

Composition de la première période 2024-2025			
Epreuve de Mathématiques			
LPEMA-F	Classe :11 Sciences	Durée : 3 heures	Coefficient : 4

Exercice 1 : **6pts**

I. On considère l'application : $f: [-1; +\infty[\rightarrow [-1; +\infty[$

$$x \mapsto x^2 + 2x$$

1) Montre que f est une application injective.

2) Détermine l'image réciproque de l'intervalle $[3; +\infty[$ par l'application f .

3) Montre que f est bijective et détermine sa bijection réciproque $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in [-1; +\infty[$.

II. Les élèves de la classe de 10^e commune du lycée privé Empire Manding de Faladie veulent créer un jardin botanique au sein du lycée. Ils disposent d'un terrain rectangulaire de 60 m^2 . Ils souhaitent que la longueur du jardin soit 4 mètres de plus que sa largeur.

Ils veulent aussi clôturer leur jardin avec du grillage dont le prix d'un mètre de grillage est 1500F.

Ne connaissant pas le périmètre du jardin et la somme totale à déboursier pour l'achat du grillage, tes camarades viennent te consulter.

Aide-les en déterminant le périmètre du jardin et le prix total du grillage à acheter.

III. 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sqrt{-x+1} < 2x-3$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système: $(S): \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x + 2y + z = 0 \\ 4x + 3y + z = 1 \end{cases}$

Exercice 2 : **6pts**

Soit l'équation $(E_m): x^2 + (2-m)x + m + 1 = 0$ avec $m \in \mathbb{R}$

1) Détermine m pour que $x = -2$ soit solution de (E_m)

2) Détermine les valeurs de m pour que (E_m) admette une ou deux solutions dans $\mathbb{R}$

3) On suppose (E_m) admet deux solutions x_1 et x_2 .

a) Réalise le tableau signe contenant Δ , le produit P et la somme S de x_1 et x_2 .

b) Détermine les valeurs de m pour que (E_m) admette deux racines strictement négatives.

c) Détermine les valeurs de m pour que (E_m) admette deux racines de signes contraires.

f) Trouve une relation indépendante de m entre x_1 et x_2 puis déterminer les racines doubles.

Problème : **8pts**

Partie A : Soit le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par $p(x) = 2x^3 + 5x^2 - 9x - 18$.

1) Vérifie que 2 est un zéro du polynôme P .

2) Détermine les réels $a; b$ et c tels que : $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$

3) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$ et l'inéquation $P(x) > 0$.

Partie B : On considère le polynôme $Q(x)$ définie par $Q(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$.

- 1) Vérifie que $Q(x) = P(x - 1)$ pour tout réel x .
- 2) Montre que si x_0 est une racine de P alors $(x_0 + 1)$ est une racine de Q .
- 3) Déduis-en les racines de Q puis factorise alors $Q(x)$.

Partie C : Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{Q(x)}{(x-3)(x+2)}$

- 1) Détermine l'ensemble de définition de f .
- 2) Montre que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = \frac{2x^2+5x+2}{x+2}$
- 3) Détermine les réels a ; b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$