

Composition du 1^{er} trimestre Année Scolaire 2024 – 2025
Epreuve de : Mathématiques Série : 11^{ème} Science Coef : 04 Durée 03heures

Exercice1 : -----[6pts]

1. Soit l'équation (E) : $-x^2 - 2x - 3 = 0$. Sans chercher les racines x_1 et x_2 de (E),

Calculer: $S = x_1 + x_2$; $p = x_1 \times x_2$; $a = x_1^2 + x_2^2$; $b = \frac{5}{x_1^2} + \frac{5}{x_2^2}$

2. Soit l'application $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$

$$x \mapsto f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

a. Déterminer l'image directe par f des sous-ensembles de $\mathbb{R}$ suivants :

$A = [2 ; 3]$; $B = \{0 ; 2 ; 3\}$

b. Déterminer l'image réciproque par f de : $C = [2 ; 5]$; $D =]3 ; 4[$

c. L'application f est-elle bijective ? si oui déterminer sa bijection réciproque.

Exercice2 : -----[6pts]

1. Soit les applications f et g définies par : $f(x) = \sqrt{x-1}$; $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$

Calculer : $f \circ g(x)$; $g \circ f(x)$; D_f ; D_g

2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

a. $\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 12 \end{cases}$; b. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases}$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations irrationnelles suivantes :

a. $\sqrt{11x+16} = x+1$; b. $\sqrt{x+1} = \sqrt{x-2}$; c. $\sqrt{x-2} \geq x-5$

Problème : -----[8pts]

1. Soient f et g deux fonctions polynômes définies respectivement sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = x^3 - 4x^2 + 8x - 4$ et $g(x) = (x-1)^2$.

a. En effectuant la division euclidienne de f par g montrer qu'il existe 4 réels

a, b, c, d tels que pour tout $x \neq 1$; $\frac{f(x)}{g(x)} = ax + b + \frac{cx+d}{(x-1)^2}$

b. En utilisant la méthode des coefficients indéterminés trouver les constantes

réelles $a ; b ; c$ telles que $\frac{f(x)}{g(x)} = x + a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$

2. On considère l'équation (E_m) : $x^2 - 2(m-1)x + m-1 = 0$

a. Déterminer le discriminant Δ de (E_m) puis étudier son signe.

b. Pour quelles valeurs de m (E_m) n'admet pas de solution ?

c. Pour quelles valeurs de m (E_m) admet deux solutions distinctes ?

d. Pour quelles valeurs de m (E_m) admet une double solut ?

e. Pour quelles valeurs de m (E_m) deux solutions de même signe ?