

**MINI COMPOSITION N°1 DU DEUXIEME PERIODE 2022-2023****EPREUVE DE MATHÉMATIQUES****Classe : 11^{ème} Science****coef : 4****Durée : 3h****Exercice1.....(7 Points)**

- Démontre que $16\sin\frac{\pi}{24}\sin\frac{5\pi}{24}\sin\frac{7\pi}{24}\sin\frac{11\pi}{24} = 1$. (1 pts)
- a. Ecrire $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$, $\sin 3x$ en fonction de $\sin x$. (2 pts)
 - En déduire que $\tan 3x = \tan x \frac{3-\tan^2 x}{1-3\tan^2 x}$. (1 pts)
- a. Calculer $A = \cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}$ et $B = \cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}$. (1 pts)
 - En déduire que $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12} = \sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4}$. (1 pts)
- Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}_- \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}, \frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$. (1 pts)

Exercice2.....(6 Points)On pose $X = \cos 2x$, $Y = \sin 2x$ et $Z = \sin 3x$.

- Résoudre les équations suivantes : $Z = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $X + Y = 0$. (2 pts)
- a. Montrer que $\frac{1}{2}(Y + Z) = \sin\left(\frac{5x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)$. (1 pts)
 - En déduire la résolution de l'inéquation suivante : $\frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{2}\sin 3x \geq 0$. (2 pts)
- Montrer que $X + Z = 1 + 3\sin x - \sin^2 x(2 + 4\sin x)$. (1 pts)

Problème.....(7 Points)

- Soit $A(x) = 1 - \cos 2x + \sin 2x$.
 - Calculer $A\left(\frac{5\pi}{8}\right)$; $A\left(\frac{49\pi}{6}\right)$. (1 pts)
 - Montrer que quel que soit $x \in \mathbb{R}$; $A(x) = 2\sqrt{2}\sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. (1 pts)
 - En déduire la valeur de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$. (1 pts)
- Soit $B(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.
Montrer que quel que soit $x \in \mathbb{R}$; $B(x) = 1 + \sin 2x$. (1 pts)
- Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que $A(x) \neq 0$ et $g(x) = \frac{1+\sin 2x}{1-\cos 2x+\sin 2x}$.
 - Simplifier $g(x)$. (1 pts)
 - En déduire que $\cot g\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1 + \sqrt{2}$. (1 pts)
 - Calculer $\sin\frac{\pi}{8}$, $\cos\frac{\pi}{8}$ et $\sin\frac{5\pi}{8}$ (1 pts)