mathbb{R}$

6) Démontrer que : $\frac{\sin 8x}{8 \sin x} = \cos x \cos 2x \cos 4x$

En déduire la valeur exacte de $T = \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7}$

PROBLEME (11 points)

I) On donne :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} & g: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} & h: \mathbb{R}_+ &\rightarrow [-1, +\infty[\\ x &\mapsto f(x) = \frac{1}{x}; & x &\mapsto g(x) = \frac{x-4}{x-1} & x &\mapsto h(x) = x^2 - 1 \end{aligned}$$

1) Déterminer D_f ; D_g ; $D_{f \circ g}$; $D_{g \circ f}$

2) Trouver le sous ensemble A de $\mathbb{R}$ sur lequel g est une bijection et préciser sa bijection réciproque g^{-1}

3) Calculer $f^{-1}(\{1\})$; $g([0, 3])$; $h^{-1}([-1, 1])$

4) Montrer que h est une application ; h est-elle bijective ? si oui préciser sa réciproque

II) Soit l'équation (E_m) : $(m+2)x^2 - (2m-1)x + m-2 = 0$

1) Déterminer m pour que -1 soit solution de (E_m)

- 2) Déterminer m pour que l'on ait $x' < 1 < x''$ (x' et x'' sont les racines de l'équation (E_m))
- 3) Etablir une relation indépendante de m entre les racines x' et x''
- 4) Etudier suivant les valeurs de m l'existence et le signe des racines de (E_m)
- 5) Pour $m = 0$; à l'aide de la somme S et du produit P , donner la valeur numérique des expressions : $A = \frac{2}{x'^2} + \frac{2}{x''^2}$ et $B = (3x' - 1)(3x'' - 1)$