

COMPOSITION DE LA 1^{ère} PÉRIODE**Année Scolaire
2024 – 2025****Epreuve de Mathématiques****Classe : 11^{ème} Sciences****Durée : 3H****Coef : 3****Prof : M. DIALLO
Ousmane Samba****Lis attentivement**

- Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages.
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.

Exercice 1 :(5pts)Soit le polynôme $P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2$

- 1) Vérifie que 0 n'est pas racine du polynôme $P(x)$
- 2) Démontre que $P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{P(\alpha)}{\alpha^4}$ (α Alpha). En déduis que si α est racine de $P(x)$ alors $\frac{1}{\alpha}$ est aussi racine de $P(x)$
- 3) Vérifie que 2 est une racine du polynôme $P(x)$
- 4) En effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x - 2$; trouve un polynôme $\varphi(x)$ tel que $P(x) = (x - 2)\varphi(x)$
- 5) En déduis que $\varphi\left(\frac{1}{2}\right) = 0$
- 6) Détermine les réels a , b et c tel que $\varphi(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(ax^2 + bx + c)$
- 7) En déduis une factorisation du polynôme $P(x)$
- 8) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$ et l'inéquation $P(x) \leq 0$

Exercice 2 :(6pts)I. Soit f la fonction polynôme définie par $f(x) = \left(\frac{x^2 - x}{2}\right)^2$

- 1) Démontre que : $f(x + 1) - f(x) = x^3$
- 2) Montre que : $1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$
- 3) En déduis le nombre réel $A = \sum_{k=1}^{10} k^3$

II. On considère le polynôme $f(x) = -3x^2 + 5x + 7$ Il a trois racines a , b , et c sans calculer ces racines**Détermine : $a + b + c$; $a.b.c$; $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$; $a^2 + b^2 + c^2$; $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$** III. Résous dans $\mathbb{R}$, les équations irrationnelles

$$\sqrt{x+4} = x+1 ; \sqrt{2x^2+5x-7} = \sqrt{x^2-x-2} ; x^2 - 6x - \sqrt{x^2-6x-3} = 5$$

IV. Résous et discute suivant les valeurs de m , le nombre des racines des équations paramétriques suivantes :

1) $(m-3)x^2 + (2m-1)x + 2(2m-1) = 0$

2) $x^2 - 4x + m = 0$

3) $x^2 - (m-1)x - m(2m-1) = 0$

Problème :.....(9pts)

1) Soit la fonction polynôme $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = |2x - 1| + |1 - x|$$

a) Exprime f sans les signes de valeurs absolues.

b) Détermine la restriction g de f à $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

2) Soit les fonctions : $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

et

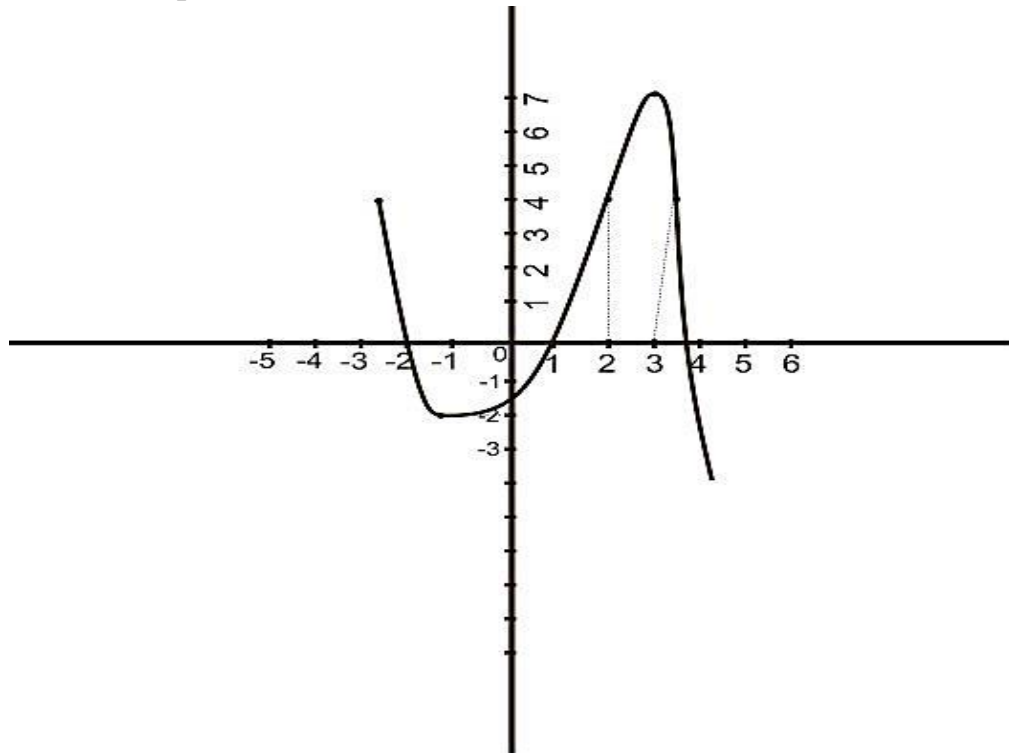
$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = \left| \frac{x+1}{x-2} \right|$$

$$x \rightarrow g(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

a) Exprime f sans les signes de valeurs absolues. Puis un ensemble A sur lequel f et g coïncident.

b) Cf est la courbe représentative d'une fonction f , définie sur $[-3; 4]$.



1) Détermine graphique l'image par f de chacun des nombres réels suivants : -3 ; -2 ; 3 ; 4 ;

2) Détermine graphiquement les antécédents par f de chacun des nombres réels suivants : -2 ; 0 ; 4

3) Détermine graphiquement l'image directe de $] -2 ; 2]$ et $] 1 ; 3]$ par f

4) Détermine graphiquement l'image réciproque de $[-2 ; 4[$ et $[0 ; 7[$ par f

''L'essentiel n'est pas de tout faire, mais de s'assurer que le travail fait est correct !!!''