

Exercice 1 : (5 points)

1- Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-3}{\sqrt{x+13}-4} ; \text{ si } x \neq 3 \\ f(3) = a \end{cases}$$

- Détermine l'ensemble de définition de f .
 - Détermine le réel a pour que f soit continue en 3.
- 2- Soit g la fonction définie par : $g(x) = |x^2 - 1|$.
- Ecris g sans le symbole de la valeur absolue.
 - Etudie la dérivabilité de g en $x_0 = 1$.
- 3- Calcule $\sum_{i=0}^n U_i$ où (U_n) est la suite arithmétique de 1^{er} terme 2 et de raison 3.

Exercice 2 : (5 points)

Au 1^{er} janvier 2015, la population d'une ville était de 50000 habitants. Chaque année, cette population augmente de 2% et 500 personnes supplémentaires viennent s'installer définitivement dans la ville. On désigne par U_n la population de la ville au 1^{er} janvier de l'année $(2015 + n)$.

- Détermine la population de la ville au 1^{er} janvier 2016 et au 1^{er} janvier 2017.
- La suite (U_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?
- a) Exprime pour tout entier naturel n , U_{n+1} en fonction de U_n .
- b) Soit (V_n) la suite définie pour tout entier naturel n , $V_n = U_n + 25000$. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 1,02.
- c) Exprime V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n .
- Quelle sera la population de cette ville au 1^{er} janvier 2025 ?
- Au 1^{er} janvier de quelle année la population de cette ville dépassera-t-elle 100000 habitants ?

Problème : (10 points)

Partie A : Soit g la fonction définie par : $g(x) = ax + b + \frac{1}{3-x}$, où a et b sont deux réels. (C) est la représentation graphique de g .

- Détermine l'ensemble de définition D_g de g .
- Déterminer a et b pour que (C) passe par le point A (2 ; 1) et admette en ce point une tangente horizontale.

Partie B : Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{3-x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- Vérifie que $f(x) = -x + 2 + \frac{1}{3-x}$.
- Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- Détermine la fonction dérivée f' de f .
- Montre que pour tout $x \neq 3$: $f'(x) = \frac{(x-2)(-x+4)}{(3-x)^2}$.
- Etudie le signe de $f'(x)$ et en déduis le sens de variation de f .
- Dresse le tableau de variation de f .
- Démontre que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à (C_f) . Etudie la position de (C_f) par rapport à (D).
- Trace (C_f) et ses asymptotes.
- Montre que le point I (3 ; -1) est un centre de symétrie pour (C_f) .