

Composition de la 1 ^{ère} période			
Epreuve de mathématiques			
Classe : 11 ^{ème} S	2025 – 2026	Durée : 3 heures	Coef : 03
Académie d'Enseignement de Gao (LPSALAM)			

Lis attentivement :

- Le sujet est composé de trois exercices tous obligatoires. Il comprend une page.
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 ----- (6points)

Soit f une application définie par $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$x \longmapsto \frac{2x + 5}{x - 1}$$

- 1) Montre que f est bijective et détermine sa bijection réciproque f^{-1} . **(1,5pt)**
- 2) Montre que $f \circ f^{-1}(x) = x$. **(1pt)**
- 3) Détermine les réels a et b tels que pour tout $x \neq 1$ on ait : $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$. **(1pt)**
- 4) Calcule l'image directe de $I = \{0 ; 1 ; 3\}$; $A = [2 ; 5]$ et de $B = [0 ; 3]$. **(1,5pt)**
- 5) Détermine l'image réciproque de $F =]7 ; 9]$. **(1pt)**

Exercice 2 ----- (6points)

I./ Soit $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto 2|-2 + x| - |x + 3| - x^2$$

- 1) Ecris h sans le symbole de la valeur absolue. **(1pt)**
- 2) Trouve la restriction g de la fonction h sur l'intervalle $[2 ; +\infty[$. **(0,5pt)**
- 3) On considère la fonction rationnelle g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$g(x) = \frac{5x^2 + 8x - 21}{14 - 10x}.$$

- a) Détermine l'ensemble de définition D_g de g . **(0,5pt)**
- b) Simplifie $g(x)$ sur D_g . **(0,5pt)**
- c) Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $g(x) \geq \frac{1}{2}$. **(0,5pt)**

II/ 1) Parmi les fonctions suivantes précise celles qui sont des applications. **(2pts)**

$$f_1 : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R} \quad f_2 : \mathbb{R} \longrightarrow [2; +\infty[\quad f_3 : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R} \quad f_4 : \mathbb{R} \longrightarrow [2; +\infty[$$

$$x \longmapsto x^2 + 4; \quad x \longmapsto \frac{2x-3}{x^2+2x+3}; \quad x \longmapsto \frac{x-3}{x} \quad x \longmapsto \sqrt{|x|}$$

2) Le voisin de N'Golo lui demande son âge. Il dit : « le carré de mon âge est égal à son triple augmenté de 208 ».

Trouve l'âge de N'Golo. **(1pt)**

Exercice 3 ----- **(8points)**

I./ On donne les fonctions polynômes P et g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par :

$$P(x) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24 \text{ et } g(x) = x^2 - 3.$$

1) Détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de $P(x)$ par $g(x)$. **(1pt)**

2) Calculer $P(-2)$ et $P(4)$. Dédus une racine α de P . **(1pts)**

3) Détermine les réels a, b et c tel que: $P(x) = (x - \alpha)(ax^2 + bx + c)$. **(1pts)**

4) On désigne par $Q(x) = x^2 + x - 6$

a) Ecris $Q(x)$ sous forme canonique. **(1pt)**

b) Détermine une factorisation de $Q(x)$. **(1pt)**

5) Factorise $P(x)$ sous forme de produits des binômes du premier degré. **(1pt)**

6) Etudie le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x . **(1pt)**

7) Résous dans $\mathbb{R}$, les équation et inéquations.

$$a) P(x) = 0; \quad b) P(x) - 24 \leq 0; \quad c) \frac{P(x)}{5-x^2} \geq 0 \quad \textbf{(1,5pts)}$$

8) Dédus - en les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation :

$$(\sqrt{x} - 1)^3 - 3(\sqrt{x} - 1)^2 - 10(\sqrt{x} - 1) + 24 = 0. \textbf{(0,5pt)}$$