

**COMPOSITION DE LA 2<sup>e</sup> PERIODE 2025 - 2026**

|                                    |                                |                   |                              |
|------------------------------------|--------------------------------|-------------------|------------------------------|
| <b>Série : 11<sup>e</sup> Sces</b> | <b>Epreuve : Mathématiques</b> | <b>Durée : 3H</b> | <b>Etablissement : LPSRT</b> |
|------------------------------------|--------------------------------|-------------------|------------------------------|

**EXERCICE 1:** ..... (6pts)

**I.** Détermine les réels  $a$  et  $b$  pour que  $f$  soit continue et dérivable au point  $x_0$  donné :

$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 + ax - 3 \text{ si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{2x+b}{x} \text{ si } x \geq 1 \end{cases}$$

**II.** Calcule les dérivées suivantes :

$$f(x) = 3x^2 - 7x + 1; g(x) = \frac{7}{3}x^3 - 5x^2 + 9; h(x) = \frac{-5}{(7x+2)^9}; t(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-3}};$$

**Exercice2 :** ..... (4pts)

On considère deux suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies pour tout entier naturel  $n$  par :

$$u_0 = 1; u_{n+1} = 2u_n + 1 \text{ et } v_n = u_{n+1} - u_n$$

- 1) Montre que  $v_n$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- 2) Exprime, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) Soit la somme  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

Calcule  $S_n$  en fonction de  $n$ , puis calcule  $S_{30}$ .

**PROBLEME :** ..... (10pts)

**Partie A :**

On donne la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x^3 - 3x - 4$

- 1°) Etudier les variations de la fonction  $g$  et dresser son tableau de variation.
- 2°) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  et que  $2,19 < \alpha < 2,20$ .
- 3°) Détermine une valeur approchée à  $10^{-2}$  près.
- 4°) Etudier le signe de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Partie B:**

Soit la fonction  $f$  par  $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$

Soit  $C_f$  sa courbe représentative dans le repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1°) Détermine l'ensemble de définition  $D_f$ .
- 2°) Calcule les limites aux bornes de  $D_f$ .
- 3°) Détermine les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tel que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ .
- 4°) a- Montrer que la droite (D) d'équation  $y = ax + b$  est asymptote à la courbe  $C_f$ .  
b- Détermine la position de la courbe  $C_f$  et de la droite (D).
- 5°) Montrer que le point  $I\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$  est centre de symétrie pour la courbe  $C_f$ .
- 6°) Déterminer une équation de la tangente à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse -2.
- 7°) Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction  $f$  au point d'abscisse nul.
- 8°) Calculer la dérivée de  $f$  puis dresser le tableau de variation.
- 9°) Construire la courbe  $C_f$  et les asymptotes.