

Mercredi, le 14 Février 2022

Composition du mois de Février

EPREUVE DE :	CLASSE :	COEFF :	ANNEE SCOLAIRE :	DUREE :
Mathématiques	11 ^{ème} Sc	4	2022-2023	3 Heures

➤ L'élève traitera les exercices dans l'ordre qu'il veut. Aucun brouillon ne sera corrigé.

Exercice1 : — — — — — 8pts

Soit $P_m(x) = (m-1)x^2 + 2(m+1)x + 4m + 1$, où m est un paramètre réel.

- Si $m = 1$ que peut-on dire de l'équation $P_m(x) = 0$? Résous alors l'équation $P_m(x) = 0$ pour $m = 1$. **(0,5pt)**
- Détermine la valeur de m pour que 2 soit une solution de l'équation $P_m(x) = 0$. Détermine l'autre solution. **(0,5pt)**
- Dans chacun des suivants trouve les valeurs du paramètre m telles que $P_m(x) = 0$ admette :
 - Deux solutions de signes contraires. **(0,5pt)**
 - Deux solutions négatives. **(0,5pt)**
 - Deux solutions positives. **(0,5pt)**
- Etablis une relation indépendante de m entre les solutions x_1 et x_2 . **(1pt)**
- Résous dans $\mathbb{R}$:
 - $\sqrt{P_1(x)} \leq x - 1$ **(1pt)**
 - $\sqrt{x^2 - 4x + 3} \geq x - 2$ **(1,25pt)**
 - $\sqrt{P_1(x)} = 2x + 3$ **(1pt)**
 - $\sqrt{3x - 2} + \sqrt{x + 2} = 4$ **(1,25pt)**

Exercice2 : — — — — — 5pts

- Détermine la mesure principale de chacun des angles suivants : $\frac{145\pi}{4}$ et $-\frac{736\pi}{6}$ **(1,5pt)**
- Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels : $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{4}$. Donne $(-\vec{u}, \vec{v})$ et $(\vec{v}, \vec{u})$. **(1pt)**
- On donne :

$$A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8} \text{ et } B = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}.$$
 - Exprime $\cos(2a)$ en fonction de $\cos a$ et de $\sin(a)$. **(0,5pt)**
 - Calcule $A + B$ et $A - B$ puis en déduis A et B . **(2pts)**

Exercice3 : — — — — — 7pts

Démontre les identités trigonométriques suivantes :

- $(1 + \tan \alpha)^2 + (1 - \tan \alpha)^2 = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$. **(1pt)**
- $\frac{\sin(3x)}{\sin x} - \frac{\cos(3x)}{\cos x} = 2$, pour tout x différent de $\frac{k\pi}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$. **(1pt)**
- $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$, avec a et b des réels. **(1,25pt)**
- Montre que $\sin^4 x = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x$. **(1,25pt)**
- $\frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)} = \tan y$. **(1,25pt)** ;
- $4 \cos^4 x + 4 \sin^4 x = 3 + \cos 4x$. **(1,25pt)**

Bon travail!!!