

COMPOSITION DE LA PREMIERE PERIODEEPREUVE DE MATHEMATIQUES**EXERCICE1 :4 points.**

MOKO a placé un abreuvoir de 80cm de haut dans son champ. Soit x la hauteur de l'eau en centimètre. Le volume de l'eau , en litres , dans l'abreuvoir est donné par la fonction f définie sur $A=[0; 80]$ par $f(x)=\frac{x^2}{40} + 20x$.

- 1) a) Détermine la contenance de l'abreuvoir.
- b) Détermine le sous-ensemble B pour que la fonction f soit une application de A dans B .
- 2) a) MOKO estime que la hauteur de l'eau dans l'abreuvoir est située entre 40 et 60 cm, donne une estimation du volume d'eau dans l'abreuvoir.
- b) MOKO estime encore que le volume de l'eau dans l'abreuvoir est inférieur ou égal à 840 litres, donne une estimation de la situation de la hauteur de l'eau dans l'abreuvoir.
- c) MOKO affirme enfin que la hauteur de l'eau dans l'abreuvoir est située exactement à 40 cm. De quelle quantité d'eau dispose chacune des dix vaches de MOKO ?
- 3) Montre que l'application f est bijective de A dans B puis précise sa bijection réciproque f^{-1} .

EXERCICE2 : 4 points

On veut déterminer la longueur a , la largeur b et l'épaisseur c d'un livre ayant la forme d'un pavé droit. Pour cela, on considère le polynôme $H(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$ où a , b et c sont aussi les racines de H .

- 1) Développe, réduis et ordonne $H(x)$ en fonction de a , b et c .
- 2) On rappelle que : Volume $V=abc$; Surface $S=2(ab+bc+ac)$ et Périmètre $P=4(a+b+c)$.
Exprime $H(x)$ en fonction de V , de S et de P .
- 3) On donne $V= 0,9$ litres, $S= 10,72 \text{ dm}^2$ et $P= 180 \text{ cm}$.
Dédus -en que : $H(x)=x^3 - 45x^2 + 536x - 900$.
- 4) Trouve une racine évidente de H et déduis-en les dimensions de ce livre sachant que
$$c < b < a.$$

EXERCICE3 : 4 points

Soit P le polynôme défini par : $P(x)=x^2 + (2m + 1)x + m^2 + 1$ où m un paramètre réel appartenant à l'intervalle $]\frac{3}{4}; +\infty[$.

Détermine les valeurs du nombre réel m pour que P ait deux racines x_1 et x_2 telles que :

- 1) $x_1^2 + x_2^2 = 29$;
- 2) $|x_1 - x_2| = 1$.

Dans chacun des cas , calcule x_1 et x_2 ; puis vérifie la condition indiquée.

- 3) Trouve une relation indépendante de m entre les racines x_1 et x_2 de P .Dédus-en la valeur de la racine double de P .

EXERCICE4 : 4 points

On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1$.

Soit (E') : $x^2 - 5x + 6 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}$.

- 1) Le nombre 0 est-il solution de (E) ?
- 2) Pour tout x non nul, prouve que (E) et (E') sont équivalentes.
- 3) On pose $U = x + \frac{1}{x}$ pour tout x non nul.

Montre que si x est solution de (E') alors U est solution de l'équation : $U^2 - 5U + 4 = 0$.

- 4) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $U^2 - 5U + 4 = 0$.
- 5) Déduis -en l'ensemble des solutions de l'équation (E).

EXERCICE5 : 4 points.

- 1) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $\sqrt{x^2 + 5x + 4} = \sqrt{3x + 4}$; b) $\sqrt{3 - x} \leq -x + 3$; c) $E(2x^2 - 2x + \frac{9}{2}) = 6$ où E désigne

la fonction partie entière.

- 2) Les élèves des deux classes de 11^è SCIENCES du Lycée Public de SAN réservent un voyage pour un montant de 21600F. Pour 30 participants de plus, ils auraient obtenu une réduction de 20F par billet et auraient payé un total de 24000F. Quel est le prix d'un billet et le nombre d'élèves scientifiques ayant participé à ce voyage ?