

Vendredi, le 20 Décembre 2024

Composition du Mois de Décembre

<u>EPREUVE DE :</u> <i>Mathématiques</i>	<u>CLASSE :</u> <i>11^{ème} Sciences</i>	<u>COEFF :</u> <i>04</i>	<u>ANNEE SCOLAIRE :</u> <i>2024-2025</i>	<u>DUREE :</u> <i>03 Heures</i>
---	---	-----------------------------	---	------------------------------------

- L'élève traitera les exercices dans l'ordre qu'il veut. Aucun brouillon ne sera corrigé.
- Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation. 1pt

Exercice 1 : ————— . 6pts

1. Soient les fonctions f et g définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ et $g(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.
 - a. Détermine le domaine de définition de f et de g .
 - b. f est-elle égale à g ? on se justifiera.
 - c. Détermine la plus grande partie E de $\mathbb{R}$ sur laquelle f et g ont la même restriction.
2. Soit $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction.
$$x \mapsto x - 2\sqrt{x} + 1$$
Calcule $f \circ f(x)$. Que peut-on conclure ?
3. On considère les fonctions
$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \frac{x-9}{\sqrt{x-5}-2} \quad \text{et} \quad u: \left[\frac{3}{2}, +\infty\right[\rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \sqrt{x-5} + 2$$
 - a. Détermine les ensembles de définition de h et u .
 - b. Démontre que u est un prolongement de h à $[5, +\infty[$.

Exercice2 : - - - - - 5pts

1. On considère le polynôme $f(x) = -3x^3 + 5x^2 + 7x + 1$ et $g(x) = \frac{7}{2}x^2 - 6x + 4$.
Trouve le quotient et le reste de la division euclidienne de $f(x)$ par $g(x)$.
2. Soit le polynôme f défini par $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + ax + b$ où a et b sont des réels, et le polynôme $g(x) = x^2 - 5x + 6$.
Trouve les réels a et b pour que le polynôme $f(x)$ soit divisible par $g(x)$.
3. Soit le polynôme $P(x) = x^3 - 3x^2 - 18x + 40$.
 - a. Calcule $P(2)$. Que peut-on déduire ?
 - b. Détermine les réels a , b et c tels que $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$.
 - * c. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ et
 - d. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) > 0$.

Problème : -----8pts

Les parties A et B sont indépendantes.

- A. Soit le polynôme f_m défini de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :
- $$f_m(x) = (m^2 - 9m + 20)x^3 + (-2m + 8)x^2 - (m - 1)x + m - 2, \text{ avec } m \text{ un paramètre réel.}$$
1. Détermine l'ensemble de définition de f_m .
 2. Détermine m tel que : a) $d^\circ f = 3$; b) $d^\circ f = 2$; c) $d^\circ f = 1$.
 3. Détermine l'expression de f_5 pour $x \in D_{f_5}$.
 4. Trouve les réels α ; θ et β tels que $\forall x \in D_{f_5} ; f_5(x) = \alpha(x + \theta)^2 + \beta$.

5. On considère l'application f_5 définie par $f_5: \mathbb{R} \rightarrow]-\infty, 5]$
 $x \mapsto f_5(x)$

f_5 est-elle injective ? surjective ? bijective ?

6. Trouve les images par f_5 de : -3 ; 0 et $[-3, 4]$.

7. Trace sur $[-3, 1]$ la courbe (C_{f_5}) dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ unité graphique 1cm.

B. On considère la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{7x+4}{5-x}$

1. Trouve $A = D_f$. f est-elle une application ?

2. Trouve B l'ensemble de A par f .

3. On pose $g: A \rightarrow B$
 $x \mapsto \frac{7x+4}{5-x}$

a. Montre que g est bijective puis explicite sa réciproque g^{-1} .

b. Détermine les réels a et b tels que $g(x) = a + \frac{b}{5-x}$.

c. Trouve l'image par g de $]-1, 8]$.

d. Trouve l'image réciproque par g de $]-1, 8]$.