

Lycée Empire Manding de Faladie (LPEMA-F)	Année Scolaire 2024-2025	
Composition de la Troisième période		
<i>Epreuve de Mathématiques</i>		
Classe : 11 ^e Sciences	Durée : 3 heures	Coefficient : 3

Situation 1 :(4pts)

I. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite arithmétique définie par : $u_0 = 6$ et $u_4 = -6$

- 1) Montre que la raison de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est -3 .
- 2) Exprime u_n en fonction de n .
- 3) Vérifie $u_{19} = -51$ puis calcule la somme $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{19}$

II. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $v_n = 5 \times 3^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

Montre que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

Situation 2 :(7pts)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) On donne les points $A(2; 3); B(-3; 2); C(3; -2)$.
 - a) Montre que les points A, B et C ne sont pas alignés.
 - b) Montre que ABC est un triangle isocèle rectangle.
 - c) Détermine les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un carré.
 - d) Détermine les coordonnées du centre I de ce carré.

- 2) Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(B, -3)$.

- a) Détermine les coordonnées de G .
- b) Détermine et construis l'ensemble E des points M du plan tels que

$$\|\vec{MA} - 3\vec{MB}\| = \|\vec{MB} + \vec{MC}\|$$

- c) Montre que B est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(G, 2)$.
- d) Détermine et construis l'ensemble F des points M du plan tels que

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MG}\| = 3\|\vec{MB} - \vec{MA}\|$$

Problème :(9pts)

Partie A

Soit g une fonction définie sur $[0; +\infty[$, $g(x) = 2 - (x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}$

- 1) a) Montre que, pour tout $x \in [0; +\infty[$, $g'(x) = -3x\sqrt{x^2 + 1}$.
 b) Dresse le tableau de variation de g .
- 2) a) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $[0; +\infty[$
 b) Vérifie que $]0,7; 0,8[$.
 c) Déduis-en que : $g(x) > 0$ pour $x \in [0; \alpha[$ et $g(x) < 0$ pour $x \in]\alpha; +\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} - x + 1$

Soit (C) la courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (Unité 2cm)

1) a) Détermine $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Montre que, pour tout $x \in [0 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

c) Déduis-en le tableau de variation de f sur $[0 ; +\infty[$.

2) a) Montre que la droite $D : y = -x + 3$ est asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.

b) Montre que pour tout $x \in [0 ; +\infty[$ on a $x - \sqrt{x^2+1} < 0$

c) Déduis-en la position relative de (C) par rapport à D .

3) Trace D et (C) . (on prend $\alpha = 0,75$)