

Composition de la troisième période 2024-2025

Epreuve de : Mathématiques

Classe : 11^{ème} S

Durée : 3H 00mn

Exercice 1 :

- Dans une classe de 45 élèves, 30 élèves parlent anglais et 25 élèves parlent espagnol.
 - Combien d'élèves parlent à la fois anglais et espagnol ?
 - Combien d'élèves parlent seulement anglais ?
 - Combien d'élèves parlent seulement espagnol ?
- Un sac contient 3 boules rouges, 4 boules blanches et 2 boules bleues indiscernables au toucher. On tire simultanément 3 boules de ce sac. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - Obtenir 3 boules de mêmes couleurs.
 - Obtenir 3 boules de couleurs différentes deux à deux.
 - Obtenir au moins une boule bleue.
 - Obtenir exactement 2 boules rouges.
- Résous dans $\mathbb{N}$ chacune des équations suivantes :
 - $C_n^3 = n(n-1)$;
 - $2C_n^2 + 6C_n^3 = 9n$

Exercice 2 :

- Un paysan possède un champ où il plante des arbres fruitiers. Pour mieux les entretenir, il décide de vendre chaque année les 5% des pieds existants et planter 3000 nouveaux. Il démarre avec 50 000 pieds en 2023. En désignant par X_n le nombre de pieds d'arbres se trouvant dans le champ au cours de l'année $(2023+n)$.
 - Détermine le nombre d'arbres qu'il aura en 2024 et en 2025.
 - Exprime X_{n+1} en fonction de X_n

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 60\,000 - X_n$.

- Montre que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.
 - Exprime u_n en fonction de n puis en déduis X_n en fonction de n .
 - Combien d'arbres fruitiers ce paysan aura-t-il dans 20 ans ?
 - Calcule la limite de la suite (X_n) .
- A l'aide d'un raisonnement par récurrence démontre que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

En déduis la somme $S = 12^3 + 13^3 + 14^3 + \dots + 20^3$ 39.

Exercice 3 :

- Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteur de V dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$ tel que : $\vec{u} = (2m+1)\vec{i} + (m-1)\vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$.
 - Trouve les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$.

b) Trouve le réel m pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaire.

On suppose que $m = 2$.

c) Trouve les coordonnées de $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$.

d) Montre que $(\vec{u}; \vec{v})$ est une base de V .

e) On donne $\vec{w} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Trouve les coordonnées de $\vec{w}$ dans la base $(\vec{u}; \vec{v})$.

f) On donne $\vec{w} = 5\vec{u} + \vec{v}$. Trouve les coordonnées de $\vec{w}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$.

2. On donne les normes suivantes : $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}$; $\|\vec{v}\| = 2$; $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{4}$

Calcule $\vec{u} \cdot \vec{v}$ puis en déduis les valeurs de : $(\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (2\vec{u} - \vec{v})$ et $(2\vec{u} - 3\vec{v})^2$