

COMPOSITION DE LA TROISIEME PERIODE

2023 / 2024

L.S.K

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Classe : 11^e SCIENCES

COEF : 4

Durée : 3 heures

Exercice 1 : (6 points)

1. (U_n) est la suite définie par $U_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{U_n}{1 + U_n}$.
 - a. Calcule U_1 et U_2 .
 - b. Pour tout entier naturel n , on pose $V_n = \frac{1}{U_n}$. Calcule V_0 , V_1 et V_2 .
 - c. Montre que la suite (V_n) est arithmétique.
 - d. Exprime V_n et U_n en fonction de n .
2. On donne les points $A(1; 2)$, $B(-3; 4)$ et $C(-2; 5)$.
 - a. Place les points A , B et C .
 - b. Détermine les coordonnées du barycentre $G = \text{Bar}((A; 3), (B; 2), (C; -4))$.
 - c. Montre que les points O , B et G ne pas alignés

Exercice 2 : (4 points)

Construis un triangle ABC tel que $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 5 \text{ cm}$ et $BC = 4 \text{ cm}$
 puis place le point G barycentre de $(A; 1)$, $(B; 2)$ et $(C; 1)$

1. Détermine et représente l'ensemble des points M du plan tels que :
 $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = AC$.
2. Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que :
 $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{BA} + \vec{BC}\|$.
 - a. Montre que $B \in (E)$.
 - b. Détermine et représente l'ensemble (E) .
3. Construis le point H barycentre de $(A; 3)$ et $(C; 1)$.
 Construis l'ensemble des points M du plan tels que :
 $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|3\vec{MA} + \vec{MC}\|$.

Problème : (10 points)Partie A

Au 1^{er} Janvier 2018, une entreprise compte 4000 employés. Une étude montre que d'une année sur l'autre, 10% de l'effectif part à la retraite. Pour tenter de compenser la perte, l'entreprise embauche 200 jeunes chaque année. Pour

2021

tout entier n , on appelle U_n le nombre d'employés de l'année $(2018 + n)$.
On a donc $U_0 = 4000$.

1. Calcule U_1 et U_2 .
2. a) Montre que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,9U_n + 200$.
b) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
3. a) On pose $V_n = U_n - 2000$. Calcule V_0 ; V_1 et V_2 .
b) Montre que la suite (V_n) est géométrique de raison $q = 0,9$.
c) En déduis V_n puis U_n en fonction de n .
d) En déduis quel sera l'effectif de l'entreprise au 1^{er} Janvier de l'année 2025 ?
- 4) Détermine la limite de la suite (U_n) . Interprète le résultat trouvé.

Partie B :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{4x^2 + 2x - 2}$.

1. Détermine le domaine de définition de f .
2. Détermine le domaine de dérivabilité de f puis calcule $f'(x)$.
3. Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
4. Montre que la courbe (C_f) de la fonction f admet une asymptote oblique en $-\infty$ que l'on déterminera.