

Exercice1 :

1. Calculer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1-4x}{x^2-9}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1-\cos 2x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$

d. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + 1}{x - \pi}$

2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x} - \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = a \end{cases}$$

a. Quel est le domaine de définition de f ?

b. Déterminer a pour que f soit continue sur son domaine de définition.

Exercice2 :

On considère l'équation : $\sin 3x = -\sin 2x$ (1).

1. Résoudre cette équation dans $\mathbb{R}$, puis dans l'intervalle $]-\pi; \pi[$.

2. Cette partie contient trois questions.

a. Démontrer que $\sin 3x = \sin x (4\cos^2 x - 1)$.

b. En déduire que l'équation (1) est équivalente à : $\sin x (4\cos^2 x + 2\cos x - 1) = 0$.

c. Parmi les solutions trouvées pour (1), les quelles sont aussi solutions de l'équation :

$$4\cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0 ?$$

3. On pose $X = \cos x$. Résoudre $4X^2 + 2X - 1 = 0$.

En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{2\pi}{5}$ et $\cos \frac{4\pi}{5}$.

Exercice3 :

1. Dans chacun des cas suivants, calculer la dérivée de la fonction f .

a. $f(x) = 2x^5 + 3x^3 - 2x$

c. $f(x) = \frac{2x+4}{x^2-1}$

e. $f(x) = 3 \sin x - 5 \cos x$

b. $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + 2)$

d. $f(x) = \sqrt{-3x+2}$

f. $f(x) = \frac{2 \sin x - 1}{3 \cos x + 1}$

2. Soient a et b deux réels. On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{3x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$.

Déterminer a et b pour que la courbe représentative de f (C_f) passe par $A(0; 1)$ et admet en A une tangente d'équation $y = 4x + 3$.

3. Soit a un réel. On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2x^3 + ax^2 + 3$.

Déterminer a pour que la courbe représentative de f (C_f) admet au point d'abscisse $x_0 = 1$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.