

**COMPOSITION DE LA 2^{ème} PERIODE- EPREUVE : MATHÉMATIQUES : 11^{ème}S- DUREE : 03HEURES-23/05/2022****Exercice 1 : 5 points**

1. Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x^2 + 4)^{\frac{1}{3}}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{x(x+1)}$; c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3} - x)$;

d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{2-x}$

2. Soit la fonction numérique f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{3 - \sqrt{2x+5}}{x-2}, & \text{si } x \neq 2 \\ f(2) = m \end{cases}$$

Quelle valeur faut-il donner à m pour que f soit continue au point 2 ?3. Soit les deux fonctions numériques $f : x \rightarrow \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+13}-4}$

$$\begin{cases} x \rightarrow g(x) = \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+13}-4}, & x \neq 3 \\ g(3) = m \end{cases}$$

Quelle valeur faut-il attribuer à m pour que g soit un prolongement de f par continuité au point 3 ?**Exercice 2 : 5 points**

Un proviseur de lycée constate que chaque année un tiers de l'effectif total devient bachelier et quitte l'établissement et que 310 nouveaux élèves intègrent les classes de second (10^{ème}). L'effectif à la rentrée 2020 est de 1200 élèves.

On note l'effectif à la rentrée (2020 + n). On a donc $U_0 = 1200$.

- Calcule les effectifs des rentrées 2021 et 2022.
- Démontre que pour tout entier n , $U_{n+1} = \frac{2}{3} U_n + 310$.
- On pose $v_n = U_n - 930$
 - Calcule v_0, v_1, v_2 .
 - Démontre que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$.
 - Exprime (v_n) en fonction de n puis (U_n) en fonction de n .
 - Etudier la limite de la suite (U_n) . Que peut-on déduire quant à l'effectif du lycée ?

Problème : 10 points

- Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \sin(4x)$
 - Etudie la parité de h puis montre que h est périodique de période $\frac{\pi}{2}$.
 - Etudie les variations de h sur $[0; \frac{\pi}{4}]$ puis dresse son tableau de variation.
- Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	

La fonction f est de la forme : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

1.
 - a. Calcule la dérivée $f'(x)$ de $f(x)$.
 - b. Trouve les réels a , b et c en utilisant les données du tableau.
2.
 - a. Montre que la courbe (C_f) admet une droite d'équation (D) asymptote oblique.
 - b. Etudie la position de (C_f) par rapport à (D) .
3. Donne le signe de $f(x)$ pour tout x élément du domaine de définition de f .
4. Trace la courbe (C_f) de f et la droite (D) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.