

Exercice 1 :

1. Soit l'équation (E) d'inconnue y suivante : $y \in [0; 2\pi]; 2(\cos y)^2 + (\sqrt{2} - 1)\cos y = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- Calcule $(\sqrt{2} + 1)^2$
- Résous l'équation (E).
- Place les solutions sur le cercle trigonométrique.

2. Résous l'inéquation $x \in [0; 2\pi]; \sin x - \frac{1}{2} \geq 0$

3. On donne les expressions suivantes :

$$A = \cos^2 \frac{7\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8}$$

$$B = \sin^2 \frac{7\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8}$$

- Calcule $A + B$ et $A - B$
- En déduis alors la valeur de A et la valeur de B

Exercice 2 :

1. Calcule les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - \sqrt{x} - 2}{x - 4} ; b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3} ; c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + x + 1}{x - 1}$$

2. Calcule les dérivées des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x - 5 ; b) g(x) = \frac{2x+5}{x^2-1} ; c) p(x) = \frac{\sqrt{3x+1}}{2-x}$$

3. On donne la fonction numérique $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x - \sqrt{x+2}}{x-2}$$

- Détermine l'ensemble de définition de f
- Peut-on prolonger f par continuité en $x_0 = 2$
Si oui définie son prolongement.

Problème :

Partie A :

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$

Détermine les réels $a; b; c$ tels que la courbe C_f de f passe par les points $A(0; -6)$ et $B(2; 4)$, puis admet au point B de (C_f) une tangente de coefficient directeur égal à -3 .

Partie B :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{a^2-2x+5}{x-1}$. Soit (C_f) sa courbe.

- Etudie les variations de la fonction f :
- Montre qu'il existe des réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

- En déduis l'équation de l'asymptote oblique (Δ) à la courbe (C_f) .
3. Montre que le point I intersection des asymptotes est centre de symétrie de (C_f) .
 4. Donne une équation de la tangente à (C_f) en $x = 2$.
 5. Trace dans le plan muni d'un repère orthonormé la courbe (C_f) .
 6. Discute graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m l'existence et le signe des racines de l'équation $x^2 - (3 + m)x + m + 6 = 0$.