

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Série : 11^{ème} Sciences

Durée : 03 Heures

Coeff : 04

Exercice 1 : (4Pts)

- 1) a) Calculer la mesure principale des angles suivants :

$$\theta = \frac{538\pi}{3} \quad x = \frac{-77\pi}{4} \quad \text{et placer les sur le cercle trigonométrique.}$$

- b) Calculer la valeur exacte des expressions suivantes :

$$\cos\left(\frac{538\pi}{3}\right) \quad \text{et} \quad \tan\left(\frac{-77\pi}{4}\right)$$

2) On pose : $K = \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

$$L = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

Calculer $K+L$ et $K-L$. En déduire K et L .

- 3) Soit x un nombre réel tel que : $0 < x < \frac{\pi}{2}$ et $\cos x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. Calculer $\cos 2x$ et en déduire la valeur de x .

Exercice 2 : (6Pts)

- I) Soient les fonctions f et g définies respectivement par :

$$f: \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{1\}$$

$$g: \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}_+^*$$

$$x \longmapsto f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$x \longmapsto g(x) = 3x - 2$$

- 1) Les fonctions f et g sont-elles des bijections ?

2) Trouver $f([-2; -1])$; $g([-2; 0])$ $f^{-1}([2; 3])$;

- II) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations irrationnelles suivantes :

a) $\sqrt{3x+1} = 4-x$;

b) $\sqrt{x+1} > 5-x$;

- 2) Trouver un nombre entier N de deux chiffres tel que la somme des chiffres soit 13 et le produit de N par le nombre N' obtenu en inversant l'ordre des chiffres soit 5092.

Problème : (10Pts)

Partie A :

On considère le polynôme $f_m(x) = (2m+1)x^2 + mx + 1$

1. Pour quelles valeurs de m , $f_m(x)$ est du second degré ?

2. Détermine m pour que -1 soit solution de l'équation $f_m(x)=0$. trouve alors l'autre solution.
3. Détermine les valeurs de m pour lesquelles l'équation $f_m(x)=0$ admet :
 - a. une solution double.
 - b. deux (2) solutions de signe contraire.
 - c. deux (2) solutions toutes positives.
4. On suppose que l'équation $f_m(x)=0$ admet deux solutions réelles x' et x'' .
 - a. Trouve entre les racines x' et x'' une relation indépendante de m .
 - b. Calcule, en fonction de m , le nombre réel $A(m)=\frac{1}{x'-1}+\frac{1}{x''-1}$.
 - c. Résous alors les équations :

$c_1) \quad A(m)=1 \quad ;$	$c_2) \quad A(m)=2.$
-----------------------------	----------------------

Partie B :

h est une fonction polynôme du second degré.

1. Détermine $h(t)$ sachant que $\forall t \in \mathbb{R}; h(t+1)-h(t)=t$.
2. Déduis en que $\forall n \in \mathbb{N}^*; 1+2+3+4+\dots+(n-2)+(n-1)+n=\frac{n(n+1)}{2}$.
3. Déduit alors $S=1+2+3+\dots+10003$.

Qui cherche, trouve « Bonne Chance !!! »