

Une Foi

Académie d'Enseignement de Gao.

~ Comité Pédagogique de mathématiques ~

Lycée Yana Maïga de Gao

(LYMG)

Composition : 2 ^{ème} période			
Epreuve de Mathématiques			
Classe : 11 ^{ème} Sciences	2017 - 2018	Durée : 3 heures	Coef : 04

Lire attentivement :

- 📖 Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages.
- 📖 La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- 📖 L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.
- 📖 L'usage du téléphone est non autorisé.

Exercice 1 : -----40mns-----[4,50 points]

A. On considère le polynôme P défini par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = x^4 + ax^3 - 7x^2 + x + b. \quad \text{où } a \text{ et } b \text{ sont des réels.}$$

- a. Trouve les réels a et b pour que -2 et 3 soient des racines de P . (1 pt)
- b. Factorise $P(x)$ en produit de facteurs du premier degré. (1 pt)
- c. Déduis en les solutions de $P(x) = 0$. (0,50 pt)
- d. Résous $P(x) \leq 0$. (1 pt)

B. On considère la fonction h définie par :
$$\begin{cases} h(x) = \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 2 \\ h(x) = x^2 + kx + 1 & \text{si } x < 2 \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$$

Détermine k pour que h soit continue en 2. (1 pt)

Exercice 2 : -----50mns-----[5,50 points]

A. Calcule les limites suivantes. ($5 \times 0,75$ pt = 3,50 pts)

$$\begin{aligned} a) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 3x^2 + 2); & \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right); & \quad c) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - 2x); \\ d) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{x-4}; & \quad e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{5-x}}{\sqrt{2x+7} - \sqrt{10-x}}. \end{aligned}$$

B. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \cos 4x + 2 \sin 2x$

- a. Justifie le choix de l'intervalle $I = [0; \pi]$ comme intervalle d'étude de g . (On pourra utiliser la périodicité). (1 pt)
- b. Montre que la droite d'équation $x = \frac{\pi}{4}$ est axe de symétrie de la courbe (C_g) de g sur un repère orthonormal du plan. (0,50 pt)
- c. Montre que $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = 4 \cos 2x (1 - 2 \sin 2x)$. (0,50 pt)

Problème : -----01h30-----[10 points]

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

On désigne par (C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. Montre que (C_f) admet deux asymptotes dont on déterminera les équations. (1 pt)
2. Précise la position de (C_f) par rapport à son asymptote oblique. (0,50 pt)
3. Montre que le point d'intersection I des asymptotes est centre de symétrie de la courbe. (1 pt)
4. Etudie les variations de f . (1,50 pts)
5. Existe-t-il des points de la courbe où la tangente a pour coefficient directeur $\frac{3}{4}$? Si oui trouve les équations de ces tangentes en ces points. (2 pts)
6. Trace la courbe (C_f) et ses asymptotes dans le plan muni du repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1 pt)
7. Montre que la restriction g de f à l'intervalle $I =]1; 2]$ est une bijection de I vers un intervalle J que l'on précisera. (1 pt)
8. Calcule $(g^{-1})'\left(\frac{5}{2}\right)$. (1 pt)
9. Dresse le tableau de variation de g^{-1} puis trace sa courbe représentative (Γ) dans le même repère que celle de f . (1 pt)

Rapidité et efficacité feront la différence !!!