

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Série : 11^{ème} Sciences

Durée : 03 Heures

Coeff : 04

**Exercice 1 :
6points**

I) Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies
par : $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ et $g(x) = \frac{4x^2 + 1}{2x^2 + 1}$.

- 1) Justifier que f est une bijection de $\mathbb{R}^+$ dans un ensemble I que l'on précisera.
- 2) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, 1 \leq g(x) \leq 2$.
- 3) a) Déterminer l'image directe par g de l'intervalle $[0; 1]$.
b) Trouver l'image réciproque par f de l'ensemble $[1; 2; 3]$.

II) On donne $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \longrightarrow |x - 1| + |2 - x| + |x + 3|$$

- 1) Ecrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.
- 2) Trouver une fonction h qui coïncide avec f sur $[1; 2]$.

Exercice 2 : 6points

I) Pour l'alimentation du bétail, un grainetier propose trois mélanges :

- Mélange A ; 30 % de maïs , 50 % de sorgho et 20 % de son ;
- Mélange B ; 40 % de maïs , 20 % de sorgho et 40 % de son ;
- Mélange C ; 60 % de maïs , 30 % de sorgho et 10 % de son ;

Les pourcentages expriment des fractions de volumes, le son est en farine, le maïs et le sorgho sont des grains concassés. Sachant que 1l de mélange A pèse 443 g , 1l de mélange B pèse 384 g et 1l de mélange C pèse 441 g . On se propose de déterminer le poids en gramme : du maïs du sorgho et du son.

- 1) Traduire le problème en un système de trois équations du 1^{er} degré à trois inconnues.
- 2) En utilisant la méthode de votre choix, résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système trouvé.
En déduire alors le poids en gramme du maïs du sorgho et du son.

II) Un champ rectangulaire a pour périmètre 20000 cm et pour superficie 197100 dm²

Le propriétaire du champ veut connaître les dimensions de ce champ en mètre (m). Aider lui à déterminer les dimensions de son champ.

Problème : 8points

N.B : Les parties A et B sont indépendantes :

Partie A

Soit le trinôme $f_m(x) = (m-1)x^2 - 2(m+1)x + 4m - 1$. On considère l'équation **(E)** :

$$f_m(x) = 0$$

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation **(E)** pour $m=1$.
- 2) Etudier suivant les valeurs de m , l'existence des solutions de **(E)** pour $m \neq 1$.
- 3) Dans chacun des cas suivants trouver les valeurs du paramètre réel m telles que **(E)** admette :
 - a) Deux solutions de signes contraires.
 - b) Deux solutions opposées.
 - c) Deux solutions négatives.
 - d) Deux solutions positives.
- 4) Etablir une relation indépendante de m entre les racines x_1 et x_2 de **(E)**. En déduire les valeurs de la racine double.

Partie B :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1) $(x^2 - 5x + 6)^2 - (2x^2 - 5x + 1)^2 = 0$ 2) $\sqrt{x^2 + 11} < 2x - 4$

3) $1 + \sqrt{3x^2 - 2x - 1} = x$