A.E Bamako Rive Gauche
Ecole maarif de Turquie-Mali
Lycée des garçons
Année scolaire 2024 - 2025

République du Mali
Un Peuple un But une Foi

Composition de : Mathématiques **Classe : 11ème S** **Durée : 3H**

Exercice 1 : On considère le polynôme P défini par : $P(x) = x^3 + \frac{x^2\sqrt{2}}{2} - \frac{x}{4} - \frac{\sqrt{2}}{8}$

1. Calcule $P(\frac{1}{2})$: que dire alors de $\left(\frac{1}{2}\right)$ pour P ?
2. A l'aide du tableau d'Hörner, détermine les réels a, b et c tels que $P(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(ax^2 + bx + c)$.
3. Résous l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ en donnant la valeur exacte de chaque solution sachant que a, b et c viennent d'être déterminés en a.
   On rappelle que : $(\frac{\sqrt{2}-1}{2})^2 = \frac{2-2\sqrt{2}+1}{4} = \frac{3-2\sqrt{2}}{4}$
4. Dresse le tableau de signe de $P(x)$.

Exercice 2 :

Partie A

1. Vrai ou Faux. Justifie la réponse.
   Les fonctions considérées sont définies sur $\mathbb{R}$
   a) $A(x) = x^3 - 2x^2 + x^4 - 1$ est un polynôme de degré 3.
   b) $B(x) = (2x^3 - x)^2 - 4x^5$ est un polynôme de degré 6.
   c) $C(x) = \frac{x^4-1}{x^2+1}$ n'est pas une fonction polynôme.
   d) $D(x) = \frac{x}{x^2+1}$ n'est pas une fonction polynôme.
   e) $E(x) = (3x - 7)^3 - 27x^3$ est un polynôme de degré 3.
2. Vrai ou Faux. Justifier la réponse.
   a) 2 est une racine du polynôme $x^2 - 3x + 2$.
   b) Le polynôme $x^2 + 1$ n'a pas de racine dans $\mathbb{R}$.
   c) Le polynôme $x^3 + 1$ n'a pas de racine dans $\mathbb{R}$.
   d) 1 est racine du polynôme $-4x^3 + 8x^2 - 5x + 1$.
   e) Si la somme des coefficients d'un polynôme P est nulle, alors 1 est racine de P.

Partie B

Soit $f : [3; +\infty[\longrightarrow [0; +\infty[$

$x \longmapsto x^2 - 4x + 3$

1. Détermine l'ensemble de définition de f
2. Détermine deux réels α et β tels que $f(x) = (x - \alpha)^2 - \beta$
3. Utilise ce résultat de la deuxième question pour montrer que si $x \in [3; +\infty[$ alors $f(x) \in [0; +\infty[$. Que peut-on alors dire de f
4. Soit $y \in [0; +\infty[$

a) Quel est le nombre de solution dans $[3; +\infty[$ *de* $f(x) = y$
b) f est-elle : injective ? bijective ?

Problème : Soit la fonction polynôme définie par : $f_m(x) = (m+1)x^2 + (2m-1)x + m - 1$: $m \in \mathbb{R}$.

1. Pour quelle valeur de m $f_m(x)$ est-il un polynôme du 1er degré ? Calcule sa racine.
2. Détermine m pour que 1 soit racine de f_m. Détermine l'autre racine.
3. On pose dans cette partie $m = 1$
   a) Détermine par f_1 l'image réciproque de chacun des ensembles suivants : $E = \{0\}; F =]-\infty; 3[$.
   b) Mettre $f_1(x)$ sous forme canonique et en déduire l'image directe de l'intervalle $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$. par f_1
4. Détermine l'ensemble des valeurs de m pour que le polynôme f_m possède :
   a) Une double racine ;
   b) Deux racines de signes contraires.
5. Résous l'équation $f_0(x) = 0$