

Lycée public 3 de Sikasso

Composition de la deuxième période**Epreuve de :** Mathématiques**Série :** 11^{ième} science**durée :** 3h.**Exercice1 :**1) Soir (E_m) l'équation d'inconnue x , définie par : $(E_m) : (m-3)x^2 + (m+3)x - m - 1 = 0$ où m est un paramètre réel.a) Détermine suivant les valeurs de m l'existence et le nombre des solutions de l'équation (E_m) .b) Détermine les valeurs de m pour lesquels :i) (E_m) admet deux solutions de signes contraires.ii) (E_m) admet deux solutions de mêmes signes.2) Pour tout entier naturel non nul n , démontre par récurrence les propositions suivantes :

a)
$$\sum_{k=0}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3},$$

b) $5^{2n} - 3^n$ est divisible par 11.3) Résous dans $\mathbb{R}$:

a) $\sqrt{x-1} + x \geq 3;$

b) $\sqrt{x^2 + x + 1} = 3x - 1;$

c) $\sqrt{x+4} \leq x+2.$

Exercice2 :1) En remarquant que $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$, calcule le cosinus et le sinus de $\frac{\pi}{12}$.En déduis le cosinus et le sinus de $\frac{\pi}{24}$.2) On considère l'équation $(E) : \cos 7x + \cos x = 0$.On rappelle que pour tous nombres réels p et q on a : $\cos p + \cos q = 2\cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$.a) En déduis que $\cos 7x + \cos x = 2\cos 4x \cos 3x$.b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) .3) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $\cos x - \sin x = 1;$

b) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2};$

c) $2\cos^2(3x) + (2 - \sqrt{2})\cos(3x) - \sqrt{2} = 0$ (on pourra démontrer que $(2 + \sqrt{2})^2 = 6 + 4\sqrt{2}$).

Exercice 3 :Soit x et y deux nombres réels tels que : $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, et $y \in [0, \frac{\pi}{2}]$.On donne $\cos 2x = \frac{1}{8}$ et $\sin y = \frac{2}{9}$ 1) Calcule $\cos x$ et $\sin x$.2) calcule $\cos y$, $\sin 2y$ et $\cos 2y$.3) En déduit $\sin(x+2y)$, $\sin(x-2y)$, $\cos(2x+y)$, $\cos(2x-2y)$.